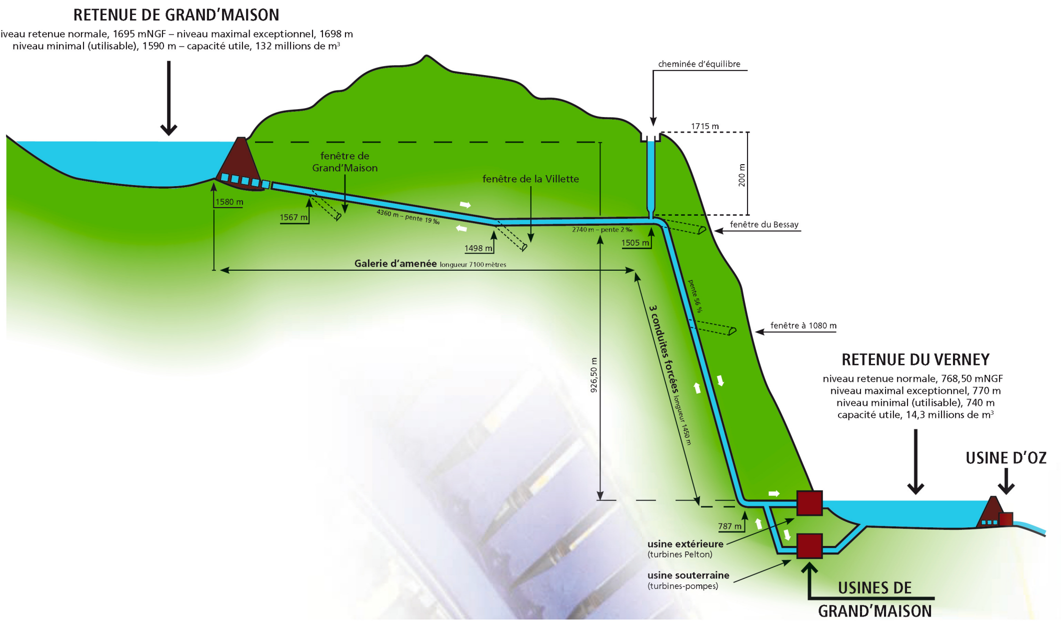
Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. La calculatrice est autorisée. Les deux problèmes sont indépendants, et peuvent être traitées dans n'importe quel ordre. $\boxed{\textit{Encadrer}}$ *les résultats.*

Problème 1 : Dimensionnement d'un barrage plan

Le barrage de Grand'Maison est un barrage hydroélectrique situé dans le département de l'Isère. Avec une puissance de 1800 MW à débit maximal, l'usine qui lui est associée forme le plus puissant ensemble hydroélectrique français, correspondant à 9% de la puissance du parc hydraulique exploité par EDF en France. La figure ci-dessous donne une vue d'ensemble de l'installation.

La retenue de Grand'Maison peut contenir près de 140 millions de m^3 d'eau, emmenée vers la retenue du Verney par une galerie d'amenée et trois conduites forcées construites en parallèle. La conduite d'amenée descend en pente douce depuis le barrage haut jusqu'à une cheminée d'équilibre de 200 m de hauteur qui permet de réguler la pression à l'ouverture et la fermeture des vannes (dispositif anti coup de bélier). À partir de ce lieu, l'eau est amenée à l'altitude du Verney par les trois conduites forcées de grande pente.

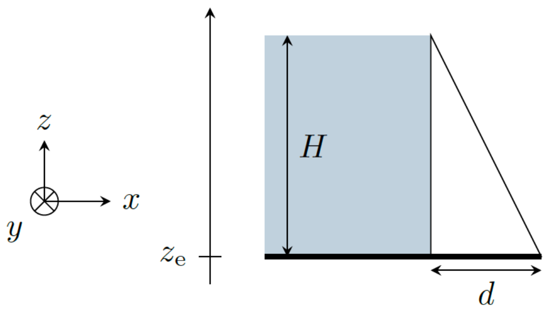


Hypothèses et données :

- Seul le régime permanent est considéré dans ce problème ;
- L'eau est un liquide incompressible, de masse volumique $\rho = 1.10^3$ kg.m^{-3} ;
- La pression atmosphérique est supposée uniforme, égale à $P_0 = 1$ bar ;
- L'axe z est vertical orienté vers le haut, d'origine $z = 0$ au niveau du Verney où émergent les conduites forcées ;

Dimensionnement du barrage amont

Le barrage amont est un barrage poids (voir ci dessous), constitué d'une structure en béton de longueur $L = 550$ m dans la direction (Oy) dont la coupe transversale peut être modélisée par un triangle rectangle de hauteur $H = 140$ m égale au niveau d'eau maximal du barrage et de base d que l'on cherche à dimensionner.



1. Justifier qualitativement que l'eau dans la retenue amont peut être supposée en équilibre hydrostatique.
2. Montrer que le champ de pression dans la retenue amont est donné par
$$P(z) = P_0 + \rho g(z_e + H - z)$$
3. Montrer que la résultante des forces de pression exercées par l ?eau sur le barrage vaut
$$\overrightarrow{F}_P = \left(P_0 + \rho g \frac{H}{2}\right) H.L\vec{u}_z$$
4. Exprimer le poids $\overrightarrow{P}'$ du barrage. On notera $\rho' = 3.10^3$ kg.m^{-3} la masse volumique du béton.
5. Un barrage poids doit être dimensionné de telle sorte que $F_P < \frac{3}{4}P$. En déduire la valeur minimale de d.

Problème 2 : Chute libre !

On considère un point matériel de masse m, laché sans vitesse initiale dans le champ de pesanteur. Il démarre une trajectoire le long de l'axe vertical z (orienté vers le haut). Il est soumis à son poids et à une force de frottement fluide à haut Reynolds ($R_e \gg 1$).

Pour contextualiser l'exercice, on peut penser à un parachutiste en phase de "chute libre" (c'est-à-dire lorsque le parachute n'a pas encore été ouvert) dans l'atmosphère.

1. Proposer un nombre de Reynolds pour l'écoulement autour du parachutiste et justifier qu'on doit considérer une force de frottement en v^2. On prendra comme vitesse typique du parachutiste 200 km/h.
2. Obtenir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du parachutiste.
3. Quelle est la vitesse limite atteinte par le parachutiste ? Proposer une application numérique (on prendra C_x = 0,6) et calculer de nouveau le nombre de Reynolds avec cette vitesse pour valider le choix de la forme des frottements fluides.
4. Résoudre l'équation différentielle par séparation des variables. Obtenir alors la vitesse du parachutiste en fonction du temps et tracer cette fonction.
On rappelle qu'une primitive de
$$f(x) = \frac{1}{1 - x^2}$$
est $F(x) = \text{argth}(x)$ avec argth la fonction réciproque de th la tangente hyperbolique.