

Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. Encadrer les résultats. Les trois problèmes sont à réaliser sur des copies différentes.

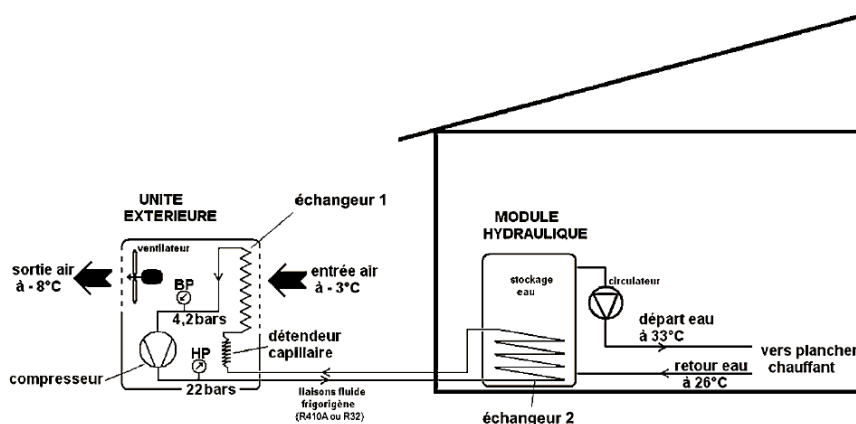
Problème 1 : Étude d'une Pompe à chaleur, d'après Banque PT

Dans le cadre de la rénovation énergétique des bâtiments afin de lutter contre le réchauffement climatique, il est préconisé l'installation de pompe à chaleur. En effet, ce dispositif permet d'effectuer des économies d'énergie pour le chauffage des habitations et la production d'eau sanitaire.

1) Modèle ditherme

1. Présenter sous forme de schéma annoté, le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur ditherme fonctionnant entre une source chaude thermostatée (de température T_C) et une source froide thermostatée (de température T_F).
2. On considère comme système thermodynamique le fluide de la pompe à chaleur. Préciser, en justifiant, les signes de Q_C transfert thermique reçu par le système de la part de la source chaude, de Q_F transfert thermique reçu par le système de la part de la source froide et de W travail mécanique reçu de la part du système mécanique sur un cycle de fonctionnement.
3. Définir l'efficacité (ou COP) de cette pompe à chaleur. L'exprimer en fonction uniquement des transferts thermiques Q_C et Q_F .
4. Déterminer l'expression de l'efficacité (ou COP) de la pompe à chaleur en fonction de T_C et T_F respectivement température de la source chaude et température de la source froide, de l'entropie créée au cours d'un cycle de fonctionnement que l'on notera S_c et de W . Donner son ordre de grandeur pour une machine réelle.
5. Représenter graphiquement l'évolution du COP en fonction de S_c (en considérant W , T_C et T_F constants).
6. Interpréter physiquement le cas $S_c = 0$.

2) Fonctionnement de la pompe à chaleur à fluide R410A



7. À l'aide du document ci-dessus, identifier la source chaude et la source froide ainsi que le système mécanique qui échange un travail avec le fluide de la pompe à chaleur.

On étudie dans cette partie le fonctionnement réel de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide R410A. Cette pompe à chaleur est composée des organes thermodynamiques suivants : un compresseur, un condenseur (dans lequel a lieu une liquéfaction), un détendeur et un évaporateur. Le fluide R410A subit alors les transformations suivantes :

CYCLE

En régime permanent d'écoulement le fluide $R410A$ subit les transformations suivantes :

- 1 $\rightarrow$ 2 : Le fluide à l'état gazeux sous la pression $P_b = 4,2$ bar et à la température de -12 °C subit une compression isentropique jusqu'à la pression $P_h = 22$ bar dans un compresseur ;
- 2 $\rightarrow$ 3 : le gaz entre dans le condenseur où il y subit dans un premier temps un refroidissement isobare selon une désurchauffe, pour atteindre un état de vapeur juste saturante ;
- 3 $\rightarrow$ 4 : toujours dans le condenseur, le fluide subit une liquéfaction jusqu'au liquide juste saturé à la pression P_h ;
- 4 $\rightarrow$ 5 : le liquide subit alors un sous-refroidissement isobare jusqu'à la température de 30 °C et sort du condenseur ;
- 5 $\rightarrow$ 6 : le liquide entre dans le détendeur (adiabatique et sans partie mobile) pour y subir une détente jusqu'à la pression P_b ;
- 6 $\rightarrow$ 7 : le fluide entre dans l'évaporateur pour y subir une vaporisation totale à la pression P_b pour se retrouver sous forme de vapeur juste saturante ;
- 7 $\rightarrow$ 1 : avant de sortir de l'évaporateur, la vapeur juste saturante subit une surchauffe avant de rentrer dans le compresseur.

Pour un fluide en écoulement permanent à travers un organe thermodynamique à une entrée et une sortie on rappelle le premier principe industriel :

$$\Delta(h + e_m) = w_i + q$$

avec h enthalpie massique du fluide, e_m énergie mécanique massique du fluide, w_i travail massique reçu par le fluide et q transfert thermique massique reçu par le fluide.

Dans la suite on négligera les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques devant la variation d'enthalpie massique. On négligera les pertes de charges dans les canalisations.

Sur le schéma de la pompe à chaleur figurent les deux échangeurs (échangeur 1 et échangeur 2) de la pompe à chaleur : l'un est le condenseur, l'autre est l'évaporateur.

8. Au contact de quelle source doit être mis le condenseur ? Identifier l'échangeur, présent sur le schéma de la pompe à chaleur, concerné en justifiant la réponse.
9. Au contact de quelle source doit être mis l'évaporateur ? Identifier l'échangeur, présent sur le schéma de la pompe à chaleur, concerné en justifiant la réponse.
10. En appliquant le premier principe à l'écoulement permanent à travers le détendeur en déduire la nature de la transformation subie par le fluide.
11. La transformation subie par le fluide dans le compresseur est considérée isentropique dans un premier temps. Comment peut-on justifier cette hypothèse ?

On fournit le diagramme enthalpique en annexe (à rendre avec la copie) du fluide $R410A$.

12. Représenter les différents points du cycle effectué par le fluide $R410A$ noté de 1 à 7 sur le diagramme fourni en annexe. On précisera le sens d'évolution le long de ce cycle.
13. Sans s'aider des isotitres figurant sur le diagramme fourni, déterminer le titre massique du seul point du cycle dans un état diphasique. Commenter.
14. Déterminer à l'aide du diagramme :
 - le travail massique indiqué reçu par le fluide de la part du compresseur ;
 - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée du condenseur ;
 - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée de l'évaporateur.
15. Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
16. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide $R410A$ (on donnera le résultat avec deux chiffres significatifs). Quel est l'intérêt d'une pompe à chaleur par rapport à un chauffage électrique ?
17. En réalité, la transformation subie par le fluide à la traversée du compresseur n'est pas isentropique. L'efficacité réelle vaut 90% de l'efficacité calculée à la question précédente et le reste du cycle est inchangé. Quelle est alors la température en sortie du compresseur ?

3) Remplacement du fluide R410A par le fluide R32

Dans la majorité des modèles de pompes à chaleur air/eau, la production de chaleur était réalisée avec un fluide surnommé *R410A*, un gaz fluoré qui est progressivement retiré du marché, depuis 2016, au bénéfice d'un autre, considéré comme plus compatible avec la question environnementale : le *R32*.

La réglementation européenne CE 517/2014, ou réglementation F-Gaz, a été mise en place dans l'ensemble de l'Union afin de cadrer l'usage des fluides fluorés. Entrée en vigueur au 1er janvier 2015, elle a pour objectif final de réduire les émissions de gaz à effet de serre à hauteur de 80%, d'ici 2050.

Répondant aux exigences européennes sur la réduction des émissions de gaz à effet de serre, le gaz *R32* est un atout pour les nouvelles pompes à chaleur arrivant sur le marché. Voici ses différents avantages :

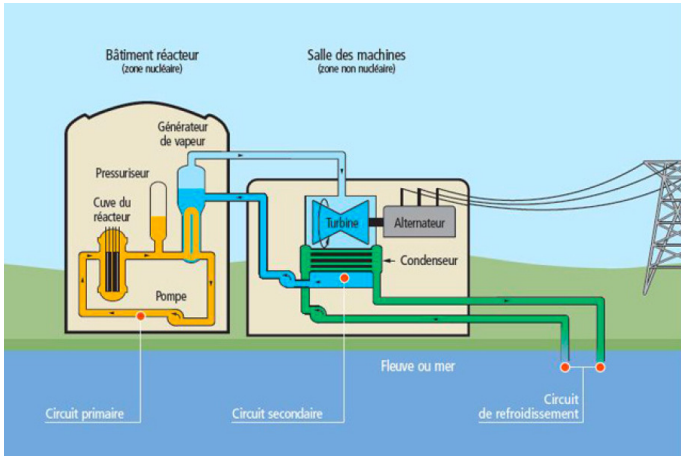
- Un impact 75% moins élevé sur l'environnement par rapport aux autres fluides frigorigènes tels que le *R410A* grâce à un PRG (Pourvoir de Réchauffement Global) à 675 kg éqCO₂.
- Le *R32* permet d'obtenir un gain de performance thermique de 6 à 7% par rapport aux équipements alimentés en *R410A*.
- Sa performance augmentée permet de réaliser des économies sur votre facture énergétique et de rendre votre habitat moins énergivore.
- La composition du fluide le rend plus manipulable, avec la possibilité de le charger dans votre système de chauffage à l'état liquide comme gazeux, contrairement au *R410A*.
- À composant unique et donc totalement pur, il est plus facilement recyclable et a un impact nul sur la couche d'ozone.

On fait l'hypothèse que le cycle subit par le fluide *R32* est approximativement le même que celui du fluide *R410A*. Le tableau suivant donne les valeurs massiques pour les points 1 à 7 :

Points	1	2	3	4	5	6	7
h en kJ.kg^{-1}	518	588	512	268	254	254	510

18. Vérifier le gain de performance annoncé dans l'encadré.

Problème 2 : Étude d'une installation nucléaire REP (d'après Concours Centrale-Supelec)



Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP (Réacteur à Eau Pressurisée) est constituée de deux grandes zones (voir ci-dessus) :

- une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière ou mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;
- une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de 5000 m² (réseau de tubulures).

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique $P_e = 900$ MW. Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau en fin d'énoncé donne diverses données thermodynamiques relatives à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau.

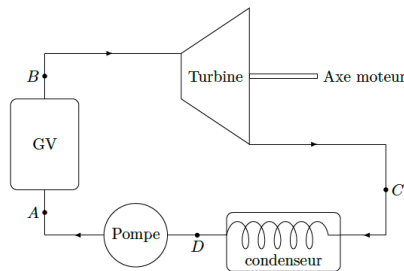
1) Cycle de Carnot

Dans une première approche simplifiée, on considère le moteur ditherme de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources de température T_{ch} et T_{fr} ($T_{fr} < T_{ch}$).

1. Donner, en la redémontrant, l'expression du rendement de Carnot associé à ce cycle.
2. Donner la valeur numérique de ce rendement en prenant $T_{ch} = 543$ K et $T_{fr} = 303$ K, les deux températures extrêmes de l'eau dans le circuit secondaire.
3. Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via la générateur de vapeur, une puissance thermique $P_t = 2785$ MW, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation ? On supposera que la puissance mécanique transmise à la turbine est intégralement convertie en puissance électrique. Commenter.

2) Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes (représentées page 6)



- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55$ bar, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B).
 - de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression P_2 à la pression $P_1 = 43$ mbar ;
 - en C, le fluide est diphasé ;
 - de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
 - de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.
4. Représenter dans le diagramme de Clapeyron (P, v) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes T_B , T_D et $T_{critique}$, cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points A, A', B, C et D.
 5. D'après l'extrait de table thermodynamique donné en fin d'énoncé, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A', B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.
 6. En annexe figure le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A', B, C, D du cycle. On explicitera la méthode.
 7. Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. Exprimer alors, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire recevant de manière algébrique le travail massique utile w_u et le transfert thermique massique q .
 8. Exprimer le travail massique w_{BC} reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.
 9. Exprimer le transfert thermique massique $q_{AA'}$ reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température T_A à la température $T_{A'}$ dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera $T_A \approx T_D$.
 10. Exprimer le transfert thermique massique $q_{A'B}$ reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.

11. Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter.
Comparer au rendement réel et commenter.
12. Dans quel état se trouve l'eau à la in de la détente de la turbine? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine?

Données du problème 2

↪ Extrait de table thermodynamique relatif à l'équilibre liquide ?vapeur de l'eau

θ (°C)	P_{sat} (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante		
		v_l (m ³ .kg ⁻¹)	h_l (kJ.kg ⁻¹)	s_l (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	v_v (m ³ .kg ⁻¹)	h_v (kJ.kg ⁻¹)	s_v (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,03505	2788,46	5,9226

θ température ; P_{sat} pression de vapeur saturante ; v_l volume massique du liquide saturant ; h_l enthalpie massique du liquide saturant ; s_l entropie massique du liquide saturant ; v_v volume massique de la vapeur saturante ; h_v enthalpie massique de la vapeur saturante ; s_v entropie massique de la vapeur saturante.

↪ Capacité thermique massique isobare de l'eau : $c = 4,18 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

Problème 3 : Fibre optique (d'après CCMP)

Guidage par fibre optique

On considère (Figure 1) un guide d'ondes diélectrique (fibre optique) constitué de

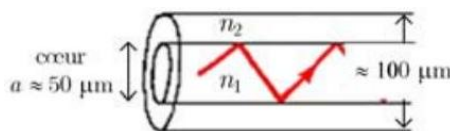


FIGURE 1 – Guide d'ondes diélectrique

deux cylindres concentriques de section circulaire, et constitués l'un et l'autre de matériau isolant (la silice). L'indice de réfraction de la partie centrale, appelée cœur, est noté n_1 (cet indice n'est pas nécessairement uniforme) ; l'indice de la partie périphérique, appelée gaine, est noté n_2 , avec $n_2 < n_1$; l'indice de gaine est uniforme. Le milieu extérieur est l'air, assimilé au vide et donc d'indice égal à 1. On note f la fréquence des ondes, ω leur pulsation et $\lambda = \frac{c}{f}$ leur longueur d'onde dans le vide.

1) Fibre à saut d'indice

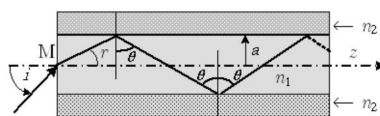


FIGURE 2 – Fibre à saut d'indice. L'indice de cœur est noté n_1 et l'indice de gaine n_2 .

Dans une fibre à saut d'indice, le cœur (de diamètre a) et la gaine sont des milieux homogènes : n_1 et n_2 sont uniformes (constants dans toute la fibre). On note z la direction générale de propagation (Fig. 2).

1. Montrer que le rayon lumineux est guidé dans le cœur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si θ est supérieur à une certaine valeur, θ_L , que l'on exprimera en fonction de n_1 et de n_2 . Calculer θ_L pour une fibre d'indice de cœur $n_1 = 1,456$ entourée d'une gaine d'indice $n_2 = 1,410$.
2. On note i l'angle d'entrée du rayon à l'extérieur de la fibre (Fig. 2). Exprimer, en fonction de $\Delta = n_1 - n_2$ ($\Delta \ll n_2$) et n_1 , la valeur maximale de i (notée $i_{\max}$) pour que le guidage soit assuré dans la fibre. Calculer $\sin(i_{\max})$ (appelée ouverture numérique).

Introduction aux questions 3 à 7

La condition $\theta > \theta_L$ est nécessaire mais non suffisante pour rendre compte du détail de la propagation dans la fibre. Anticipons sur les résultats de l'approche ondulatoire en introduisant, de manière empirique à ce stade, une phase associée aux rayons (Des travaux relativement récents justifient cette procédure, qui semble paradoxale) : les ondes planes associées aux rayons totalement réfléchis interfèrent. Seuls certains angles d'inclinaison satisfont une condition de phase qui construit une interférence identique tout le long de l'axe de propagation ;

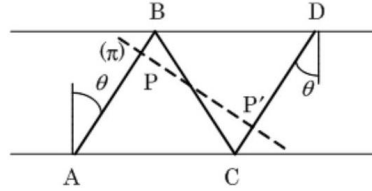


FIGURE 3 – Rayons et surface d'onde.

ils correspondent aux modes guidés. Considérons (Figure 3) la direction de propagation parallèle à AB et à CD et la surface d'onde (π) relatif à cette direction. Pour qu'il y ait propagation, il faut que les champs correspondant à cette direction soient en phase.

- On ne tient pas compte de l'éventuel déphasage introduit par la réflexion sur l'interface cœur/gaine. Montrer alors que le déphasage φ entre l'amplitude de l'onde en P et l'onde en P' s'exprime par $\varphi = 4\pi n_1 \frac{a}{\lambda_0} \cos(\theta)$.
- En déduire l'existence de modes de propagation, valeurs discrètes de θ notées θ_m où m est un entier, pour lesquelles la propagation est possible. Exprimer le nombre N_M de modes possibles, en fonction de n_1, n_2, a et λ . L'entier m est appelé l'ordre du mode.
- Le diamètre de cœur a étant donné, démontrer l'existence d'une fréquence de coupure pour le mode d'ordre m . Préciser le comportement fréquentiel du dispositif.
- Le mode fondamental correspond, par définition, à $m = 0$. Exprimer, puis calculer pour $\lambda = 1,5 \times 10^{-6}$ m la valeur maximale que peut prendre a pour que seul ce mode se propage. On dit alors que la fibre est monomode.
- Soit L la longueur de la fibre. Exprimer la différence ΔT de temps de parcours de l'entrée à la sortie, entre le trajet de durée minimale ($\theta = 0$) et le trajet maximal ($\theta = \theta_L$). Donner l'expression approchée de ΔT en fonction seulement de L, Δ et c . On convient que le débit maximal de la fibre, $R_{\max}^{\text{saut}}$, est l'inverse de ΔT . Calculer $R_{\max}^{\text{saut}}$ (bits par seconde).

Introduction à la partie 2))

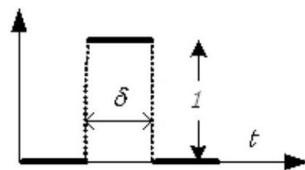
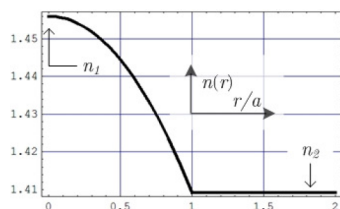
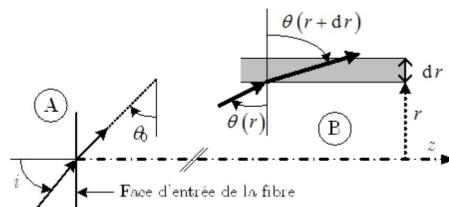


FIGURE 4 – Le signal 010.

Dans les fibres optiques utilisées en télécommunications, un message (Figure 4) est constitué d'une succession de signaux (on dit quelquefois impulsions) binaires (présence, [0] ou absence [1]) de durée égale, δ . Le débit numérique maximal, exprimé en signaux par seconde, est alors $R_{\max}^{\text{saut.ind}} = \frac{1}{\delta}$. Divers phénomènes distordent les impulsions qui se propagent, ce qui entrave la reconstitution de l'information. On améliore la situation en utilisant une fibre dite à gradient d'indice. L'indice de réfraction est continu à l'intérieur de ce genre de fibre ; il varie dans le cœur avec la distance r à l'axe Oz et il est constant dans la gaine ($r \geq a$), avec la valeur n_2 . L'indice dans le cœur (Figure 5), est modélisé, pour $0 \leq r \leq a$, par

$$n(r) = n_1 \sqrt{1 - \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2} F\left(\frac{r}{a}\right)}$$

où F est monotone croissante sur $[0,1]$, avec $F(0) = 0$.

FIGURE 5 – Un profil d'indice, $F(u) = u^2$ FIGURE 6 – En A, représentation de l'angle externe d'entrée dans la fibre, i , et de l'angle interne, θ_0 ; en B, représentation de la loi de Descartes dans un plan méridien et pour deux dioptries plans situés en r et en $r+dr$.

2) Fibre optique à gradient d'indice

8. On admet que la loi de Descartes est applicable de proche en proche, c'est-à-dire que $n(r) \cdot \sin(\theta(r))$ est constant.

Un rayon lumineux entre dans la fibre au centre de la face d'entrée, avec un angle externe d'incidence i ; il se dirige à l'intérieur de la fibre vers les r croissant avec un angle interne θ_0 au point $(z = 0^+, r = 0)$, de sorte que $\sin(i) = n_1 \cos(\theta_0)$. Montrer que ce rayon se propage dans un plan et que l'équation différentielle donnant sa trajectoire dans la fibre s'écrit

$$1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 = \frac{n^2(r)}{n_1^2 \sin^2 \theta_0}$$

9. Quelle est la valeur de $F(1)$? Retrouver l'expression de l'ouverture numérique (cf. question 2), à partir de l'équation différentielle précédente et de l'expression générale de l'indice.

Ũ

10. En considérant l'équation $\frac{dr}{dz}$ en fonction de r , montrer que la trajectoire des rayons, $r(z)$, est une fonction périodique de z .
11. Dans une fibre à gradient d'indice de longueur L , la différence de temps de parcours entre le trajet minimal et le trajet maximal est $\Delta T' = \frac{1}{2} n_1 \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1} \right)^2 \frac{L}{c}$. Dédurre de cette relation le débit numérique maximal (cf. question 7). Exprimer et calculer $\frac{R_{\max}^{\text{grad.ind}}}{R_{\max}^{\text{saut}}}$

ANNEXE DU PROBLEME 1

