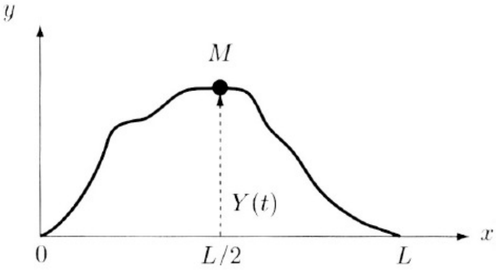
Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. $\boxed{\textit{Encadrer}}$ *les résultats.*

Problème 1 - Corde plombée

La corde représentée ci-dessous est plombée en son milieu M par une masse m. On néglige la pesanteur, et la corde, fixée à ses deux extrémités, est tendue avec la tension T_0 quand l'ensemble est au repos.



1. L'élongation dans les deux parties de la corde s'écrit :
   - pour $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$, $y(x,t) = y_1(x,t) = A_1 \sin(kx)\cos(\omega t)$
   - pour $\frac{L}{2} \leq x \leq L$, $y(x,t) = y_2(x,t) = A_2 \sin(k(L-x))\cos(\omega t)$

   avec $\omega = kc$

   En déduire le système d'équations que vérifient les amplitudes A_1 et A_2 :

$$\left\{\begin{array}{c} (A_1 - A_2)\sin\left(k\frac{L}{2}\right) = 0 \\ mA_1\omega^2 \sin\left(k\frac{L}{2}\right) = kT_0(A_1 + A_2)\cos\left(k\frac{L}{2}\right) \end{array}\right.$$

2. Le système d'équations présente plusieurs solutions que nous allons étudier :

   (a) si $kL = 2n\pi$, conclure sur la position de la masse,

   (b) si $kL \neq 2n\pi$, déterminer en particulier les pulsations propres de la corde et étudier les cas limites $m \ll \mu L$ et $m \gg \mu L$.

Problème 2 : Son et audition (d'après CCS)

L'oreille se compose de trois parties : l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne. Les deux premières assurent le transfert des ondes sonores à l'oreille interne. L'oreille interne, ou cochlée, transforme ce stimulus en influx nerveux

Ondes acoustiques et oreille externe

a) Équations des ondes acoustiques

On s'intéresse à la propagation unidimensionnelle (selon Ox) d'ondes sonores dans un fluide. Un fluide, supposé parfait et soumis aux seules forces de pression, est caractérisé à l'équilibre par des valeurs uniformes P_0 de la pression et ρ_0 de la masse volumique. Du point de vue thermodynamique, ses évolutions sont considérées comme isentropiques, auxquelles correspond le coefficient de compressibilité χ_s. Le passage d'une sonore crée une perturbation et le fluide se déplace en de petits mouvements autour de l'équilibre, les champs de pression et de masse volumique devenant : $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$ et $\rho(x,t) = \rho_0 + \mu(x,t)$. Le champ des vitesses du fluide sera noté $\vec{v}(x,t) = v(x,t)\vec{u}_x$.

1. Qu'appelle-t-on approximation acoustique ? Quel est l'ordre de grandeur de la surpression p pour des ondes acoustiques dans l'air ?
2. Écrire et linéariser les équations locales de la mécanique des fluides et l'équation traduisant l'hypothèse thermodynamique effectuée. Établir l'équation de propagation des ondes acoustiques pour la surpression. Quelle est la célérité c de ces ondes ?
3. Dans le modèle du gaz parfait, établir la loi de variation de la célérité avec la température. Calculer c dans l'air dans les conditions normales de pression ($P_0 = 1,0.10^5$ Pa) à la température de 290 K.
4. La célérité des ondes acoustiques dans l'eau est de l'ordre de 1500 m.s^{-1}. Qu'est ce qui peut expliquer cette différence par rapport à celle trouvée dans l'air ?

5. Alors que l'on n'a aucun problème à localiser l'origine d'un son aérien, on est incapable, la tête sous l'eau, de déterminer dans quelle direction se situe un bateau dont on entend le bruit d'hélice. Pourquoi ?
6. À partir des mêmes équations précédentes, on peut établir l'équation

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho_0 v^2 + \frac{1}{2}\chi_s p^2\right) + \mathrm{div}\,(p\vec{v}) = 0$$

Quelle est la signification physique de cette équation ? Identifier et interpréter chacun de ses termes. Que représente notamment le flux de $p\vec{v}$ à travers une surface ? Citer une équation analogue dans un autre domaine de la physique.

b) Impédance et intensité acoustique

7. On considère une onde plane progressive pour laquelle la surpression et la valeur algébrique de la vitesse des particules de fluide dans la direction de propagation ne dépendent que de la variable $t - \frac{x}{c}$ et s'écrivent donc sous la forme $p(x,t) = p\left(t - \frac{x}{c}\right)$ et $v(x,t) = v\left(t - \frac{x}{c}\right)$. On définit l'impédance acoustique liée à une telle onde comme le quotient $Z = \frac{p}{v}$. Dans un fluide illimité, montrer que cette impédance ne dépend que des caractéristiques du fluide et l'exprimer en fonction de la masse volumique ρ_0 et de la célérité c. Calculer Z pour l'air et pour l'eau dans les conditions des questions précédentes.
8. On considère maintenant une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω : $\underline{p}(x,t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$. On définit l'intensité d'une onde acoustique par la valeur moyenne de la norme du vecteur $p\vec{v}$. Exprimer l'intensité I de cette onde en fonction de p_0, ρ_0 et c.
9. On définit le niveau d'intensité acoustique en dB comme $I_{\mathrm{dB}} = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, où I_0 est l'intensité acoustique correspondant au seuil d'audition. Quelle serait l'amplitude de déplacement de l'onde sonore incidente au seuil d'audition et au seuil de la douleur pour un son de fréquence 440 Hz ?

FIN DE L'ÉNONCÉ