

Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. **Encadrer** les résultats. Les deux problèmes sont à réaliser sur des copies différentes.

Problème 1 - Quelques aspects de la physique des sous-marins

Introduction

"Un sous-marin est un navire submersible capable de se déplacer en surface et sous l'eau ; il se distingue ainsi des autres bateaux et navires qui se déplacent uniquement à la surface..." d'après Wikipédia.

Les grands sous-marins sont pour la plupart des navires de guerre. Il en existe deux types : les SNA (Sous-marin Nucléaire d'Attaque) et les SNLE (Sous-marin Nucléaire Lanceur d'Engins). On va s'intéresser ici principalement à ces derniers. Les quatre SNLE français patrouillent successivement en mer pour assurer la dissuasion nucléaire. Ils doivent être indétectables pendant leur mission dans toutes les mers du globe.



Figure 1 – Photographie du SNLE français Le Terrible (classe Le Triomphant) au large de Brest en Bretagne (Source : wikipedia.org)

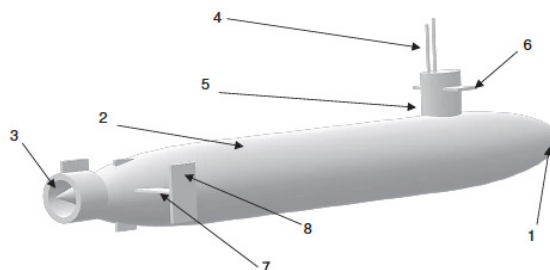


Figure 2- Schéma de principe d'un sous-marin et de quelques éléments

Légendes de la figure 2 :

- (1) Dôme sonar d'étrave
- (2) Coque mince
- (3) Pompe-hélice
- (4) Mât périscopique (périscopes, antennes Hautes Fréquences...)
- (5) Massif
- (6) Barre de plongée avant ; (7) et (8) barre de plongée arrière et barre de direction

Quelques données concernant le SNLE Le Triomphant :

Longueur : 138 m, soit 18 m de plus qu'un grand terrain de football.

Plus grande largeur : 12,5 m.

Déplacement en surface : 12 685 tonnes.

Déplacement en plongée : 14 335 tonnes (la tour Eiffel pèse au total 10 100 tonnes).

Vitesse maximale : plus de 25 noeuds (soit environ $47 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$).

Immersion : supérieure à 300 m (la valeur maximale est tenue secrète).

(Source : Commandant de sous-marins, Du Terrible au Triomphant, la vie secrète des sous-marins. Amiral François Dupont (2019, éditions Autrement)).

La partie 1) de ce sujet concerne quelques aspects de l'hydrostatique appliquée aux sous-marins. La partie 2) s'intéresse au phénomène de cavitation qui joue un rôle important dans la discrétion acoustique d'un SNLE lors de sa mission.

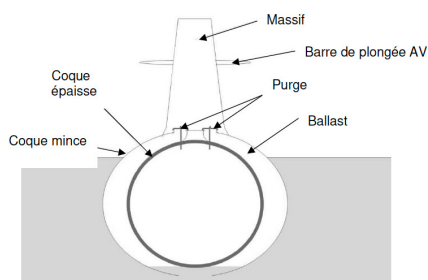


Figure 3- Schéma d'un sous-marin vu de face (Source : wikipedia.org)

1) Hydrostatique du sous-marin en plongée

On considère un volume élémentaire d'eau de mer $d\tau$ de dimensions dx , dy et dz centré sur un point M. On se place dans les coordonnées cartésiennes avec l'axe (Oz) vertical orienté vers le bas, le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est orthonormé direct.

1. Établir l'expression de l'équivalent volumique \vec{F}_v des forces de pression qui s'exercent sur ce volume élémentaire $d\tau$.
2. En plus de ces forces de pression, le volume élémentaire est soumis à la seule force de pesanteur. Donner sans démonstration l'expression de la force volumique associée. En déduire la condition d'équilibre locale (équation de l'hydrostatique).
3. Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ dans l'eau de mer à une profondeur z en fonction de la masse volumique ρ_0 , g et z . On suppose que l'eau de mer est incompressible et homogène. On prendra $P(z=0) = P_0 = 1,010^5$ Pa.
4. On cherche à déterminer la pression exercée par l'eau sur la coque interne (dite coque épaisse) du sous-marin (voir figure 3). Pour simplifier, on assimile l'ensemble de celui-ci à un cylindre de rayon R et de longueur L . On suppose que le sous-marin est en position horizontale dans l'eau et que son axe est à la profondeur z_C . Donner l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le "sous-marin". Que représente physiquement cette force ?

La figure 3 montre la présence de ballasts entre la coque mince extérieure et la coque épaisse intérieure. Ce sont des réservoirs d'eau ou d'air pouvant être remplis ou vidés.

5. Expliquer qualitativement le rôle des ballasts et pourquoi la coque externe du sous-marin est dite "mince" alors que la coque interne est dite "épaisse". L'acier de la coque interne est un acier spécial, le "100 HLES", qui peut résister à une "pression" de 100 kg/mm^2 . Le sous-marin risque-t-il d'imploser à une profondeur $z_C = 300 \text{ m}$?

2) Quelques aspects de la cavitation

La cavitation est la naissance de bulles de gaz ou de vapeur dans un liquide en mouvement à de grandes vitesses. Ce phénomène très complexe est responsable du mauvais fonctionnement des pompes, de l'érosion de la surface des hélices de navires et de l'apparition de vibrations et de bruit qui sont particulièrement gênants dans le cadre de la "discrétion acoustique" voulue pour un sous-marin de type SNLE. On s'intéresse ici à quelques aspects simples de la cavitation.

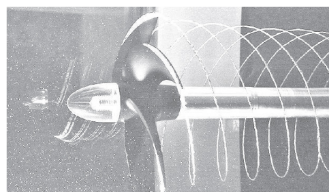


Figure 5- Cavitation d'extrémité de pale (Source : <http://www.volleetmoteur.com/>)

On considère un tube de Venturi (voir figure 6) horizontal et symétrique dans lequel s'écoule un liquide de viscosité négligeable. La section droite maximale est notée S_1 et la section minimale au niveau du col est notée S_2 . On suppose que dans le tube, les conditions d'application du théorème de Bernoulli sont remplies.

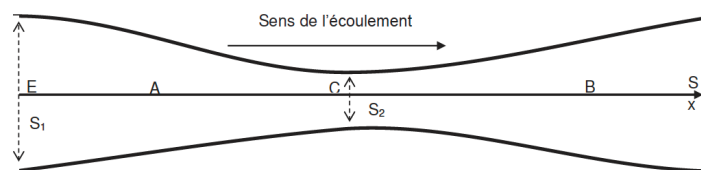


Figure 6- Tube de Venturi

6. L'écoulement est supposé unidimensionnel et incompressible. Écrire une relation entre les vitesses v_1 et v_2 et les sections S_1 et S_2 .
7. Rappeler les conditions d'application du théorème de Bernoulli. Exprimer la différence de pression $P(C) - P(E)$ en fonction de la vitesse v_1 et des sections S_1 et S_2 . Les points E et C sont situés sur l'axe des x au niveau de l'entrée du tube et de son col. Donner l'allure du diagramme $P(T)$ où T est la température de l'eau. On indiquera les différents domaines d'existence des phases ainsi que deux points caractéristiques à nommer. Si l'on considère un point M situé dans le domaine où l'eau est liquide, justifier alors la possible apparition d'une bulle de vapeur dans l'écoulement dans une région du tube de Venturi que l'on indiquera sur un schéma sur la copie.
8. Représenter clairement l'allure de la pression P en fonction des abscisses x des points E, A, C, B et S. Représenter de manière qualitative sur le même graphique l'allure de P en tenant compte cette fois de la viscosité du fluide. Comment s'appelle le phénomène responsable de cette modification ?

9. Un sous-marin est-il plus discret en eau chaude qu'en eau froide ? Si l'on suppose un diamètre de l'hélice de 10 m, et en raisonnant sur l'extrémité des pales uniquement, les bulles de cavitation apparaissent-elles en haut ou en bas de l'hélice ? Afin de minimiser l'apparition des bulles de cavitation, les hélices des SNLE français sont carénées. L'hélice et son carénage forment la pompe-hélice.

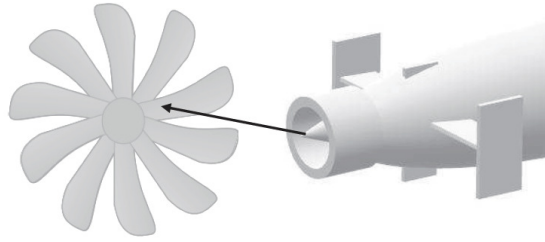


Figure 7- Hélice du sous-marin avec le carénage entourant celle-ci

Des études expérimentales montrent que le phénomène de cavitation est fortement corrélé avec l'existence de "germes" comme des impuretés ou à la présence de microbulles sphériques dans l'eau. La concentration des microbulles étant faible, on va supposer que les propriétés physiques de l'eau ne sont pas modifiées. L'écoulement est supposé non visqueux et incompressible dans toute la suite.

On considère une microbulle sphérique de centre O et de rayon $R(t)$ plongée dans l'eau. On pose $p_\infty(t)$ la pression de l'eau à l'infini où l'eau est au repos. À $t = 0$, la microbulle contient une masse m_0 de gaz dit inclus (de l'air par exemple) ainsi que de la vapeur d'eau ; son rayon est $R(t = 0) = R_0$ et la pression de l'eau à l'infini est $p_{\infty,0}$.

La pression de l'eau à l'infini évolue au cours du temps ce qui fait varier le rayon de la microbulle. La masse de gaz inclus est supposée constante au cours de l'évolution supposée isotherme de la microbulle. On considère que l'écoulement est radial à symétrie sphérique. Les champs de vitesses et de pression dans l'eau peuvent s'écrire : $\vec{v} = v(r, t)\vec{e}_r$ et $p = p(r, t)$.

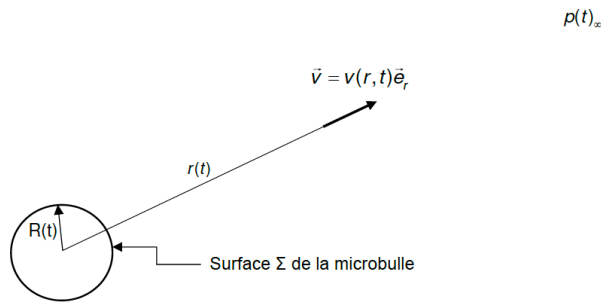


Figure 8- Schématisation de la microbulle

10. Écrire l'équation locale traduisant la conservation de la masse dans l'eau. Quelle relation peut-on déduire de l'imperméabilité de la paroi Σ de la microbulle ? À l'aide des données en fin de problème, déduire de ces deux relations la relation suivante :

$$v(r, t) = -\frac{A(t)}{r^2}$$

Montrer que $A(t) = -R^2(t) \frac{dR}{dt}$

11. Écrire l'équation d'Euler. En déduire l'expression de $\frac{\partial p(r, t)}{\partial r}$ en fonction de ρ_0 , r , $A(t)$ et de ses dérivées temporelles. On négligera la pesanteur. Par intégration, on peut montrer (ce n'est pas demandé ici) qu'on obtient l'équation de Rayleigh :

$$p(R, t) = p(t)_\infty + \rho_0 \left[R(t) \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \right]$$

On s'intéresse à l'implosion d'une microbulle. On suppose pour simplifier l'étude qu'elle ne contient pas de gaz inclus, la pression à l'infini est maintenue constante et égale à $p(t)_\infty$, supérieure à la pression de vapeur saturante $p_{\text{sat}}(T)$. Dans ce cas, l'équation de Rayleigh peut être intégrée ; on trouve, après un calcul qui n'est pas demandé ici :

$$\frac{dR}{dt} = -\sqrt{\frac{2}{3\rho_0}(p_{\infty,0} - p_{\text{sat}}(T)) \left[\left(\frac{R_0}{R(t)} \right)^3 - 1 \right]}$$

12. Exprimer la durée τ , appelée temps de Rayleigh, que met la bulle à disparaître en fonction de ρ_0 , $p_{\infty,0}$, $p_{\text{sat}}(T)$ et R_0 ainsi que de l'intégrale suivante dont on donne la valeur approchée. On pourra poser $u = \frac{R}{R_0}$

$$J = \int_0^1 \sqrt{\frac{u^3}{1-u^3}} du = 0,747$$

Calculer numériquement τ avec les valeurs suivantes : $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $p_{\infty,0} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_{\text{sat}}(T) = 2,4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ et $R_0 = 2,0 \text{ mm}$. Commenter par rapport à la durée typique d'évolution d'une bulle dans une boisson pétillante.

— DONNÉES NUMÉRIQUES —

- Intensité du champ de pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$
- Masse volumique de l'eau de mer : $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Cette valeur sera supposée constante dans tout le problème.
- En coordonnées sphériques : $\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r}$
- $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = v_r \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial r}$ en coordonnées sphériques, pour $\vec{v} = v_r(r, t) \vec{e}_r$

Problème 2 - De la Physique de l'aéronef (d'après CCINP)

Ce problème aborde certains aspects de la physique appliqués à un avion. Dans la partie 1), on s'intéresse à des généralités de la mécanique du vol. La partie 2) aborde une problématique d'instrumentation : l'étude théorique du tube de Pitot. Enfin, la partie 3) traite de la propulsion, où on calcule la force de propulsion.

1) Mécanique du vol

La figure 1 représente un schéma simplifié des principales caractéristiques géométriques du profil d'une aile d'avion. L'extrados est la surface supérieure du profil et l'intrados est la surface inférieure du profil. La distance L entre le bord d'attaque et le bord de fuite est appelée corde du profil.

On travaille dans le référentiel de l'aile. Dans ce référentiel, loin de l'aile, la vitesse de l'air est notée \vec{v}_∞ . L'angle entre la corde et \vec{v}_∞ est l'angle d'incidence i . La vitesse de l'avion par rapport à l'air est notée \vec{V}_a avec $V_a = \|\vec{V}_a\| = \|\vec{v}_\infty\| = v_\infty$. Dans cette partie, la vitesse de l'avion sera suffisamment faible devant la célérité du son dans l'air pour considérer l'air en écoulement incompressible.

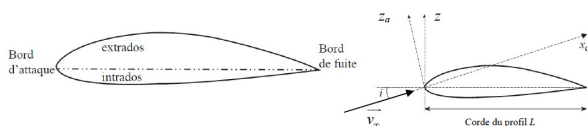


Figure 1 - Caractéristiques géométriques du profil d'une aile d'avion

1. Définir la notion de ligne de courant associée aux particules de fluide. Est-ce une description de nature eulérienne ou lagrangienne ?
2. Dans la figure 2 sont représentées les lignes de courant pour un profil donné. En analysant ces lignes de courant, expliquer pourquoi l'écoulement stationnaire de l'air, supposé parfait, homogène et incompressible, génère une force de portance de l'avion.

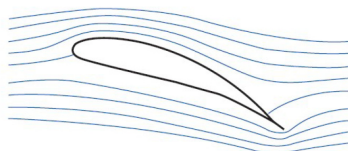


Figure 2 - Lignes de courant autour du profil d'une aile d'avion

3. En pratique, pour étudier la répartition de pression P le long de l'intrados et de l'extrados, on définit une pression adimensionnée appelée coefficient de pression :

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2}$$

où P_∞ , ρ_∞ et v_∞ sont respectivement la pression, la masse volumique et la vitesse de l'écoulement incident loin de l'aile. On représente C_P pour l'intrados et l'extrados en fonction de x/L la position par rapport à la corde (figure 3). Justifier à quelle courbe, C_{P1} ou C_{P2} , on associe l'intrados et l'extrados.

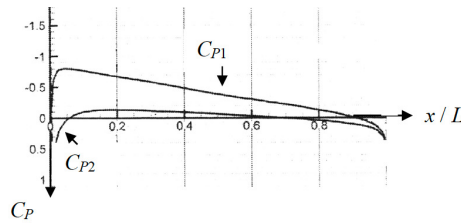


Figure 3 - Coefficient de pression sur l'intrados et l'extrados

4. Pourquoi observe-t-on toujours $C_P \leq 1$? (On pourra utiliser le théorème de Bernoulli, après avoir justifié de son application, pour les questions 3. et 4.)

Par intégration de la différence des coefficients de pression entre intrados et extrados sur toute la corde du profil, on obtient le coefficient de portance, adimensionné,

$$C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \cdot S_{\text{ref}} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2},$$

avec S_{ref} la surface de l'aile et F_z , la force de portance exercée sur l'aile. Cette force de portance est perpendiculaire à l'écoulement (figure 4). Par ailleurs, la répartition de pression le long de l'intrados et de l'extrados ne se traduit pas uniquement par la force de portance F_z qui est perpendiculaire à l'écoulement, mais également par la présence d'une force de traînée $F_x = \frac{1}{2} C_x \cdot S_{\text{ref}} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2$, parallèle à l'écoulement et qui s'oppose au déplacement (figure 4). C_x est le coefficient de traînée.

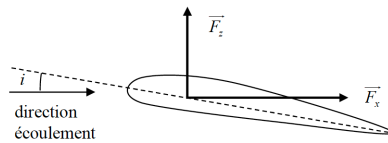


Figure 4 - Décomposition des efforts aérodynamiques : portance et traînée

5. Vérifier que le coefficient de portance C_z est adimensionné.

L'influence de l'angle d'incidence i sur le coefficient de pression C_P est représentée en figure 5.

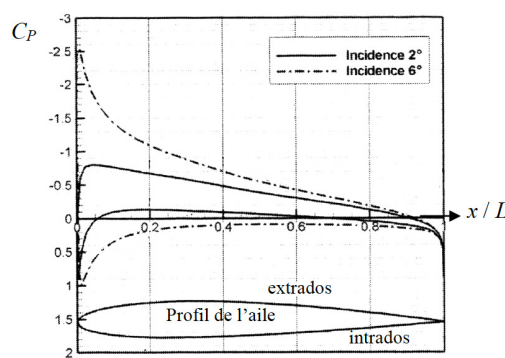


Figure 5 - Influence de l'incidence sur le C_P

6. Le coefficient de portance C_z est-il plus important pour une incidence de 2° ou 6° ? Justifier.

2) Instrumentation : le tube de Pitot

Le tube de Pitot est un des nombreux capteurs qui équipent l'avion. Il permet la mesure de la vitesse de l'avion, donnée essentielle à sa bonne conduite. Il s'agit d'un tube très fin (moins de 5 mm^2 de surface) qui est placé parallèlement à la direction de l'écoulement de l'air (figure 9). Ce tube possède deux ouvertures en F et G. L'ouverture en F est la prise dite de pression totale et celle en G est la prise dite de pression statique. On mesure la différence de pression de l'air entre les deux tubes 1 et 2 avec un manomètre différentiel, ce qui permet d'obtenir la vitesse v_∞ de l'écoulement.

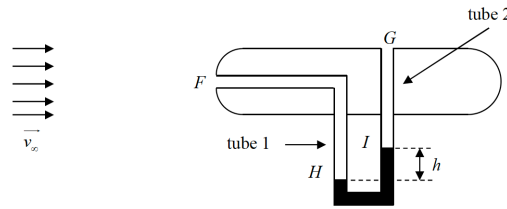


Figure 9 - Tube de Pitot

On considère que l'air est un fluide parfait, homogène, incompressible, de masse volumique ρ_∞ et en écoulement stationnaire. On rappelle que les effets de la gravité sur l'air sont négligés. Loin du tube l'air a une pression P_∞ et une vitesse v_∞ .

7. Représenter l'allure de la ligne de courant qui aboutit en F et l'allure de la ligne de courant qui longe le tube et passe à proximité de G.
8. Déterminer, en fonction de P_∞ , ρ_∞ et v_∞ les expressions de la vitesse v_F et de la pression P_F du fluide en F ainsi que la vitesse v_G et la pression P_G du fluide en G.
9. Dans le manomètre, il y a un liquide de masse volumique ρ_l . On mesure une différence d'altitude h entre les deux surfaces du liquide. Déterminer l'expression de la différence de pression, $P_H - P_I$, entre ces deux surfaces.
10. Dédire des questions précédentes l'expression de la vitesse de l'écoulement v_∞ de l'air en fonction de ρ_l , ρ_∞ , g et h . Comment évolue h lorsque la vitesse de l'air augmente ?

3) Force de propulsion

Pour leur propulsion, les avions sont équipés majoritairement de réacteurs. Cette dénomination usuelle désigne en fait des turboréacteurs qui appartiennent à la catégorie des turbomachines encore appelées générateurs ou turbines à gaz. Les turbomachines présentent plusieurs avantages par rapport aux moteurs à pistons, avec notamment un rapport puissance-poids environ trois fois supérieur. En effet, le nombre de pièces mobiles est réduit et leur mouvement est très simple, ce qui permet de les alléger. Ces machines sont inégalables lorsque de grandes puissances sont requises avec des contraintes d'espace ou de poids. Leur inconvénient majeur est que leur efficacité et leur réactivité chutent très rapidement à faible puissance : ils ne sont donc pas adaptés au domaine automobile par exemple. Les constituants principaux d'un turboréacteur sont un compresseur, une chambre de combustion et une turbine. Dans cette partie on étudie un turboréacteur dit simple flux (figure 12) pour lequel le gaz entrant dans le réacteur passe dans un diffuseur pour en diminuer la vitesse avant d'être comprimé par le compresseur. Le gaz comprimé arrive dans une chambre de combustion où il est chauffé avant d'être détendu partiellement dans la turbine qui fournit la puissance nécessaire au compresseur. En sortie de turbine, le gaz reste à une pression relativement élevée par rapport à la pression extérieure et il est détendu dans une tuyère, ce qui permet de l'accélérer : c'est cette accélération qui permet la propulsion de l'avion.

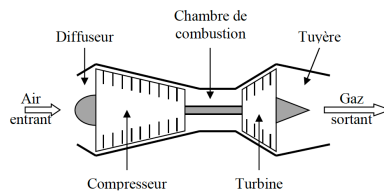


Figure 12 - Schéma de principe d'un turboréacteur simple flux

Le turboréacteur constitue un système ouvert (Σ). En régime stationnaire, ce volume de contrôle contient à l'instant t une masse d'air $M(t)$ à laquelle on associe une quantité de mouvement $\vec{p}(t)$. Pour établir le bilan de quantité de mouvement, on doit définir un système fermé (Σ^*) qui, à l'instant t , est constitué de $M(t)$ et d'une masse entrante dans la tuyère δm_e à la vitesse \vec{v}_e et, à l'instant $t + dt$ est constitué de $M(t + dt)$ et d'une masse sortante de la tuyère δm_s à la vitesse \vec{v}_s . La pression P_0 autour du turboréacteur est uniforme. La surface d'entrée du turboréacteur est notée S_e et celle de sortie S_s .

11. Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du système fermé $\vec{p}^*(t)$ à l'instant t .
12. Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du système fermé $\vec{p}^*(t + dt)$ à l'instant $t + dt$.
13. Des deux questions précédentes déduire, en régime stationnaire, l'expression de la dérivée du vecteur quantité de mouvement du système fermé $\frac{d\vec{p}^*}{dt}$ à l'instant t . On introduira D_m le débit massique d'air dans le réacteur.
14. Effectuer le bilan des forces s'exerçant sur le système.
15. Indiquer quelle(s) approximation(s) est/sont nécessaire(s) pour conclure que la force appliquée par le réacteur à l'air a pour expression : $\vec{F}_{\text{avion} \rightarrow \text{air}} = D_m \cdot (\vec{v}_s - \vec{v}_e)$.

16. En considérant un réacteur positionné horizontalement avec son entrée à gauche comme indiqué sur la figure 12, représenter qualitativement le vecteur de la force exercée par l'air sur l'avion $\vec{F}_{air \rightarrow avion}$ ainsi que les vecteurs \vec{v}_e et \vec{v}_s dans le référentiel du réacteur. Comparer les normes v_e et v_s des vecteurs vitesses pour que la force exercée par l'air sur l'avion soit propulsive.

Problème 3 - L'avion SolarStratos (d'après e3a)

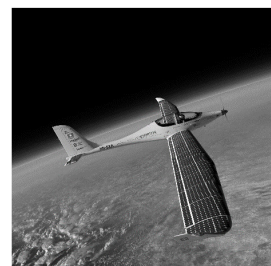
Le problème se déroulera en 2 parties :

Partie 1 - Une étude de la stratosphère

Partie 2 - Le mouvement de l'avion

SolarStratos est un avion solaire bi-place avec lequel l'explorateur suisse Raphaël Domjan et son équipe envisagent de réaliser un record absolu d'altitude.

La mission "To the edge of space" a pour but de lui permettre d'atteindre une altitude supérieure à 25 000 mètres. Le premier vol en tandem à basse altitude a été réalisé le 20 août 2020.



Données sur l'avion SolarStratos

Longueur	8,5 m
Envergure	24,8 m
Habitacle	2 places en tandem
Masse	$M = 45$ kg
Propulsion	Hélice 2,2 m ; 4 pales
Rendement du moteur électrique	90%
Surface des panneaux	22 m ²
Batteries	Lithium-ion

Données numériques

Constante universelle de gravitation	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI
Rayon de la Terre (supposée sphérique)	$R_T = 6,4 \cdot 10^6$ m
Masse de la Terre	$M_T = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg
Surface totale des ailes de l'avion	$S = 24$ m ²
Expression de la force modélisant la portance	$R_z = \frac{1}{2} \mu_1 C_z v^2 S$
Expression de la force modélisant la traînée	$R_x = \frac{1}{2} \mu_1 C_x v^2 S$
Coefficient de portance de l'aile	$C_z = 1,1$ USI
Coefficient de traînée de l'aile	$C_x = 2,2 \cdot 10^{-2}$ USI
Masse molaire de l'air	$M_{air} = 29$ g.mol ⁻¹
Constante des gaz parfaits	$R = 8,3$ USI

1) Une étude de la stratosphère

On considère que la Terre est sphérique à répartition homogène de masse et que l'atmosphère est répartie de manière uniforme autour de la Terre. On assimilera le champ de pesanteur au champ de gravitation et on ne tiendra pas compte du terme d'entraînement et on négligera la masse de l'atmosphère. On peut montrer dans ces conditions que le champ de pesanteur à une altitude z , dont l'origine sera choisie au niveau du sol et l'axe orienté dans le sens des altitudes croissantes a la forme :

$$\vec{g} = -\frac{GM_T}{(R_T + z)^2} \vec{u}_z$$

L'avion SolarStratos volera dans la stratosphère entre $z_0 = 20,0$ km et $z_1 = 25,0$ km d'altitude.

- Déterminer les valeurs du champ de pesanteur à z_0 et z_1 .
- En déduire que l'on peut considérer le champ de pesanteur uniforme à ces altitudes, à une incertitude que l'on précisera. On prendra par la suite $g = 9,7$ m.s⁻².

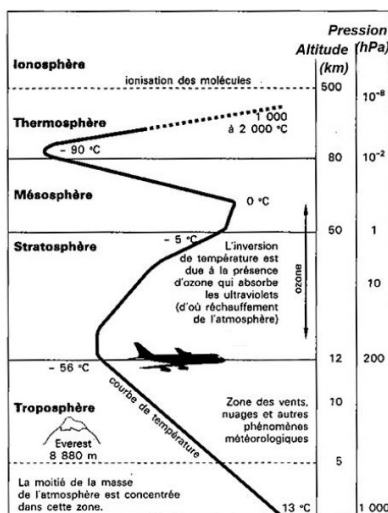


Figure 1 - Évolution de la température et de la pression avec l'altitude.

Source : Fondation Lamap

On considère qu'entre z_0 et z_1 , l'évolution de la température en fonction de l'altitude z est de la forme $T(z) = T_0 + a(z - z_0)$ avec T_0 la température à l'altitude z_0 et a le gradient thermique adiabatique. On suppose de plus que l'air est assimilable à un gaz parfait.

- Énoncer la relation fondamentale de l'hydrostatique (équation de Navier-Stokes à l'équilibre) puis la projeter sur l'axe z , vertical ascendant. On notera μ la masse volumique de l'air.
- Montrer que l'évolution de la pression en fonction de l'altitude z est de la forme

$$P(z) = P_0 (1 + b(z - z_0))^\alpha \quad \text{avec} \quad P_0 = P(z = z_0)$$

Déterminer les expressions de b et α en fonction de M_{air} , g , a , R et T_0 .

- Déterminer alors l'expression de la masse volumique à l'altitude z_1 . Effectuer l'application numérique.

Données : $T_0 = 217$ K et $P_0 = 55$ hPa à l'altitude $z = z_0$. $a = 1,0 \cdot 10^{-3}$ USI

Commenter le résultat obtenu et donner une explication sur la différence observée avec la valeur réelle $\mu_1 = 7,0 \cdot 10^{-2}$ kg.m⁻³ en utilisant la figure 1.

2) Le mouvement de l'avion

On néglige dans cette partie la rotondité de la Terre et on considérera le référentiel lié à un point O fixe par rapport au sol et situé à 25,0 km d'altitude comme galiléen.

On modélisera l'action qui propulse l'avion par une force unique notée \vec{F} .

On rappelle que l'avion est soumis, entre autres, à une force de traînée et à une force de portance (données fournies dans l'énoncé).

- Faire le bilan des forces auxquelles est soumis l'avion, puis les représenter sur un schéma.
- Déterminer, à l'aide d'une analyse dimensionnelle, la dimension des coefficients C_x et C_z .
- Établir les équations différentielles vérifiées par v_x et v_z , en supposant le mouvement dans un plan xOz , avec O un point fixe dans le référentiel arbitrairement choisi.
- Lors de son vol, l'avion atteint une vitesse v_c , appelée "vitesse de croisière", et le mouvement devient rectiligne et uniforme.
Déterminer l'expression de cette "vitesse de croisière". Faire l'application numérique.
- En déduire la force de propulsion, puis la puissance de la force associées à cette vitesse.
- De quelle puissance électrique l'avion doit-il ainsi disposer pendant cette phase de vol? Sachant que la puissance surfacique lumineuse reçue dans la stratosphère est de l'ordre de $1\,200$ W.m⁻², de quelle surface minimale de panneaux photovoltaïques l'avion doit-il disposer? Commenter.

FIN DE L'ÉNONCÉ