

## Introduction

L'objet de ce chapitre est d'étudier des machines thermiques réelles et de décrire l'évolution d'un fluide en écoulement au travers des différentes parties d'une machine. Ce chapitre de thermodynamique industrielle s'inscrit dans le prolongement naturel de la partie sur les machines thermiques abordée dans le cadre du programme de première année.

Après avoir établi les premier et second principes de la thermodynamique en système ouvert, nous étudierons à l'aide de diagrammes enthalpiques et entropiques des machines thermiques réelles telles qu'une machine à vapeur (machine motrice) ou qu'une machine à fluide condensable (machine réceptrice).

### Table des matières

|                                                                                  |          |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>I - Présentation de la situation et notations</b>                             | <b>1</b> |
| 1) Rappels de Sup : cas d'un système fermé . . . . .                             | 1        |
| 2) Fluide en écoulement stationnaire : schéma, hypothèses et notations . . . . . | 2        |
| <b>II - Bilans dans un système ouvert en régime permanent</b>                    | <b>3</b> |
| 1) Bilan de masse . . . . .                                                      | 3        |
| 2) Premier principe . . . . .                                                    | 3        |
| 3) Deuxième principe . . . . .                                                   | 3        |
| <b>III Diagrammes (T,s) et (P,h) et application</b>                              | <b>3</b> |
| 1) Intérêt des diagrammes . . . . .                                              | 3        |
| 2) Diagramme (P,h) . . . . .                                                     | 3        |
| 3) Diagramme (T,s) . . . . .                                                     | 4        |
| 4) Application : machine à vapeur (cycle de Rankine) . . . . .                   | 5        |

## I - Présentation de la situation et notations

### 1) Rappels de Sup : cas d'un système fermé

#### Définition :

Une **machine thermique** est un système thermodynamique ( $\Sigma$ ) capable de transformer une énergie thermique en une énergie mécanique (ou réciproquement.).

#### Définition :

Une **machine thermique cyclique** est un système thermodynamique ( $\Sigma$ ) mis en contact avec des sources de chaleur capable de convertir une énergie thermique en une énergie mécanique (ou réciproquement) lors de transformations cycliques.

#### Premier Principe

Pour toute transformation d'un système thermodynamique fermé subissant une transformation quelconque entre 2 états d'équilibre au cours de laquelle le système reçoit du milieu extérieur le travail  $W$  et le transfert thermique  $Q$ , il existe une fonction d'état  $U$  appelée *énergie interne* et qui possède les propriétés suivantes :

- $U$  est extensive
- On a le bilan énergétique suivant :

$$\Delta(U + E_m) = W + Q$$

#### Commentaires :

- $U$  est une fonction d'état.  $U(T, V, n)$ . Si le système est fermé,  $n = \text{cte}$ , soit  $U(T, V)$ .

$$dU = C_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

- Pour un système isolé :  $W = 0$  et  $Q = 0$ . Soit :
- Dans la plupart des cas, (sauf pour un fluide en écoulement)  $\Delta E_m$  est négligeable et le Premier Principe prend alors sa forme la + usuelle :

$$\Delta U = W + Q$$

- $U$  : fonction d'état  $\Rightarrow \Delta U$  ne dépend pas du chemin suivi au cours de la transformation, mais seulement de l'état initial et final  $\Rightarrow W + Q$  ne dépend pas du chemin suivi. Or  $W$  en dépend donc  $Q$  en dépend.
- Premier Principe pour une transformation élémentaire :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

— Pour une transformation monobare, le premier principe s'écrit plus simplement :  $\Delta H = W_{autres} + Q$ , où  $H = U + PV$  est l'enthalpie du système, et  $W_{autres}$  le travail des forces autres que celles de pression.

### Deuxième Principe

Pour tout système thermodynamique fermé, il existe une **fonction d'état**  $S$  appelée *entropie* qui possède les propriétés suivantes :

- $S$  est extensive, c'est-à-dire si  $(\Sigma) = \bigcup_i (\Sigma_i)$ , alors  $S = \sum_i S_i$ .
- La variation d'entropie entre deux états d'équilibre I et F quelconques ne dépend que des ces deux états et pas de la transformation. Elle est composée de deux termes qui dépendent, eux, de la transformation :

$$\Delta(S) = S_e + S_c$$

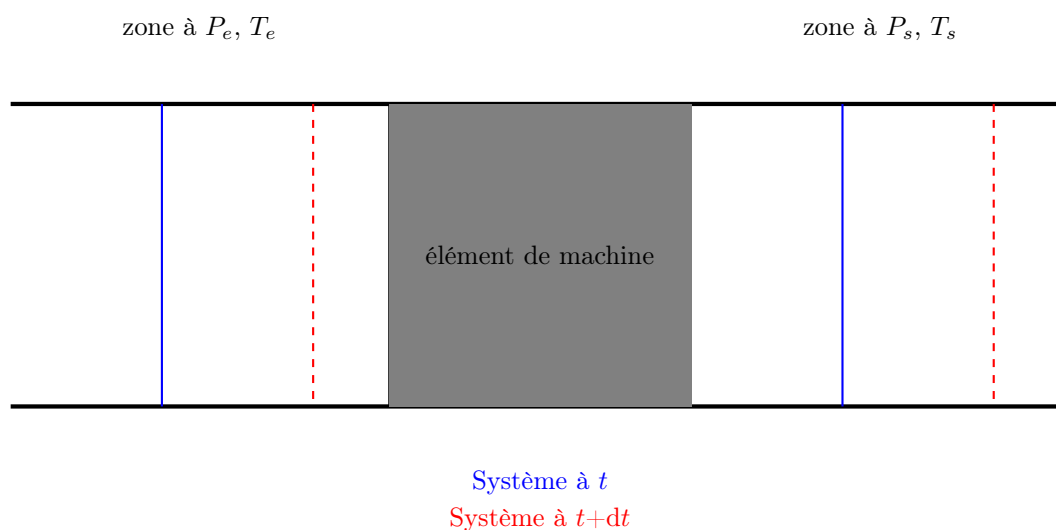
### RAPPEL

L'unité SI des température est le Kelvin (dimension fondamentale en Physique). On réservera  $T$  pour les températures en Kelvin, les températures en  $^{\circ}\text{C}$  seront notées  $t$  ou  $\theta$ .

## 2) Fluide en écoulement stationnaire : schéma, hypothèses et notations

On considère un bout de machine thermique. Du fluide est en écoulement permanent, ce qui signifie que l'écoulement est identique à tout instant.

**ATTENTION !!** On a affaire ici à un système ouvert : en permanence il rentre du fluide, et en permanence il en ressort. On va chercher à se ramener à un système fermé entre 2 instants proches  $t$  et  $t+dt$ .



Le principe est donc d'estimer la masse, l'énergie interne ou l'entropie du système entre les parois à  $t$  (parois solides) et à  $t + dt$  (parois pointillées).

Le *volume de contrôle* correspond à la zone commune au système aux deux instants. Les grandeurs du volume de contrôle **ne dépendent pas du temps**, car l'écoulement est permanent. On le note  $\Sigma$ .

On note ABCD le système à l'instant  $t$  et A'B'C'D' à  $t + dt$ . On note  $dm_e$  la masse du petit volume en entrée (délimité par ABA'B')  $\rho_e$  la masse volumique en entrée et  $S_e$  la section en entrée,  $dV_e$  son volume et  $dm_s$  la masse du petit volume en sortie (délimité par CDC'D')  $\rho_s$  la masse volumique en sortie et  $S_s$  la section en sortie,  $dV_s$  son volume.

L'altitude de l'entrée est notée  $z_e$  et peut être différente de l'altitude de sortie, notée  $z_s$ .

La vitesse du fluide en entrée est notée  $c_e$  et peut être différente de celle en sortie notée  $c_s$ .

## II - Bilans dans un système ouvert en régime permanent

### 1) Bilan de masse

Dans cette partie, on réalise le bilan de masse au niveau du système ouvert.

Masse du système à  $t$  :

Masse du système à  $t + dt$  :

Conséquence :

$$D_{m,e} = \frac{dm_e}{dt} = \frac{dm_s}{dt} = D_{v,s}$$

Conservation du débit massique.

### 2) Premier principe

On estime ici le bilan d'énergie totale du système.

$U + E_m$  à  $t$  :

$U + E_m$  à  $t + dt$  :

Résultat

$$\Delta(h + e_m) = w_u + q_u$$

### 3) Deuxième principe

On estime ici le bilan d'entropie du système.

$S$  à  $t$  :

$S$  à  $t + dt$  :

Résultat

$$\Delta(s) = s_e + s_c$$

$s_e = \frac{Q}{T_{th}}$  est l'entropie échangée entre le système et un thermostat (source de chaleur). Pour une machine ditherme  $s_e = \frac{q_f}{T_f} + \frac{q_c}{T_c}$ .

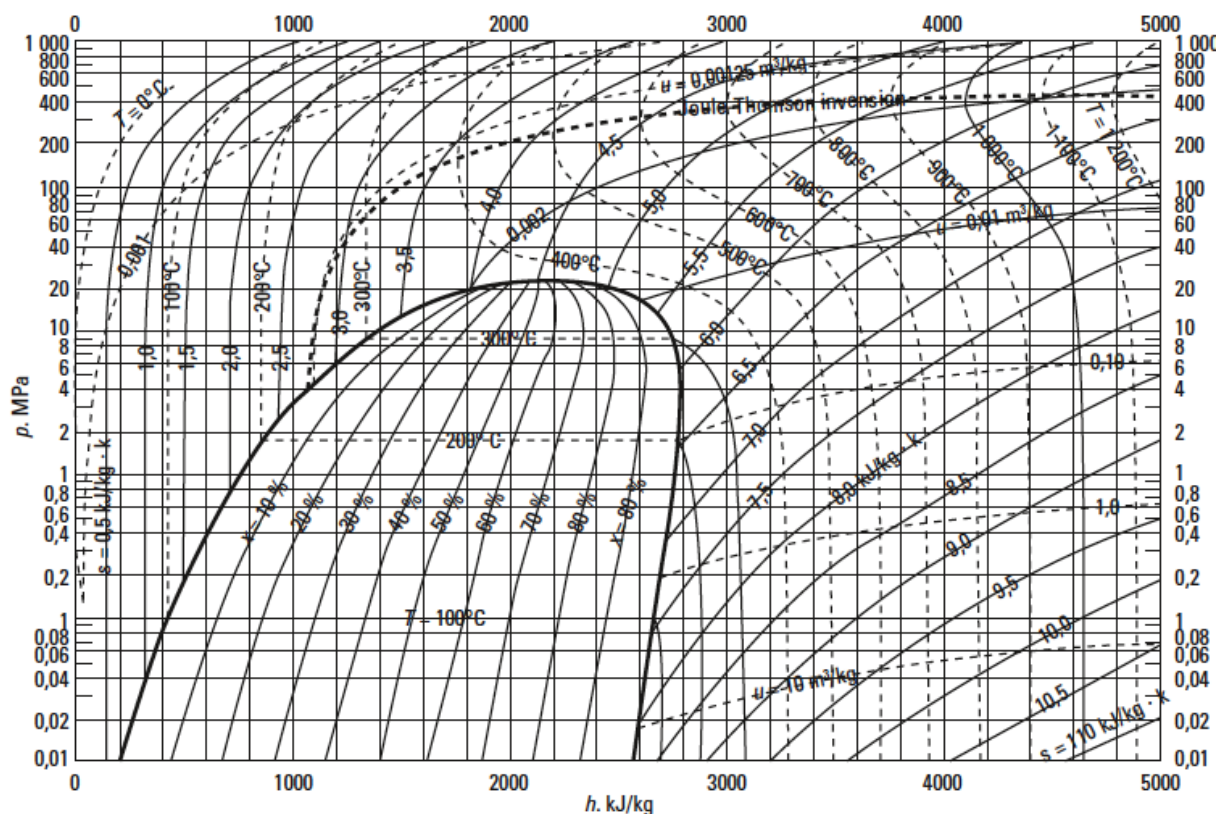
## III - Diagrammes (T,s) et (P,h) et application

### 1) Intérêt des diagrammes

Les deux paragraphes précédents ont mis en évidence deux grandeurs essentielles lorsqu'on étudie des machines thermiques réelles : l'enthalpie massique  $h$  et l'entropie massique  $s$ . Par conséquent, les deux moyens de représentation très utilisés dans la conception de machines sont d'une part le **diagramme enthalpique** qui donne l'enthalpie massique du fluide en fonction du logarithme de la pression et d'autre part le **diagramme entropique** qui représente l'évolution de la température du fluide en fonction de son entropie massique.

### 2) Diagramme (P,h)

Diagramme enthalpique :

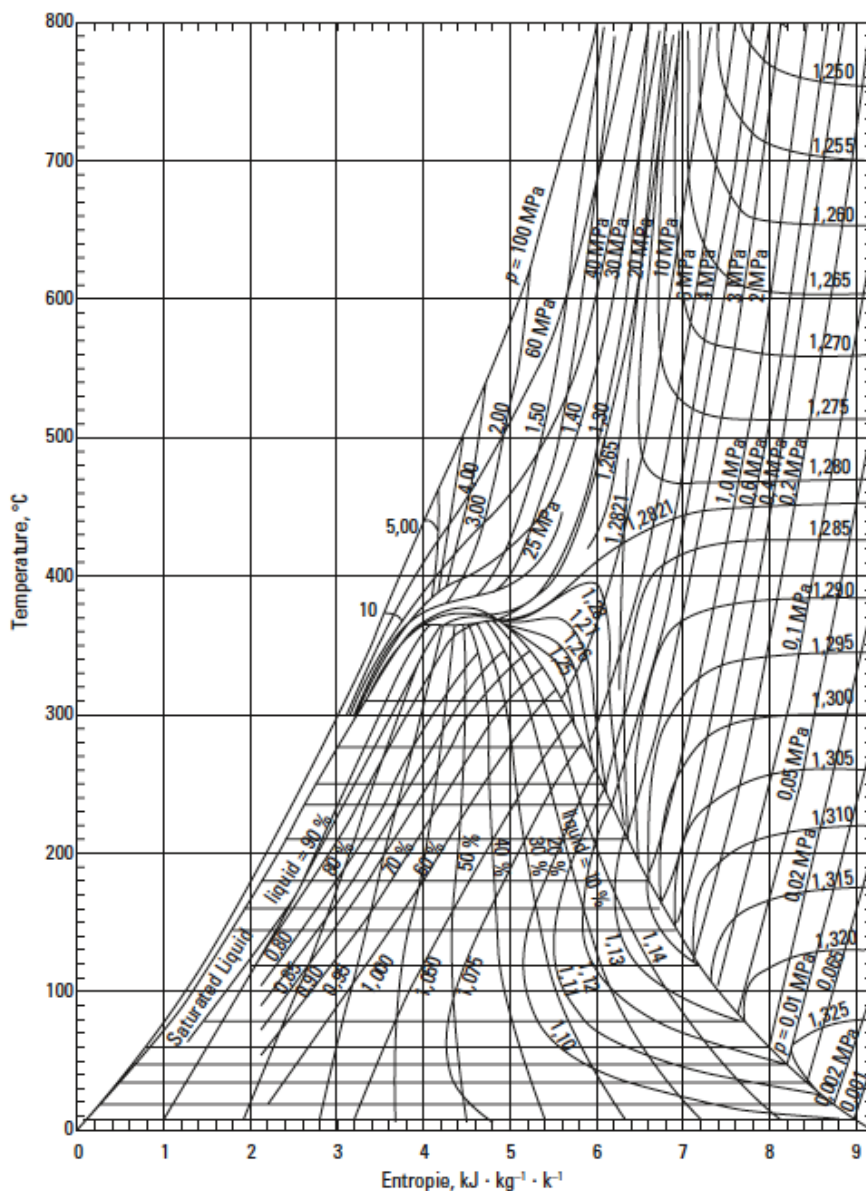


On donne ci-dessus l'exemple du diagramme enthalpique de l'eau. Dans ce diagramme sont représentées la courbe d'ébullition et la courbe de vapeur saturante. La zone liquide est située dans la partie gauche du diagramme et la zone vapeur est située dans la partie droite. Au centre, sous la courbe de saturation, se situe la zone du mélange liquide-vapeur.

Dans ce diagramme, on représente également quelques courbes isothermes, quelques courbes isentropiques et quelques courbes isotitres.

### 3) Diagramme (T,s)

Diagramme entropique :

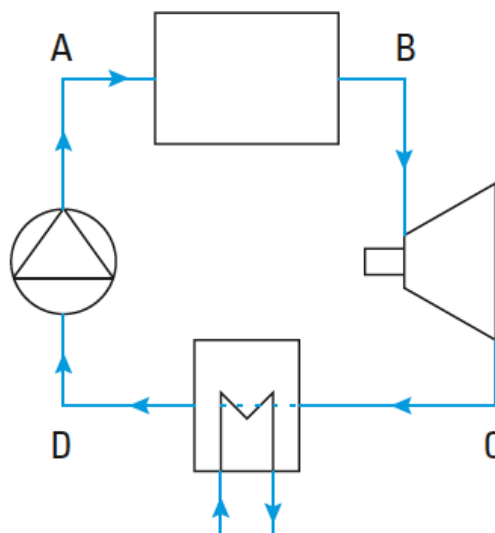


On donne ci-dessus l'exemple du diagramme entropique de l'eau. Dans ce diagramme sont représentées la courbe d'ébullition et la courbe de rosée. Comme pour le diagramme enthalpique, la zone liquide est située dans la partie gauche et la zone vapeur est située dans la partie droite. Au centre, sous la courbe de saturation, se situe la zone du mélange liquide-vapeur.

Par ailleurs, dans le diagramme entropique sont représentées quelques courbes isobares, quelques courbes isenthalpiques et quelques courbes isotitres.

#### 4) Application : machine à vapeur (cycle de Rankine)

Une machine à vapeur fonctionnant suivant un cycle de Rankine est constituée de quatre organes différents : une pompe, une chaudière, une turbine et un condenseur fonctionnant de manière réversible. Le schéma de la machine est donné ci-dessous.



- **Chauffage (AA'B)**

L'eau liquide initialement à la température  $t_i = 110^\circ\text{C}$  subit deux transformations successives lors de son passage dans la chaudière. La première est un chauffage isochore et isobare qui permet de faire passer la température du liquide de  $t_i$  à  $t_c = 200^\circ\text{C}$ . La seconde consiste en la vaporisation complète du liquide à la température  $t_c$  et à la pression de vapeur saturante  $P_{sat}(t_c)$ .

- **Détente (BC)**

La vapeur juste saturante se détend jusqu'à la pression de vapeur saturante  $P_{sat}(t_f)$  dans la turbine. Un travail massique utile  $w_{BC}$  est alors récupéré par les parties mobiles de la turbine et la transformation est supposée adiabatique et réversible.

Après la détente, une partie de l'eau est sous forme liquide et l'autre partie sous forme vapeur. La fraction massique de l'eau liquide vaut alors  $x_C \approx 0,85$  et la température finale vaut  $t_f = 100^\circ\text{C}$ .

- **Condensation (CD)**

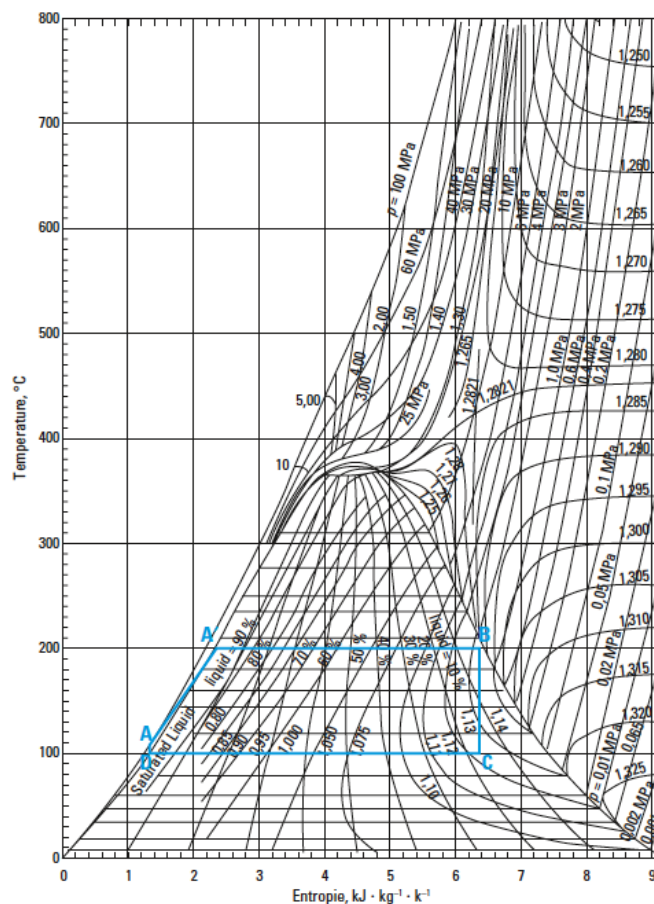
Le mélange diphasique est totalement condensé de façon isobare dans un échangeur à la pression de vapeur saturante  $P_{sat}(t_f)$  et à la température  $t_f$ . À la sortie du condenseur, toute l'eau est sous forme liquide.

- **Compression (DA)**

La pompe comprime et entraîne le liquide. Cette compression est supposée adiabatique et réversible donc isentropique.

Après cette transformation, la température du liquide est passée de  $t_f$  à  $t_i$ .

Le cycle de transformations est représenté dans le diagramme entropique ci-dessous. Il est composé de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isobares. Ce cycle est appelé **cycle de Rankine**.



## Efficacité

### RAPPELS DE SUP

On parle de rendement (noté  $r$ ) pour le moteur, et d'efficacité (noté  $\eta$ ) pour une machine frigorifique ou une pompe à chaleur.

le rendement ou l'efficacité d'une machine ditherme est le rapport suivant, défini sur un cycle :

$$r \text{ ou } \eta = \frac{\text{grandeur énergétique utile (ou valorisable)}}{\text{grandeur énergétique coûteuse}}$$

Le rendement (ou l'efficacité) de Carnot correspond au rendement (à l'efficacité) maximal(e) possible pour une machine ditherme donnée. Il (elle) correspond au rendement (à l'efficacité) d'une machine thermique dont le fluide subit un *cycle de Carnot* (2 isothermes à  $T_f$  et  $T_c$  et 2 adiabatiques réversibles).

Le rendement de Carnot d'un moteur est alors  $r_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ , l'efficacité d'une machine frigorifique/pompe à chaleur est  $\eta_c = \frac{\text{température de la source intéressante}}{\text{différence des températures}}$

On utilise la définition de l'efficacité. Sachant que l'énergie dépensée est toujours égale au transfert thermique  $q_{AB}$  fourni au fluide par la chaudière et sachant que l'énergie utile est environ égale au travail  $w_{BC}$  récupéré au niveau des pales de la turbine, on en déduit que

$$e = -\frac{w_{BC}}{q_{AB}}$$

**Remarque :**

Le travail associé à l'entraînement du fluide par la pompe  $w_{DA}$  est ici négligeable devant le travail  $w_{BC}$  récupéré par les parties mobiles de la turbine. En effet :

$$w_{DA} = \int_{P_{sat}(t_f)}^{P_{sat}(t_c)} v_l dP \approx v_l (P_{sat}(t_c) - P_{sat}(t_f)) = 1,4 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

où  $v_l$  représente le volume massique de l'eau et il est supposé indépendant de la pression puisque l'eau est assimilée à une phase condensée.

**Calcul du travail et du transfert thermique massique**

$\leadsto$  Étude de la chaudière

Système : eau circulant dans la chaudière (ouvert)

Premier principe de la thermodynamique :  $\Delta h_{AB} = w_{AB} + q_{AB}$  ( $\Delta e_m$  négligeable). Les deux transformations sont isobares isothermes,  $w_{AB} = 0$ . On utilise également l'extensivité de la fonction enthalpie :  $\Delta h_{AB} = h_B(T_c) - h_A(T_i) = h_B(T_c) - h_{A'}(T_c) + h_{A'}(T_c) - h_A(T_i)$ . La transformation AA' est le chauffage d'une phase condensée idéalisée :  $h_{A'}(T_c) - h_A(T_i) = c(T_c - T_i)$ , où  $c$  est la capacité thermique massique de l'eau ( $c = 4,18 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ ). Comme les points A et D sont quasi verticaux,  $T_f \approx T_i$  et donc  $h_{A'}(T_c) - h_A(T_i) = c(T_c - T_f)$ .

La seconde transformation est une vaporisation totale de l'eau liquide à  $T_c$ , ainsi :  $h_B(T_c) - h_{A'}(T_c) = \Delta_{vap} h(T_c) = T_c \Delta_{vap} s(T_c)$ . Par lecture graphique, on a au final :

$$q_{AB} = c(T_c - T_f) + s_B(T_c) - s_{A'}(T_c) \approx 2830 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$\leadsto$  Étude de la turbine

Système : eau circulant dans la turbine (ouvert)

La transformation est adiabatique, on a alors  $q_{BC} = 0$  et le premier principe donne  $\Delta h_{BC} = h_C(T_f) - h_B(T_c) = w_{BC}$ . D'après le théorème des moments (Sup), on peut calculer la fraction massique  $x_C$  du liquide à l'aide du diagramme entropique ou enthalpique de l'eau :

$$x_C = \frac{h_{C'}(T_f) - h_C(T_f)}{h_{C'}(T_f) - h_D(T_f)} = \frac{s_{C'}(T_f) - s_C(T_f)}{s_{C'}(T_f) - s_D(T_f)} \approx 0,15$$



où le point C' correspond à l'intersection de la courbe de rosée (vapeur saturante) et de l'horizontale CD.

Au final, le travail récupéré  $w_{BC}$  par les pales de la turbine vaut en utilisant le diagramme enthalpique de l'eau donné plus haut :

$$w_{BC} = h_{C'}(T_f) - h_B(T_c) + x_C [h_D(T_f) - h_{C'}(T_f)] \approx -445 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

En combinant les résultats obtenus dans les différents organes, on obtient l'expression de l'efficacité de la machine à vapeur de Rankine

$$e \approx 16\%$$

On peut comparer ce résultat à l'efficacité de Carnot correspondante (les deux températures sont donc  $T_f$  et  $T_c$ ...) :

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c} \approx 21\%$$

Comme attendu, l'efficacité de la machine à vapeur de Rankine est inférieure à la valeur de l'efficacité de la machine à vapeur de Carnot. En effet, la machine de Rankine n'est pas rigoureusement réversible à la différence de celle de Carnot. Pour améliorer cette efficacité, il est possible de modifier la machine en ajoutant notamment une surchauffe. Cette surchauffe permet d'effectuer la détente BC en milieu sec et elle permet ainsi de protéger la turbine de la corrosion et des phénomènes de cavitation.