

Le choix du sujet est libre et doit être conditionné au type de concours visé. Les 5/2 peuvent aborder les 2 problèmes

Problème 1 - Traitement thermique de cartes électroniques (d'après e3a)

1) Préliminaires : la conduction thermique

a) La conduction thermique unidimensionnelle

On considère un matériau solide homogène de conductivité thermique λ , de masse volumique ρ et de capacité thermique massique c (λ , c , ρ sont supposés constants).

Il règne dans ce milieu un gradient de température, dirigé selon l'axe Ox , de sorte que la température en un point d'abscisse x , à l'instant t est $T(x, t)$. On suppose que le milieu évolue à pression constante. On considère ici un système entre les abscisses x et $x + dx$ de surface perpendiculaire à Ox notée S .

1. Définir en quelques mots le vecteur densité de flux thermique noté $\vec{j}_{th}$. Indiquer quel est son sens et de quelle(s) variable(s) il dépend.
2. Exprimer, à l'aide du vecteur densité de flux thermique, le transfert thermique élémentaire qui traverse pendant dt la surface plane d'aire S à l'abscisse x , que l'on notera δQ_{ent} ; exprimer de même le transfert thermique élémentaire qui traverse pendant dt la surface plane d'aire S à l'abscisse $x + dx$, que l'on notera δQ_{sort} .
3. A l'aide du premier principe de la thermodynamique montrer que l'on obtient :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_{th}}{\partial x} = 0$$

4. Après avoir énoncé la loi de Fourier, l'utiliser pour retrouver l'équation suivante :

$$D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Donner l'expression de D en fonction des données, quelle est son unité dans le système SI? Quelle est sa signification physique?

5. L'équation précédente est-elle invariante lorsque l'on effectue le changement de variables $t \rightarrow -t$? Interpréter physiquement votre réponse.

b) Conduction thermique unidimensionnelle en régime permanent

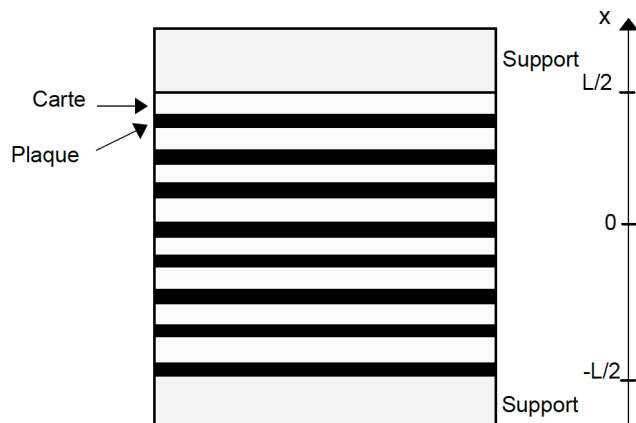
Une plaque plane de conductivité thermique λ , d'épaisseur e et normale à l'axe Ox , sépare deux milieux dont la température est uniforme et constante. Le milieu 1, occupant la région $x < 0$ est à la température T_1 , alors que le milieu 2, remplissant la région $x > e$ est à la température T_2 .

Dans les questions suivantes (6. à 9.), on se place en régime permanent. Dans la plaque, la température est donc seulement une fonction de x .

6. Déterminer la température $T(x)$ qui règne dans la plaque.
7. Calculer le flux thermique Φ transféré depuis le milieu 1 vers le milieu 2, à travers une surface S de la plaque.
8. On fait une analogie électrocinétique, où la température est l'analogue de la tension électrique et le flux thermique l'analogue de l'intensité du courant électrique. Montrer que l'expression obtenue en 6. permet de définir une résistance thermique R_{th} , analogue de la résistance électrique, et l'exprimer en fonction de λ , e et S .
9. Quelles lois d'association de deux résistances thermiques peut-on prévoir sans calcul dans le cas de deux résistances en série? Même question dans le cas de deux résistances en parallèle.

TRAITEMENT THERMIQUE DE CARTES ÉLECTRONIQUES

Une des étapes de la fabrication des cartes supportant les circuits électroniques intégrés consiste à les enduire d'une résine époxy qui durcit à température élevée et sous forte pression. Pour cela, on rassemble les cartes enduites de résine en piles, chacune étant séparée des autres par une plaque métallique.



Toutes les cartes sont planes, ont la même épaisseur e_1 et une conductivité thermique λ_1 . Les plaques métalliques de séparation, planes elles aussi, ont une épaisseur e_2 et une conductivité thermique λ_2 . Les cartes et les plaques ont une aire S . L'ensemble ainsi obtenu, constitué d'un grand nombre de couches, d'épaisseur totale L , est placé entre deux supports qui permettent à la fois de chauffer l'empilement et de soumettre la pile de cartes à la pression élevée nécessaire au durcissement de la résine (voir figure ci-dessus).

Les questions qui suivent ont pour but d'étudier les aspects dynamiques du réchauffage de ces empilements.

On admettra que la résine époxy ne joue aucun rôle dans les transferts et bilans thermiques. Sauf indication contraire, on néglige tout transfert thermique se produisant par les faces latérales des plaques et des cartes. De plus, on suppose que tous les contacts thermiques sont idéaux : la température est continue dans l'empilement.

2) Étude d'un milieu feuilleté - Approximation des milieux continus

Afin d'étudier de façon simplifiée les transferts thermiques, on cherche à représenter le système feuilleté décrit précédemment comme un milieu homogène. Cette partie 2) a pour but de déterminer les caractéristiques de ce milieu équivalent.

10. (a) On considère que les transferts thermiques s'effectuent seulement selon la direction Ox (figure ci-dessus). Déterminer la résistance thermique R_1 , d'une épaisseur e du matériau, de surface S , constituée de N empilements plaque-carte. En déduire que l'empilement est équivalent à une épaisseur e d'un matériau homogène de section S , dont on exprimera la conductivité thermique λ en fonction de, λ_1 , λ_2 , e_1 et e_2 .
- (b) Vérifier la pertinence du résultat sur les 2 cas particuliers suivants $\lambda_1 = \lambda_2$ et $e_1 \ll e_2$.
11. (a) Déterminer de même la conductivité thermique $\lambda_{//}$ du milieu homogène équivalent au milieu feuilleté si l'on considère un transfert thermique parallèle au plan des cartes.
- (b) Vérifier la pertinence du résultat sur les 2 cas particuliers suivants $\lambda_1 = \lambda_2$ et $e_1 \ll e_2$.
12. Pour chaque milieu, on définit les quantités $\Gamma_1 = \rho_1 c_1$ et $\Gamma_2 = \rho_2 c_2$. Montrer que $\Gamma = \frac{e_1 \Gamma_1 + e_2 \Gamma_2}{e_1 + e_2}$ pour le milieu homogène équivalent.
13. *Application numérique* : On donne
 - cartes : $\rho_1 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $c_1 = 1500 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\lambda_1 = 0,3 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $e_1 = 2,5 \text{ mm}$
 - plaques métalliques : $\rho_2 = 8000 \text{ kg.m}^{-3}$, $c_2 = 480 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\lambda_2 = 12 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $e_2 = 2,5 \text{ mm}$
 Déterminer λ , $\lambda_{//}$ et Γ .

Problème 2 - Taille d'une bactérie aérobie (d'après CCS)

On étudie les conditions de survie d'une bactérie aérobie dans un lac de très grande taille à la température de 297 K. Pour vivre, elle a besoin de consommer le dioxygène dissous dans l'eau au voisinage de sa surface.

La bactérie est modélisée par une sphère de centre fixe O, de rayon R , sa masse volumique est assimilée à celle de l'eau. On se place en régime stationnaire et on note $n(r)$ la densité particulière, exprimée en m^{-3} , du dioxygène dissous à la distance

r du centre O. La diffusion du dioxygène dans l'eau obéit à la loi de Fick avec un coefficient de diffusion $D = 2.10^{-9} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. Loin de la bactérie, la concentration molaire volumique du dioxygène dissous dans le lac vaut $c_0 = 0,2 \text{ mol.m}^{-3}$.

On admet que la consommation en oxygène de la bactérie est proportionnelle à sa masse et on introduit le taux horaire $\mathcal{A}$ de consommation de dioxygène par unité de masse, mesuré en $\text{mol.kg}^{-1}.\text{s}^{-1}$.

On rappelle la valeur de la constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

1) Densité particulière en dioxygène au voisinage de la bactérie

1. Rappeler la loi de Fick reliant le vecteur densité de courant particulière $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$ à la densité particulière $n(r)$.
2. Exprimer $\phi(r)$ le nombre de molécules de dioxygène entrant par unité de temps dans une sphère de rayon r ($r > R$) en fonction de $j(r)$ et de r . Justifier que $\phi(r)$ ne dépend pas, dans le cas étudié, du rayon de la sphère considérée.
3. Déterminer l'expression de la densité particulière n_1 en dioxygène dissous sur la surface extérieure de la bactérie ($n_1 = n(R^+)$) en fonction de ϕ , D , R , $\mathcal{N}_A$ et de la concentration molaire volumique c_0 de dioxygène à grande distance de la bactérie.

2) Taille critique de la bactérie

1. Exprimer ϕ en fonction de $\mathcal{N}_A$, $\mathcal{A}$, de la masse volumique μ et du rayon R de la bactérie.
2. En déduire l'expression de n_1 en fonction de μ , $\mathcal{A}$, R , D , $\mathcal{N}_A$ et c_0 .
Commenter la variation de n_1 en fonction du rayon de la bactérie.
3. Quelle inégalité doit vérifier n_1 afin que la bactérie ne suffoque pas ? En déduire l'expression R_c du rayon critique d'une bactérie aérobie en fonction de D , c_0 , μ et $\mathcal{A}$. Vérifier l'homogénéité du résultat. Calculer numériquement R_c sachant que $\mathcal{A} = 0,02 \text{ mol.kg}^{-1}.\text{s}^{-1}$. Comparer ce résultat à la dimension caractéristique $R = 1 \mu\text{m}$ de la bactérie E. coli.
4. Pour une bactérie sphérique de rayon critique R_c , calculer la valeur numérique du nombre total de molécules de dioxygène consommées par unité de temps.

FIN DE L'ÉNONCÉ