

Problème 1 : Une histoire de pistons**1) Compression d'un gaz parfait monoatomique****Problème 1 : QCM (d'après ENAC)****2) Partie 1**

1. B)C)
2. A)D)
3. B)D)
4. D)
5. C)
6. B)C)

3) Partie 2

7. B)C)
8. A)
9. C)
10. B)
11. A)D)
12. C)

4) Partie 3

13. D)
14. C)
15. B)
16. A)
17. B)
18. A)

5) Partie 4

19. B)
20. A)D)
21. B)
22. A)C)
23. B)
24. A)C)

Problème 2 : Le moteur de Stirling, d'après CCINP**1) Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait**

- 1) 1. Masse donnée, $n = 5,0$ mol ; à l'aide de l'équation d'état des GP : $p_1 = 65$ bar ; $p_2 = 130$ bar ; $p_3 = 488$ bar ; $p_4 = 244$ bar

1)2. Diagramme de Clapeyron :

- 1)3. Le gaz est un GP (donc vérifie la première loi de Joule), soit avec les notations de l'énoncé : $\Delta U_{ab} = nC_{vm}(T_b - T_a) = 0$;
 $W_{ab} = nRT \ln \left(\frac{V_a}{V_b} \right)$ (isotherme quasistatique nécessaire) ; à l'aide du PP : $Q_{ab} = -W_{ab} = nRT \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right)$
- 1)4. $\Delta U_{cd} = nC_{vm}(T_d - T_c) = \frac{nR}{\gamma-1}(T_d - T_c)$; sur une isochore $\delta W = 0$, soit $W_{cd} = 0$; en utilisant le PP : $\Delta U_{cd} = Q_{cd} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_d - T_c)$.
- 1)5. $1 \rightarrow 2$: isotherme à T_f de V_M à V_m donc $W_{1 \rightarrow 2} = nRT_f \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right) = nRT_f \ln(2) = 9,02 \text{ kJ}$.
 $2 \rightarrow 3$: isochore donc $W_{2 \rightarrow 3} = 0$.
 $3 \rightarrow 4$: isotherme à T_C de V_m à V_M donc $W_{3 \rightarrow 4} = nRT_C \ln \left(\frac{V_m}{V_M} \right) = -nRT_C \ln(2) = -33,8 \text{ kJ}$.
 $4 \rightarrow 1$: isochore donc $W_{4 \rightarrow 1} = 0$.
- 1)6. $1 \rightarrow 2$: isotherme à T_f de V_M à V_m donc $Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = -9,02 \text{ kJ}$.
 $2 \rightarrow 3$: isochore donc $Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_f) = 89,4 \text{ kJ}$.
 $3 \rightarrow 4$: isotherme à T_C de V_m à V_M donc $Q_{3 \rightarrow 4} = -W_{3 \rightarrow 4} = 33,8 \text{ kJ}$.
 $4 \rightarrow 1$: isochore donc $Q_{4 \rightarrow 1} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_C) = -89,4 \text{ kJ}$.
- 1)7. $2 \rightarrow 3$: échauffement du gaz de T_f à T_C , le transfert thermique $Q_{2 \rightarrow 3}$ ne peut venir que de la source chaude ; de même, le transfert thermique reçu lors de l'isotherme $3 \rightarrow 4$ à T_C provient de la source chaude, donc $Q_C = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} = 123,2 \text{ kJ}$.
 En revanche le transfert thermique $Q_{4 \rightarrow 1}$ lors du refroidissement isochore de T_C à T_f ne peut venir que de la source froide, de même pour $Q_{1 \rightarrow 2}$ lors de la compression isotherme à T_f , donc $Q_f = Q_{4 \rightarrow 1} + Q_{1 \rightarrow 2} = -98,4 \text{ kJ}$.
- 1)8. PP sur le cycle : $-W = Q_C + Q_f$, soit $W = -24,8 \text{ kJ}$, c'est bien un cycle moteur.
- 1)9. $e_{sr} = -\frac{W}{Q_C} = 0,201$
- 1)10. Ok, voir 1)6.
 $Q_{3 \rightarrow 4}$ provient lui-seul de la source chaude, on a alors $Q'_C = Q_{3 \rightarrow 4}$ et la nouvelle efficacité est
- $$e_{sr} = -\frac{W}{Q'_C} = -\frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}}$$
- 1)12. $W_{1 \rightarrow 2} = nRT_f \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)$; $Q_{3 \rightarrow 4} = nRT_C \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right) = -W_{3 \rightarrow 4}$ donc $e = 1 - \frac{T_f}{T_C}$; AN : $e = 0,733$.
- 1)13. On reconnaît l'efficacité (ou rendement, pour un moteur) de Carnot.

2) Régénérateur non idéal : Influence du volume mort du régénérateur (DIFFICILE)

- 2)1. On note S la section (accessible au gaz) du régénérateur. $V_r = S.L$. Dans la tranche de régénérateur comprise entre x et $x+dx$ se trouvent dn moles de gaz à $T(x)$ sous pression p ; l'EE des GP donne $dnRT(x) = pSdx$, soit $dn = \frac{V_r}{L} \frac{p}{RT(x)} dx$.
 On intègre entre 0 et L et $n_r = \frac{pV_r}{RT_r}$; de plus T_r est la moyenne harmonique de $T(x)$ donc $\frac{1}{T_r} = \frac{1}{L} \int \frac{dx}{T(x)}$ et l'intégration donne le résultat.
- 2)2. $T_r = 651 \text{ K}$
- 2)3. $n = n_C + n_r + n_f$, en utilisant l'EE des GP, on trouve $p = \frac{nR}{V_f/T_f + V_r/T_r + V_C/T_C}$
- 2)4. $W = -\int_{V_M}^{V_m} p(V)dV$, où $V_C = 0$. On a p , et on calcule alors l'intégrale : $W = nRT_f \ln((V_M + V'_r)/(V_m + V'_r))$ avec $V'_r = V_r \cdot T_f/T_r$; $W = 8,44 \text{ kJ}$
- 2)5. Sur cette transfo, c'est V_f qui est nul ; on trouve $W = nRT_f \ln((V_m + V''_r)/(V_M + V''_r))$ avec $V''_r = V_r \cdot T_C/T_r$; $W = -26,9 \text{ kJ}$
- 2)6. sur un cycle : $W_{V_r \neq 0} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} = -18,5 \text{ kJ}$; le cycle avec $V_r \neq 0$ fournit donc moins de travail qu'avec $V_r = 0$: on avait trouvé au I.8 -24,8 kJ
- 2)7. Dans le cadre des hypothèses, les transferts thermiques se produisent toujours entre systèmes ayant les mêmes températures locales : ils sont donc réversibles, et il n'y a pas de création d'entropie. Ce cycle reste donc un cycle ditherme réversible, et le rendement reste celui de Carnot du I.13.

3) Perte thermique dans le régénérateur (DIFFICILE)

- 3)1.** x : "fraction de chaleur non échangée dans le régénérateur par le gaz dans la transformation isochore"... Cela doit signifier que, lors par exemple du chauffage isochore de T_f à T_c ($2 \rightarrow 3$), qui nécessite au gaz l'apport de chaleur $Q_{2 \rightarrow 3}$, la fraction $(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$ a effectivement été fournie par le régénérateur, mais que la fraction $xQ_{2 \rightarrow 3}$ a dû être fournie par le thermostat chaud. En revanche, lors du refroidissement isochore de T_c à T_f , le gaz cède $(1-x)Q_{4 \rightarrow 1}$ au régénérateur, et $xQ_{4 \rightarrow 1}$ au thermostat froid.

Les échanges entre le gaz et le régénérateur ne sont pas complets car le transfert du gaz d'un cylindre à l'autre est en réalité trop rapide pour que les échanges thermiques puissent se faire complètement.

- 3)2.** Ici $V_r = 0$, donc $W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} = nR(T_f - T_c) \ln(V_M/V_m)$. En revanche $Q'_C = xQ_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}$. On retrouve bien l'efficacité de l'énoncé avec

$$C_2 = \frac{x}{(\gamma - 1) \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)}$$

- 3)3.** $C_2 = 0,361$ et $e = 0,580$

- 3)4.** Le gaz reçoit du cuivre le transfert $(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$, Cu reçoit donc l'opposé. Donc $m_{Cu}c\Delta T_{Cu} = -(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$ avec $m_{Cu} = \rho V_{Cu}$. On trouve $\Delta T_{Cu} = -38,9$ K