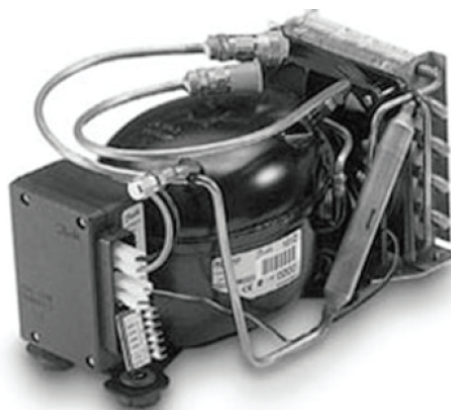


Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. La calculatrice est autorisée. Encadrer les résultats.

MODÉLISATION D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE

Présentation générale

Un des enjeux majeurs de la grande distribution, de l'industrie et du tertiaire dans les années à venir sera de diviser sa consommation d'énergie de moitié. La production frigorifique d'un magasin représente entre 40 et 60 % de la consommation électrique (selon la superficie). La figure 1 montre une implantation. La production de froid doit être efficace malgré toutes les perturbations d'ouverture et de fermeture des portes des congélateurs.



Aujourd'hui, de nouveaux types de machines permettent d'adapter la puissance du compresseur aux besoins de l'installation frigorifique en effectuant un réglage en continu de la vitesse du compresseur. Ce type d'installation permet de gagner jusqu'à 25 % de consommation d'énergie. Le sujet tente de comprendre un modèle simple du cycle frigorifique et de pointer les paramètres affectant l'efficacité thermodynamique de la machine. Le contrôle en vitesse du compresseur permet de commander la puissance thermique soutirée à la source froide (nommée " puissance frigorifique ").

Remarque : dans l'énoncé du sujet, une égalité notée $\stackrel{\text{def}}{=}$ représente une définition.

L'objectif de cette partie est de s'approprier un modèle thermodynamique simple du fonctionnement de la machine et de pointer les facteurs affectant son efficacité. La machine frigorifique est constituée de quatre organes, représentés sur la figure 1.

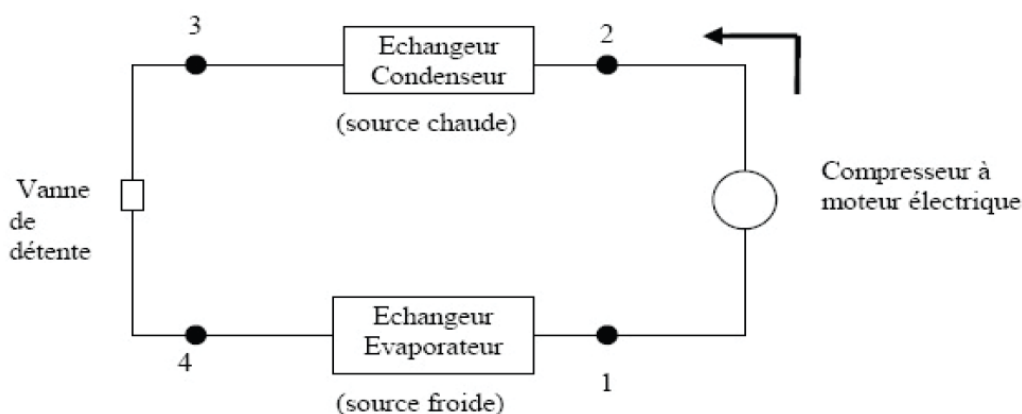


FIGURE 1 – Les quatre organes de la machine frigorifique

Le fluide frigorigène circulant entre les différents organes est le 1,1,1,2-Tétrafluoroéthane, noté " R134a " par la suite.

La figure ?? (page suivante) représente en coordonnées (pression P , enthalpie massique h), les transformations subies par ce fluide au cours d'un cycle :

- 1 $\rightarrow$ 2 : compression isentropique du fluide par le compresseur ;
- 2 $\rightarrow$ 3 : échange thermique isobare à haute pression P_{hp} dans le condenseur ;

- $3 \rightarrow 4$: détente adiabatique dans le détendeur ;
- $4 \rightarrow 1$: échange thermique isobare à basse pression P_{bp} dans l'évaporateur.

En plus du cycle, d'autres courbes apparaissent sur le diagramme :

- la courbe de saturation liquide-vapeur (courbe noire en forme de cloche) ;
- un réseau d'isothermes (courbes en trait plein, tracées à $T = \text{cste}$) ;
- un réseau d'isentropiques (courbes en pointillés, tracées à entropie massiques $s = \text{cste}$) ;
- un réseau d'iso-titres en vapeur à l'intérieur de la courbe de saturation (courbes en pointillés tracées à l'intérieur de la courbe de saturation, à titre en vapeur $x = \text{cste}$).

À l'intérieur de la courbe de saturation, le fluide est diphasé liquide-vapeur. À gauche de la courbe de saturation, le fluide est liquide. À droite, le fluide est gazeux.

Remarque : seul le début des courbes isothermes est représenté dans les domaines situés à gauche et à l'intérieur de la courbe de saturation. Cela permet d'alléger le diagramme, les isothermes étant horizontales à l'intérieur de la courbe de saturation et verticales à sa gauche.

Document : quelques propriétés du fluide R134a

— Masse volumique aux différents points du cycle (en kg.m^{-3}) :

$$\mu_1 = 4,2 \quad \mu_2 = 44,5 \quad \mu_3 = 1,3.10^3 \quad \mu_4 = 12,5$$

— Ordre de grandeur de capacités thermiques massiques du R134a : $c_P \approx c_V \approx 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (valable pour la phase liquide et pour la phase vapeur).

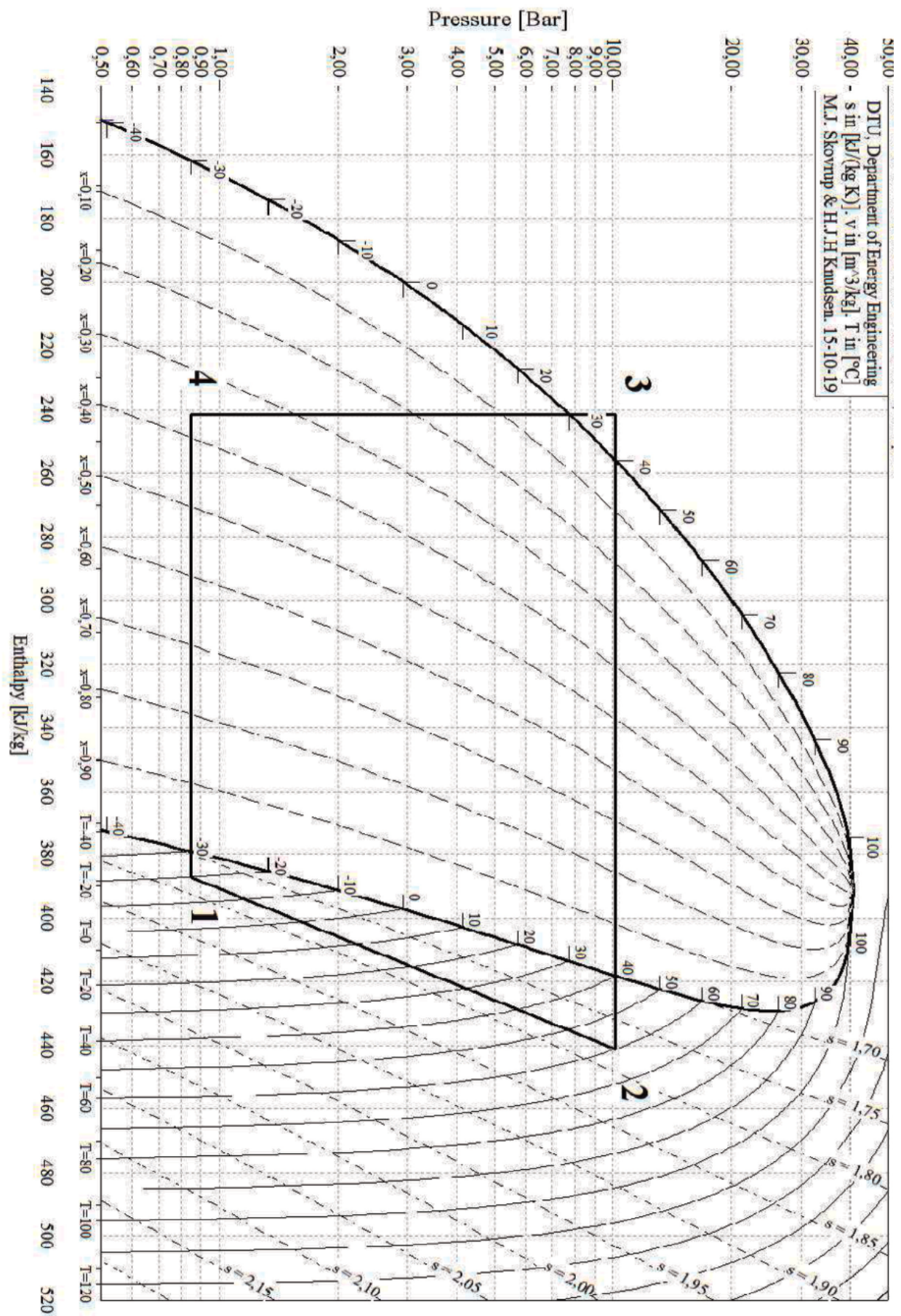


FIGURE 2 – Cycle subi par le fluide R134a, en coordonnées Pression Enthalpie massique

On rappelle l'expression du premier principe de la thermodynamique en écoulement stationnaire appliqué à un système ouvert :

$$\Delta \left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz \right) = w + q$$

On rappelle aussi l'expression du deuxième principe de la thermodynamique en écoulement stationnaire :

$$\Delta s = s_e + s_c(2)$$

On rappelle enfin la définition du titre en vapeur d'un corps diphasé liquide-vapeur :

$$x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m_{vap}}{m_{liq} + m_{vap}}$$

Notations : les grandeurs associées à l'état 1 du cycle sont indicées "1". Les quantités échangées entre le fluide et l'extérieur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$ sont indicées par "12".

Exemples : enthalpie massique h_1 et travail massique utile w_{12} .

On peut en déduire les autres notations.

1) Questions préalables sur le principe de fonctionnement d'une machine frigorifique

Le principe d'une machine frigorifique ditherme est le suivant : " Un fluide frigorigène circule entre les différents organes de la machine. Mis en mouvement par le compresseur, ce fluide refroidit la source froide et réchauffe la source chaude. "

1. Donner et justifier les signes des quantités algébriques suivantes : w_{12} , q_{23} et q_{41} .
2. Lors de la traversée du condenseur, le fluide frigorigène a-t-il une température supérieure ou inférieure à celle de la source chaude ? Lors de la traversée de l'évaporateur, le fluide a-t-il une température supérieure ou inférieure à celle de la source froide ?
3. Si l'on considère le réfrigérateur que l'on possède à la maison, où se situe la source froide ? Et la source chaude ?

2) Questions préalables sur l'expression utile du premier principe

4. On considère une section de l'écoulement. En supposant les champs uniformes sur cette section, exprimer le débit de masse en fonction notamment de la vitesse de l'écoulement. *Indication : on pourra raisonner par dimensions, sachant qu'un débit de masse est une masse par unité de temps.*
5. D'après les données, on remarque que la masse volumique du fluide est minimale juste avant compression (état 1). En admettant que la section des canalisations est approximativement uniforme au cours du cycle, en déduire qu'en régime permanent la vitesse du fluide est maximale juste avant compression (état 1).
6. La vitesse maximale au cours du cycle est de l'ordre de 1 m.s^{-1} . En prenant comme référence la variation d'enthalpie massique au cours de la compression, en déduire que les variations d'énergie cinétique peuvent être négligées dans l'expression du premier principe de la thermodynamique.
7. De la même façon, justifier que le terme (gz) peut aussi être retiré de l'expression du premier principe de la thermodynamique.

On utilisera par la suite l'expression simplifiée suivante du premier principe en écoulement stationnaire :

$$\Delta h = w + q$$

3) Lecture du diagramme et intérêt de la vaporisation

Pour ne pas dégrader le compresseur, il est crucial que le fluide caloporteur soit purement gazeux à l'entrée de cet organe, toute goutte de liquide entraînant son usure prématurée. C'est pourquoi le fluide à la sortie de l'évaporateur est " *surchauffé* " : sa température T_1 dans l'état 1 est supérieure à celle de la vapeur saturante $T_{sat}(P_{bp})$. La surchauffe est une marge de sécurité qui permet de garantir que le fluide sera bien gazeux à l'entrée du compresseur, même si le fonctionnement de la machine est perturbé.

8. Déterminer graphiquement la valeur numérique de la *surchauffe* : $T_1 - T_{sat}(P_{bp})$.

9. Le fluide à la sortie du condenseur (état 3) est dit "sous-refroidi" : sa température de sortie T_3 est plus basse que la température de vapeur saturante $T_{sat}(P_{hp})$. Déterminer graphiquement la valeur numérique du *sous-refroidissement* : $T_3 - T_{sat}(P_{hp})$.
10. La transformation $3 \rightarrow 4$ est une détente de Joule-Thomson. Le détendeur peut être assimilé à un simple étranglement local de la conduite. Il n'y a pas de pièce mobile et les parois sont calorifugées. Justifier que cette étape est isenthalpique.

L'enthalpie massique d'un corps pur est définie par :

$$h \stackrel{\text{def}}{=} u(T) + \frac{P}{\mu}$$

où $u(T)$ est l'énergie interne massique, supposée indépendante de la pression.

11. Dans la zone située à gauche de la courbe de saturation, les isothermes sont verticales, donc confondues avec les isenthalpiques. Le R134a étant liquide dans cette zone, cela correspond à l'approximation usuelle stipulant que $\Delta h \approx c_P \Delta T$ pour une phase condensée. On souhaite ici vérifier la validité de cette approximation sur la première phase de la détente du R134a, avant vaporisation (du point 3 jusqu'à la courbe de saturation).

Déterminer numériquement la variation de température sur cette première phase et vérifier qu'une isenthalpique est effectivement assimilable à une isotherme.

12. La suite de la détente provoque une vaporisation du R134a.

Établir qu'au cours de cette vaporisation, la variation d'enthalpie massique peut s'écrire :

$$\Delta h = L_{vap}(T_4) \Delta x_{vap} + c_P(T_4 - T_3)$$

$L_{vap}(T_4) \stackrel{\text{def}}{=} h_{vap}(T_4) - h_{liq}(T_4)$ étant la chaleur latente de vaporisation à la température T_4 et Δx_{vap} étant la variation du titre en vapeur au cours de la vaporisation. On justifiera clairement la démarche utilisée.

13. Mesurer graphiquement $L_{vap}(T_4)$. En déduire par le calcul une valeur numérique de la variation de température ($T_4 - T_3$) attendue lors de la transformation $3 \rightarrow 4$. Cette valeur est-elle du même ordre de grandeur que celle lue sur la diagramme ?

Conclusion : la vaporisation, provoquée mécaniquement, génère une chute de température du fluide frigorigène permettant d'orienter le transfert thermique dans le sens souhaité lors de son passage dans l'évaporateur : de la source froide vers le fluide.

4) Hypothèses simplificatrices et efficacité de la machine

14. Quel phénomène faut-il négliger pour modéliser les échanges thermiques considérés comme étant isobares ?
15. Quelles hypothèses faut-il faire pour modéliser la compression comme étant isentropique ?

On rappelle la définition qualitative de l'efficacité d'une machine thermique :

$$e \stackrel{\text{def}}{=} \left| \frac{\text{énergie massique utile}}{\text{énergie massique coûteuse}} \right|$$

16. À quoi correspondent ces deux termes énergétiques dans le cas de la machine frigorifique et identifier dans le cycle la transformation associée à chacun. Déterminer leur valeur numérique par lecture graphique sur le diagramme (P,h). En déduire la valeur de l'efficacité.
17. En appliquant à 1 kg de fluide frigorigène les deux principes de la thermodynamique sur un cycle réversible, établir l'expression de l'efficacité de Carnot en fonction des températures de la source froide et de la source chaude ($T_{chaud} = 20^\circ\text{C}$ et $T_{froid} = -15^\circ\text{C}$). Faire l'application numérique et comparer cette valeur à l'efficacité calculée dans le cadre du modèle étudié. Le résultat de cette comparaison était-il prévisible ? Quelles sont les sources d'irréversibilité du cycle avec lequel a été modélisée la machine frigorifique ?
18. Aucune transformation réelle n'est réversible. La compression réelle qui amène le fluide de P_{bp} à P_{hp} est nécessairement irréversible, contrairement à l'hypothèse simplificatrice de notre modèle. Proposer une modification simple de l'allure de la courbe $1 \rightarrow 2$ du diagramme (P,h) pour tenir compte de l'irréversibilité. En déduire graphiquement une conséquence sur l'efficacité. (L'explication sera faite sur la copie).
19. Expliquer en quoi le sous-refroidissement permet d'augmenter l'efficacité de la machine, tous les autres paramètres étant gardés identiques.