

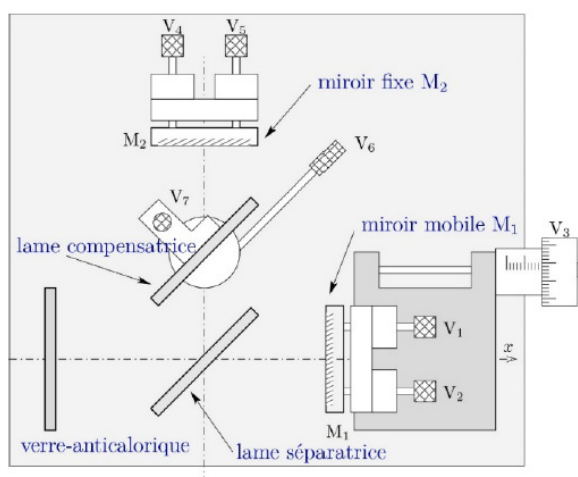
L'interféromètre de Young nous a permis de réfléchir aux notions qui sous tendent la manifestation du phénomène d'interférences : la cohérence spatiale et la cohérence temporelle. Ces deux notions nous ont conduits à la source idéale, ponctuelle et monochromatique, mais l'imperfection des sources réelles nous a obligé à envisager de faire se superposer les vibrations issues d'une même source, après qu'elles aient parcouru des chemins différents, dans la limite de la longueur de cohérence et de la différence de marche. La division du front d'onde a permis de répondre à ces contraintes, au prix d'un manque de luminosité des interférences observées.

Aussi, est-il naturel de penser à augmenter le nombre de points sources en utilisant une source étendue. Nous avons déjà vu les conséquences de ce choix pour ce qui concerne l'interféromètre de Young, on ne peut pas étendre la source dans toutes les directions : le phénomène d'interférences se brouille rapidement. Comment faire alors pour obtenir des figures d'interférences lumineuses en utilisant une source étendue ? La division du faisceau en amplitude répond à cette question, avec l'interféromètre de Michelson comme support.

## Table des matières

<b>I - Présentation de l'interféromètre de Michelson</b>	<b>1</b>
<b>II - Utilisation en lame d'air</b>	<b>3</b>
1) Présentation de la situation . . . . .	3
2) Équivalence à une lame d'air . . . . .	4
3) Différence de marche . . . . .	4
4) Forme des franges . . . . .	5
a) Localisation des franges . . . . .	5
b) Forme des franges . . . . .	5
5) Source non monochromatique : étude du doublet . . . . .	6
<b>III Utilisation en coin d'air</b>	<b>8</b>
1) Équivalence à un coin d'air . . . . .	8
2) Différence de marche et forme de la figure d'interférences . . . . .	8
3) Effet d'une lame de verre . . . . .	9
4) Observation en lumière blanche . . . . .	9
a) Généralités . . . . .	9
b) Observations et interprétation . . . . .	10

## I - Présentation de l'interféromètre de Michelson



L'interféromètre de Michelson<sup>1</sup> présente trois parties distinctes travaillant dans l'air ( $n \approx 1$ ) :

- une lame semi-réfléchissante  $S_p$  appelée **séparatrice** ;

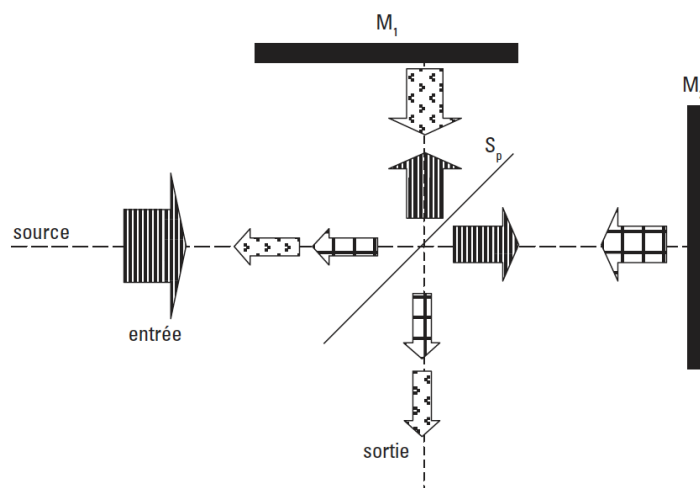
1. Michelson (1852-1931), Prix Nobel 1907 pour ses recherches expérimentales en physique. En 1881, il a mesuré avec une très grande précision la vitesse de la lumière (dispositif du miroir tournant de Foucault). L'expérience de Michelson et Morley (1887) a montré l'invariance de la vitesse de la lumière en utilisant un interféromètre dit "de Michelson". En 1892 à Sèvres, il a construit un interféromètre permettant la définition du mètre par interférométrie.

- un **miroir plan** ( $M_2$ ) fixe ;
- un **miroir plan** ( $M_1$ ) mobile en translation dans la direction de la source.

Les miroirs, généralement en forme de disques de quelques centimètres de diamètre, sont à peu près perpendiculaires entre eux, et font avec la séparatrice un angle environ égal à  $45^\circ$ . Des réglages fins permettent la rotation des miroirs autour d'axes verticaux et horizontaux.

La lame séparatrice ( $S_p$ ) réfléchit idéalement la moitié de l'onde lumineuse incidente et transmet l'autre moitié. Chaque onde (rayon) issue de cette séparation se dirige vers l'un des miroirs, s'y réfléchit puis revient vers la séparatrice où une nouvelle séparation a lieu. En sortie on obtient la superposition de deux rayons issus d'un même rayon à l'origine, mais ayant suivi des parcours différents. Les conditions de cohérence étant assurées, les interférences entre ces deux ondes (rayons) peuvent exister à la sortie.

La présence de cette lame séparatrice classe l'interféromètre de Michelson dans la catégorie des **diviseurs d'amplitude**.



L'onde associée au rayon qui arrive sur la séparatrice se partage à chaque incidence sur la séparatrice. En sortie de l'interféromètre deux rayons associés au même rayon d'entrée, se superposent pour donner des interférences, mais ils ont suivi des chemins différents ! Si l'intensité du faisceau d'entrée est  $I_0$ , à la sortie deux faisceaux d'intensité  $\frac{I_0}{4}$  se superposent, dans l'hypothèse où la séparatrice partage le faisceau incident en deux parties égales.

On présentera les deux modes de réglages principaux utilisés sur cet appareil : **réglage en lame d'air**, **réglage en coin d'air**.

Utiliser une source large, pour avoir des interférences très lumineuses, semble intéressant, mais cette tentative a échoué pour ce qui concerne l'interféromètre de Young. L'interféromètre de Michelson permet d'obtenir des interférences lumineuses contrastées avec une source large, au prix d'une **localisation des franges**.

#### A RETENIR

Dans un interféromètre à division d'amplitude, la source peut être étendue : les franges d'interférences sont lumineuses et contrastées mais localisées dans l'espace sur un ensemble de points (surface), chacun d'eux correspondant à l'intersection de deux rayons émergents de l'interféromètre et issus d'un **même** rayon incident.

**Approche expérimentale : nécessité d'une lame compensatrice**

La lame séparatrice est une lame de verre dont une des faces est recouverte d'une fine couche métallique de manière à diviser le faisceau incident en deux faisceaux de même intensité. La présence de la lame séparatrice introduit une différence de marche entre les rayons empruntant les chemins vers  $M_1$  et  $M_2$ . L'onde suivant le chemin vers  $M_2$  ne traverse qu'une fois la lame, alors que l'onde suivant le chemin vers  $M_1$  traverse trois fois la lame :

Ceci est gênant, car il y a alors une erreur systématiquement sur la différence de marche entre les deux rayons, à cause d'une conception "non aboutie".

Pour supprimer cette erreur systématique, on ajoute une lame *compensatrice* sur le chemin vers  $M_2$ .

Chaque onde passe alors quatre fois à travers une lame de verre, et les chemins optique sont identiques si ces deux lames sont rigoureusement parallèles.

Par la suite, on nommera ( $Sp$ ) l'ensemble lame compensatrice + séparatrice, que l'on supposera d'épaisseur nul.

## II - Utilisation en lame d'air

### 1) Présentation de la situation

Dans ce montage, les deux miroirs sont réglés de manière à être respectivement strictement perpendiculaires aux axes  $Ox$  et  $Oy$ . On note  $\ell_i$  la longueur du bras de l'interféromètre comprenant le miroir  $M_i$ . Par-rapport à la situation où  $\ell_1 = \ell_2$ , appelé **contact optique**, le miroir  $M_1$  est translaté dans un sens ou dans l'autre d'une distance  $e = |\ell_2 - \ell_1|$ .

## 2) Équivalence à une lame d'air

Supposons que l'interféromètre est éclairé par une source ponctuelle  $S$  située à distance finie. L'observation est effectuée sur un écran placé en sortie de l'interféromètre. Afin de décrire la forme des interférences et de calculer la différence de marche, il est utile de mettre en place un schéma équivalent, dit "déplié".

On commence par définir (et placer) le point  $S'$ , image de  $S$  par  $(Sp)$ . Cette représentation ne modifie en rien la différence de marche, car le rayon incident depuis cette source fictive est le symétrique de  $SA$  (donc de même longueur...).

Pour le rayon allant vers  $M_2$ , tout se passe comme si  $(Sp)$  n'était pas présente, il est simplement réfléchi par le miroir.

Pour le rayon issu de  $S'$  et allant vers  $M_1$ , celui-ci est d'abord réfléchi par  $(Sp)$ , puis par le miroir, pour être à nouveau réfléchi par  $(Sp)$ . Cette situation est équivalente à considérer un rayon qui n'est pas dévié par  $(Sp)$  et se réfléchit sur un miroir  $M'_1$  fictif, symétrique de  $M_1$  par  $(Sp)$ .

### A RETENIR

L'interféromètre réglé en lame d'air est équivalent à la situation *fictive* représentée ci-dessous où les rayons lumineux issus de  $S'$  ignorent la lame séparatrice et se réfléchissent pour 50% sur  $M'_1$  et 50% sur  $M_2$

Les miroirs  $M_1$  et  $M'_2$  sont séparés d'une distance  $e$  formant ainsi une lame d'air. On peut également placer les *sources secondaires*  $S_1$  et  $S_2$ , symétriques de  $S'$  respectivement par  $M'_1$  et  $M_2$ .

## 3) Différence de marche

On considère un rayon incident (venant de  $S'$ ) sur la lame d'air. On note  $i$  l'angle d'incidence du rayon par-rapport à la normale aux miroirs.

La différence de marche au niveau du point M (situé à l'infini, ou dans le plan focal image d'une lentille mince convergente) entre les rayons passant par  $J_1$  d'une part et par  $J_2$  et  $J_3$  d'autre part s'écrit (voir les surfaces d'onde) :

$$\delta(M) = n_{air} (S'J_2J_3M - S'J_1M)$$

En utilisant les sources secondaires  $S'_1$  et  $S'_2$  (distantes de  $2e$ ), il vient tout de suite :

$$\delta(M) = n_{air} S'_2 H = 2n_{air} e \cos(i)$$

que l'on peut retrouver sur la lame d'air.

#### — A RETENIR —

Pour un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur  $e$  éclairé par un rayon faisant un angle  $i$  avec la normale aux miroirs, la différence de marche entre les deux bras en un point M situé à l'infini est

$$\delta(M) = 2n_{air} e \cos(i)$$

L'ordre d'interférence est alors

$$p(M) = \frac{2n_{air} e}{\lambda_0} \cos(i)$$

Une frange d'interférences correspond à une valeur de  $p(M)$  constante, c'est-à-dire une valeur de  $i$  constante. On parle alors de **franges d'égale inclinaison** caractérisées par une valeur de  $i$  fixée.

## 4) Forme des franges

### a) Localisation des franges

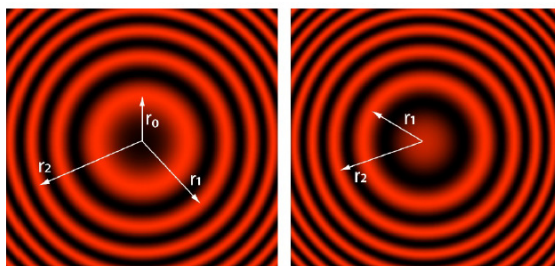
Dans le cas d'une source S (ou  $S'$ , ou  $S'_1$  et  $S'_2$ ...) ponctuelle, la situation précédente est analogue à deux trous d'Young ponctuels pour les sources secondaires  $S'_1$  et  $S'_2$ ; les interférences sont alors non localisées (cf TP avec un LASER).

Si les sources deviennent étendues, toute observation à distance finie conduit à un brouillage rapide des franges. Ce brouillage s'explique par le fait que, pour M à distance finie, se superposent deux rayons différents venant de S, ce qui correspond à une situation de division du front d'onde. A l'infini, les seuls rayons qui peuvent se superposer viennent du même point source constituant la source étendue (rayons parallèles en sortie de la lame d'air); les franges restent donc **localisées à l'infini dans le cas d'une source S étendue**.

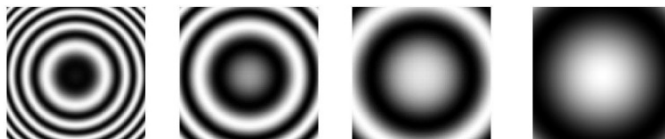
### b) Forme des franges

Pour un rayon incident faisant un angle  $i$  avec la normale aux miroirs, la frange se situe en un point M de l'écran situé à une distance  $r = f' \tan(i)$  de l'axe optique. Dans l'approximation des petits angles, on a  $r \approx f' i$ , la position du point M est donc une image directe de l'angle  $i$  du rayon incident.

Une valeur fixée de  $i$  correspond alors à un **cercle** sur l'écran, les franges d'égale inclinaison sont donc circulaires. Afin d'observer simultanément plusieurs franges circulaires sur l'écran, il faut que le faisceau éclairant l'interféromètre contienne un grand nombre de valeurs de  $i$  c'est-à-dire que le faisceau d'éclairage soit un faisceau conique de grande ouverture. On observera alors une alternance de franges brillantes et sombres, correspondant à des interférences constructives ( $p(M)$  entier) et des interférences destructives ( $p(M)$  demi entier)



Ainsi avec  $f=1\text{m}$  et  $\lambda=605\text{nm}$  on a :



$e = 2 \text{ mm}$        $e = 1 \text{ mm}$        $e = 0,5 \text{ mm}$        $e = 0,12 \text{ mm}$

#### Remarque :

- En pratique, un faisceau conique est réalisé en focalisant le faisceau incident sur le miroir  $M_1$  ou en utilisant un matériau diffusant placé sur le trajet du faisceau incident.
- Dans le cas où  $e = 0$ , au *contact optique*, l'ordre d'interférences est  $p = 0$  et ne dépend pas de la valeur de  $i$ . L'éclairement sur l'écran est uniforme, on parle de **teinte plate**.
- L'épaisseur  $e$  étant supposée constante, l'ordre d'interférences est maximal au centre lorsque  $i = 0$  et prend alors la valeur  $p_0 = \frac{2n_{air}e}{\lambda_0}$  quelconque (pas entier ou demi entier) ; cet ordre diminue quand  $M$  s'écarte du centre (si  $i$  augmente,  $\cos(i)$  diminue).
- Si  $e$  augmente, les anneaux "sortent" du centre ( $i$  doit augmenter pour conserver  $p(M)$  constant) ; si  $e$  diminue, les anneaux "rentrent" au centre.

### 5) Source non monochromatique : étude du doublet

L'interféromètre est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, qui émet principalement un doublet : deux longueurs d'onde voisines  $\lambda_1 = \lambda_m - \frac{\Delta\lambda}{2} = 589,0 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = \lambda_m + \frac{\Delta\lambda}{2} = 589,6 \text{ nm}$ . on note donc  $\lambda_m = 589,3 \text{ nm}$  la longueur d'onde moyenne du doublet et  $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$  l'écart entre les deux longueurs d'onde du doublet.

L'observation est effectuée en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente, placée en sortie d'interféromètre.

Cette source se comporte (voir chapitre précédent) comme deux sources  $S_1$  et  $S_2$  spatialement confondues émettant respectivement une vibration de longueur d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Les vibrations émises par ces sources sont incohérentes, il faut donc sommer les éclairements (ou intensités lumineuses) :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$$

où  $\mathcal{E}_i(M)$  est donnée par la formule de Fresnel :

$$\mathcal{E}_i(M) = 2\mathcal{E}_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_i} \delta(M) \right) \right)$$

avec  $i = 1$  ou  $2$  et  $\delta(M) = 2n_{air}e \cos(i)$  la différence de marche.

On calcule alors la somme :

On obtient :

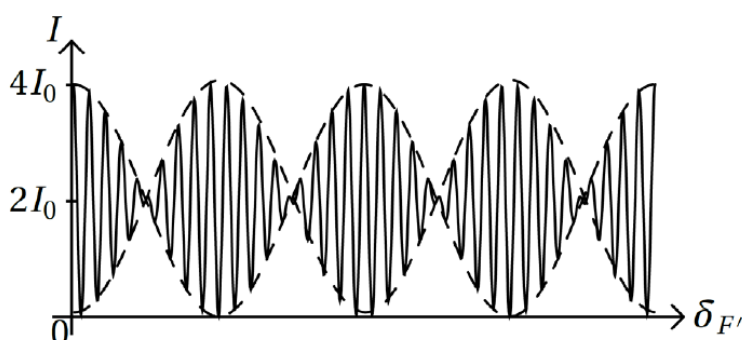
$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left( 1 + \cos \left( \pi \delta(M) \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right) \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_m} \right) \right)$$

On s'intéresse par la suite à l'éclairement en  $F'$ , foyer principal image de la lentille convergente. Ce point étant situé sur l'axe optique, il correspond à un angle d'incidence  $i = 0$  et la différence de marche en ce point s'écrit  $\delta(F') = 2e$ . Cette différence de marche peut, expérimentalement, être modifiée en translatant le miroir  $M_1$ , faisant ainsi varier l'épaisseur de la lame d'air.

L'évolution de l'éclairement en  $F'$ , en fonction de la différence de marche, est gouvernée par deux cosinus :

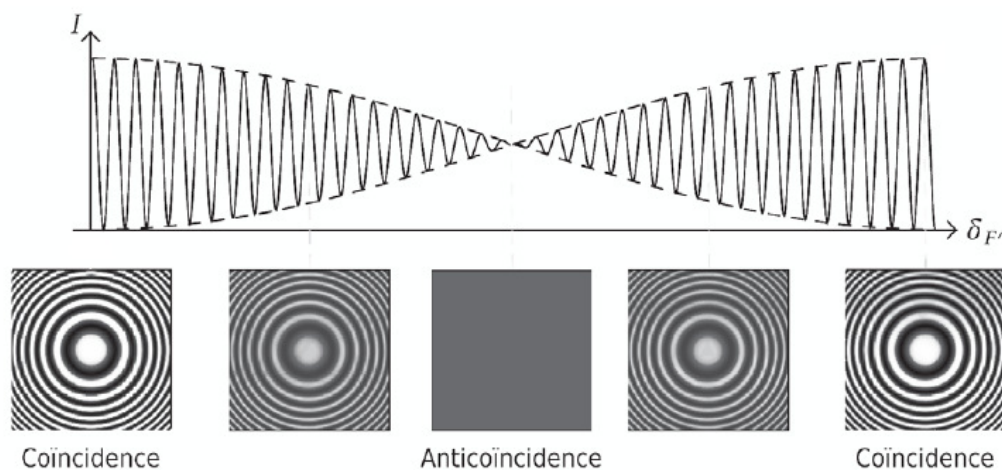
- un terme "rapide", dont la période spatiale est  $\lambda_m$ , qui correspond à un terme d'interférence à la longueur d'onde moyenne  $\lambda_m$
- un terme "lent", dont la période spatiale est  $\frac{2\lambda_m^2}{\Delta\lambda} \gg \lambda_m$  qui correspond à une modulation du terme d'interférences, modifiant l'amplitude des interférences, c'est le *terme d'enveloppe*.

L'éclairement est représenté ci-dessous ( $I$  est l'intensité lumineuse, égale à l'éclairement).



#### A RETENIR

Dans le cas d'une source présentant un spectre sous forme d'un doublet, l'amplitude du terme d'interférences dans l'éclairement est modulé par une enveloppe sinusoïdale. Il y a périodiquement brouillage de la figure d'interférences lorsque la différence de marche est augmentée, on parle d'**anticoïncidences**.



Chaque anticoïncidence correspond à une annulation du terme d'enveloppe lorsque l'épaisseur de la lame d'air augmente. Ce phénomène peut être utilisé pour mesurer l'écart en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  du doublet. Le terme d'enveloppe s'annule lorsque :

## — A RETENIR —

**Mesure de l'écart en longueur d'onde d'un doublet.**

En mesurant simplement la distance de translation du miroir  $M_1$ ,  $\Delta e = e_{k+1} - e_k$  entre deux antioïncidences successives, on peut déduire l'écart en longueur d'onde du doublet

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta e}$$

**III - Utilisation en coin d'air**

Dans cette configuration, appelée " coin d'air ", les miroirs ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) font entre eux un petit angle  $\alpha$  et l'épaisseur  $e$  est très petite : les deux miroirs sont à égale distance de ( $Sp$ ).

Dans le cadre du programme, on se limite au cas où l'interféromètre est éclairé par une source en incidence quasi normale et où l'angle  $\alpha$  est très petit ( $\alpha \ll 1$  rad).

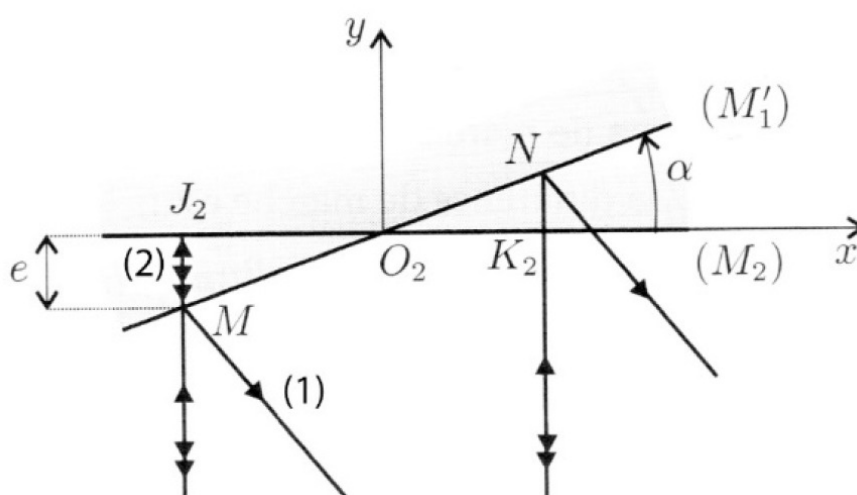
**1) Équivalence à un coin d'air**

Après symétrie par la lame séparatrice, le schéma équivalent de l'interféromètre de Michelson montre que le miroir  $M'_1$  et  $M_2$  forment un dièdre d'angle  $\alpha$ . Ce dièdre ressemble à un coin d'air, d'où le nom donné à la configuration.

**2) Différence de marche et forme de la figure d'interférences**

## — A RETENIR —

**Localisation des franges** : dans une configuration en coin d'air et éclairé en **incidence normale**, les franges sont localisées au voisinage des miroirs.





$$\delta(M) = 2e \approx 2\alpha x$$

Une frange d'interférence correspond à une valeur de  $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$  constante, c'est-à-dire à une épaisseur du coin d'air traversée par  $e$  fixée. On parle de **franges d'égale épaisseur**.

**Remarque :** On peut déterminer l'interfrange  $i_f$  au niveau des miroirs. La position  $x_k$  de la frange  $k$  est donnée par :  $p(M) = \frac{2\alpha x_k}{\lambda_0} = k$  soit  $x_k = k \frac{\lambda_0}{2\alpha}$  avec  $k$  entier relatif.

$i_f = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$ . Les franges sont d'autant plus resserrées que l'angle  $\alpha$  est important.



$$\alpha = 2,3 \cdot 10^{-3}^\circ, \lambda = 632,8 \text{ nm} \Rightarrow i_f = 8 \text{ mm}$$



$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-3}^\circ, \lambda = 632,8 \text{ nm} \Rightarrow i_f = 16 \text{ mm}$$

### 3) Effet d'une lame de verre

Le montage est celui d'un coin d'air. Il faut tout d'abord obtenir les franges du coin d'air en lumière blanche. On lit la valeur de la position  $X_1$  correspondante pour le miroir  $M_1$ .

Introduire, dans le bras 2 par exemple, une lame de verre orthogonale au faisceau lumineux de manière à ce qu'elle ne cache qu'une partie du faisceau et que son image coupe les franges irisées observées sur l'écran.

On observe l'écran. Là où la lame est introduite sur le parcours de la lumière, les interférences ont disparu. Ceci est dû à ce que la lame de verre augmente le chemin optique dans le bras où elle se trouve (ici le bras 2).

On chariote en augmentant la longueur de l'autre bras (donc on déplace ( $M_1$ )) jusqu'à ce que les interférences réapparaissent sur l'écran dans la zone où elles avaient précédemment disparues. On note la valeur  $X_2$ .

La lame de verre d'épaisseur  $e_v$  a introduit une différence de chemin optique égal à  $2(n-1)e_v$  et la translation du miroir mobile a augmenté le parcours dans ce bras de  $2(X_2 - X_1)$ . Ces chemins optiques étant égaux, nous avons :

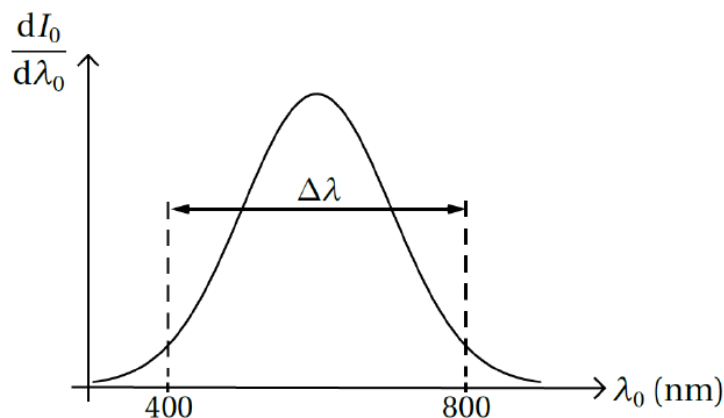
$$n = 1 + \frac{X_2 - X_1}{e_v}$$

### 4) Observation en lumière blanche

#### a) Généralités

La lumière blanche est une source polychromatique dont la densité spectrale d'intensité (voir ci-dessous) est centrée en  $\lambda_m = 600 \text{ nm}$ , et dont la largeur spectrale est  $\Delta\lambda \approx 400 \text{ nm}$ . Après passage dans un interféromètre introduisant une différence de marche  $\delta(M)$ , l'intensité sur l'écran est la somme continue des intensités des différentes composantes en longueur d'onde :

$$I = \int dI_0(\lambda_0) \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right)$$

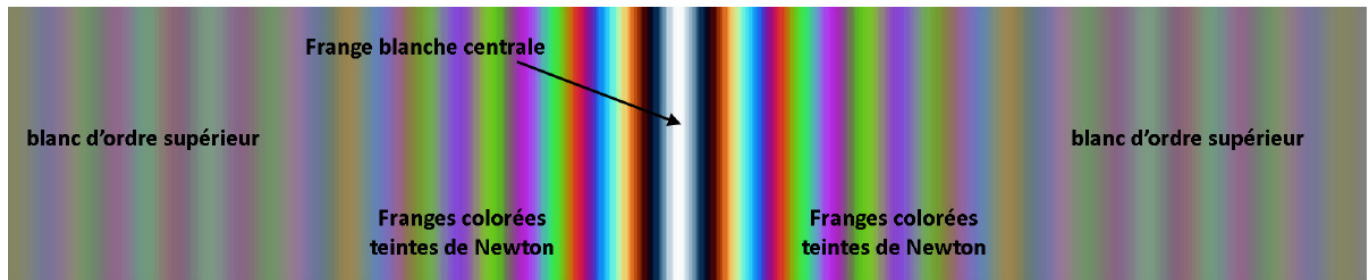


Dans le cas des interférences en lumière blanche, on s'intéresse aussi à la comparaison de l'influence relative des différentes longueurs d'onde dans le spectre de la lumière sur l'écran. Pour caractériser cela, on utilise la *densité spectrale d'intensité* au niveau de l'écran  $\frac{dI}{d\lambda_0}$ . Cette densité spectrale s'écrit :

$$\frac{dI}{d\lambda_0} = \frac{dI_0}{d\lambda_0} \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right) = I_{int}(\lambda_0) \frac{dI_0}{d\lambda_0}$$

où  $\frac{dI_0}{d\lambda_0}$  est la densité spectrale de la source de lumière blanche. Pour mesurer la répartition spectrale au niveau de l'écran, il convient d'utiliser un spectroscopie. Sans gros calcul, on peut imaginer que la répartition spectrale de la lumière sur l'écran est différente de la répartition spectrale de la source à cause des variations de la *fonction d'interférences*  $I_{int}(\lambda_0)$  : les longueurs d'onde telles que  $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$  est entier sont renforcées, alors que celles telles que  $p(M)$  est demi entier sont "éteintes".

### b) Observations et interprétation

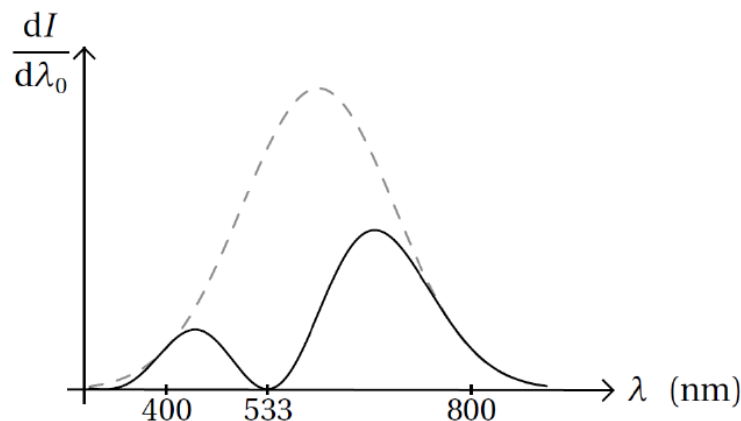


#### Observations :

- Sur l'arête du dièdre ( $x = 0$ ), on observe une frange brillante blanche ; au spectroscopie, on vérifie qu'il s'agit du même blanc que la source.
- Au voisinage de cette frange, on observe quelques franges irisées.
- Plus loin, on observe un éclairement blanc ; au spectroscopie, on vérifie qu'il ne s'agit pas du même blanc que celui de la source ; en particulier, il existe des raies noires dans tout le spectre continu, qu'on appelle **cannelures**. On dit alors que le spectre est un spectre cannelé. Le blanc qui est observé correspond à un *blanc d'ordre supérieur*.

#### Interprétation :

- En  $x = 0$ , la différence de marche vaut  $\delta(M) = 0$  et donc l'ordre d'interférences  $p(M) = 0$  pour toutes les longueurs d'onde. ainsi la fonction d'interférences  $I_{int}(\lambda_0)$  vaut 2 pour toutes les longueurs d'onde, ce qui assure que le blanc sur l'écran est le même que le blanc de la source.
- Pour  $x \approx 0$  l'ordre d'interférences  $p(M)$  est faible et varie peu lorsque  $\lambda_0$  décrit tout le spectre de la source. Ci-dessous on donne la répartition spectrale de la source (pointillés) et sur l'écran en un point où  $p(400 \text{ nm}) = 2$ ,  $p(800 \text{ nm}) = 1$  et  $p(533 \text{ nm}) = 1,5$  : le bleu et le rouge sont donc renforcés sur l'écran, alors que le vert est éteint. On voit alors une raie colorée rouge-violet.



- Pour  $x$  grand devant l'interfrange, l'ordre d'interférences  $p(M)$  est élevé et varie beaucoup lorsque  $\lambda_0$  décrit le spectre de la lumière blanche. Ci-dessous on donne un exemple de répartition spectrale de la source (pointillés) et de la lumière sur l'écran en un point où  $p(400 \text{ nm}) = 20$  : on voit que les raies renforcées sont à peu près équiréparties sur le spectre,

ce qui explique qu'on voit un blanc analogue à celui de la source à l'œil nu. Au spectroscope, on voit apparaître des cannelures pour chaque valeur de  $\lambda_0$  pour lesquelles  $p$  est demi entier.

