

Tout résultat d'un calcul devra présenter le bon nombre de chiffres significatifs. La notation tiendra largement compte du soin apporté à la rédaction. Encadrer les résultats. Les trois problèmes sont à réaliser sur des copies différentes.

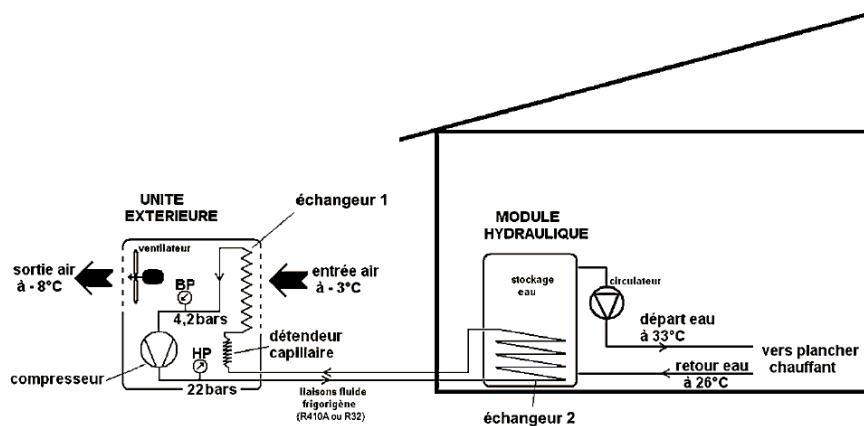
Problème 1 : Étude d'une Pompe à chaleur, d'après Banque PT

Dans le cadre de la rénovation énergétique des bâtiments afin de lutter contre le réchauffement climatique, il est préconisé l'installation de pompe à chaleur. En effet, ce dispositif permet d'effectuer des économies d'énergie pour le chauffage des habitations et la production d'eau sanitaire.

1) Modèle ditherme

1. Présenter sous forme de schéma annoté, le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur ditherme fonctionnant entre une source chaude thermostatée (de température T_C) et une source froide thermostatée (de température T_F).
2. On considère comme système thermodynamique le fluide de la pompe à chaleur. Préciser, en justifiant, les signes de Q_C transfert thermique reçu par le système de la part de la source chaude, de Q_F transfert thermique reçu par le système de la part de la source froide et de W travail mécanique reçu de la part du système mécanique sur un cycle de fonctionnement.
3. Définir l'efficacité (ou COP) de cette pompe à chaleur. L'exprimer en fonction uniquement des transferts thermiques Q_C et Q_F .
4. Déterminer l'expression de l'efficacité (ou COP) de la pompe à chaleur en fonction de T_C et T_F respectivement température de la source chaude et température de la source froide, de l'entropie créée au cours d'un cycle de fonctionnement que l'on notera S_c et de W . Donner son ordre de grandeur pour une machine réelle.
5. Représenter graphiquement l'évolution du COP en fonction de S_c (en considérant W , T_C et T_F constants).
6. Interpréter physiquement le cas $S_c = 0$.

2) Fonctionnement de la pompe à chaleur à fluide R410A



7. À l'aide du document ci-dessus, identifier la source chaude et la source froide ainsi que le système mécanique qui échange un travail avec le fluide de la pompe à chaleur.

On étudie dans cette partie le fonctionnement réel de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide R410A. Cette pompe à chaleur est composée des organes thermodynamiques suivants : un compresseur, un condenseur (dans lequel a lieu une liquéfaction), un détendeur et un évaporateur. Le fluide R410A subit alors les transformations suivantes :

CYCLE

En régime permanent d'écoulement le fluide $R410A$ subit les transformations suivantes :

- $1 \rightarrow 2$: Le fluide à l'état gazeux sous la pression $P_b = 4,2$ bar et à la température de -12 °C subit une compression isentropique jusqu'à la pression $P_h = 22$ bar dans un compresseur ;
- $2 \rightarrow 3$: le gaz entre dans le condenseur où il y subit dans un premier temps un refroidissement isobare selon une désurchauffe, pour atteindre un état de vapeur juste saturante ;
- $3 \rightarrow 4$: toujours dans le condenseur, le fluide subit une liquéfaction jusqu'au liquide juste saturé à la pression P_h ;
- $4 \rightarrow 5$: le liquide subit alors un sous-refroidissement isobare jusqu'à la température de 30 °C et sort du condenseur ;
- $5 \rightarrow 6$: le liquide entre dans le détendeur (adiabatique et sans partie mobile) pour y subir une détente jusqu'à la pression P_b ;
- $6 \rightarrow 7$: le fluide entre dans l'évaporateur pour y subir une vaporisation totale à la pression P_b pour se retrouver sous forme de vapeur juste saturante ;
- $7 \rightarrow 1$: avant de sortir de l'évaporateur, la vapeur juste saturante subit une surchauffe avant de rentrer dans le compresseur.

Pour un fluide en écoulement permanent à travers un organe thermodynamique à une entrée et une sortie on rappelle le premier principe industriel :

$$\Delta(h + e_m) = w_i + q$$

avec h enthalpie massique du fluide, e_m énergie mécanique massique du fluide, w_i travail massique reçu par le fluide et q transfert thermique massique reçu par le fluide.

Dans la suite on négligera les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques devant la variation d'enthalpie massique. On négligera les pertes de charges dans les canalisations.

Sur le schéma de la pompe à chaleur figurent les deux échangeurs (échangeur 1 et échangeur 2) de la pompe à chaleur : l'un est le condenseur, l'autre est l'évaporateur.

8. Au contact de quelle source doit être mis le condenseur ? Identifier l'échangeur, présent sur le schéma de la pompe à chaleur, concerné en justifiant la réponse.
9. Au contact de quelle source doit être mis l'évaporateur ? Identifier l'échangeur, présent sur le schéma de la pompe à chaleur, concerné en justifiant la réponse.
10. En appliquant le premier principe à l'écoulement permanent à travers le détendeur en déduire la nature de la transformation subie par le fluide.
11. La transformation subie par le fluide dans le compresseur est considérée isentropique dans un premier temps. Comment peut-on justifier cette hypothèse ?

On fournit le diagramme enthalpique en annexe (à rendre avec la copie) du fluide $R410A$.

12. Représenter les différents points du cycle effectué par le fluide $R410A$ noté de 1 à 7 sur le diagramme fourni en annexe. On précisera le sens d'évolution le long de ce cycle.
13. Sans s'aider des isotitres figurant sur le diagramme fourni, déterminer le titre massique du seul point du cycle dans un état diphasique. Commenter.
14. Déterminer à l'aide du diagramme :
 - le travail massique indiqué reçu par le fluide de la part du compresseur ;
 - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée du condenseur ;
 - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée de l'évaporateur.
15. Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
16. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide $R410A$ (on donnera le résultat avec deux chiffres significatifs). Quel est l'intérêt d'une pompe à chaleur par rapport à un chauffage électrique ?
17. En réalité, la transformation subie par le fluide à la traversée du compresseur n'est pas isentropique. L'efficacité réelle vaut 90% de l'efficacité calculée à la question précédente et le reste du cycle est inchangé. Quelle est alors la température en sortie du compresseur ?

3) Remplacement du fluide $R410A$ par le fluide $R32$

Dans la majorité des modèles de pompes à chaleur air/eau, la production de chaleur était réalisée avec un fluide surnommé $R410A$, un gaz fluoré qui est progressivement retiré du marché, depuis 2016, au bénéfice d'un autre, considéré comme plus compatible avec la question environnementale : le $R32$.

La réglementation européenne CE 517/2014, ou réglementation F-Gaz, a été mise en place dans l'ensemble de l'Union afin de cadrer l'usage des fluides fluorés. Entrée en vigueur au 1er janvier 2015, elle a pour objectif final de réduire les émissions de gaz à effet de serre à hauteur de 80%, d'ici 2050.

Répondant aux exigences européennes sur la réduction des émissions de gaz à effet de serre, le gaz $R32$ est un atout pour les nouvelles pompes à chaleur arrivant sur le marché. Voici ses différents avantages :

- Un impact 75% moins élevé sur l'environnement par rapport aux autres fluides frigorigènes tels que le $R410A$ grâce à un PRG (Pourvoir de Réchauffement Global) à 675 kg éqCO₂.
- Le $R32$ permet d'obtenir un gain de performance thermique de 6 à 7% par rapport aux équipements alimentés en $R410A$.
- Sa performance augmentée permet de réaliser des économies sur votre facture énergétique et de rendre votre habitat moins énergivore.
- La composition du fluide le rend plus manipulable, avec la possibilité de le charger dans votre système de chauffage à l'état liquide comme gazeux, contrairement au $R410A$.
- À composant unique et donc totalement pur, il est plus facilement recyclable et a un impact nul sur la couche d'ozone.

On fait l'hypothèse que le cycle subit par le fluide $R32$ est approximativement le même que celui du fluide $R410A$. Le tableau suivant donne les valeurs massiques pour les points 1 à 7 :

Points	1	2	3	4	5	6	7
h en kJ.kg^{-1}	518	588	512	268	254	254	510

18. Vérifier le gain de performance annoncé dans l'encadré.

Problème 2 : Centrale nucléaire (d'après e3a)

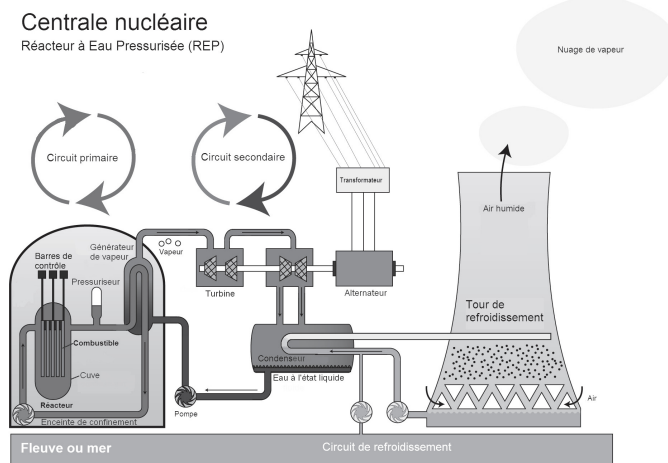
Le principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire est représenté ci dessous. Le réacteur chauffe une certaine quantité d'eau qui circule, en boucle fermée, dans le circuit primaire. Cette eau permet de vaporiser l'eau contenue dans le circuit secondaire et dont la circulation assure la rotation de turbines couplées à des alternateurs. Le circuit tertiaire est utilisé pour liquéfier l'eau du circuit secondaire en sortie des turbines, avant qu'elle ne soit à nouveau injectée dans les générateurs de vapeur.

1) Fonctionnement global

Une centrale nucléaire peut être vue comme une machine ditherme fonctionnant entre deux sources de chaleur :

- une source chaude (eau du circuit primaire) de température $T_C = 573 \text{ K}$;
- une source froide (eau de la Moselle) de température moyenne annuelle $T_F = 287 \text{ K}$

1. Calculer le rendement η de la centrale sachant qu'il est égal à 60,0% du rendement maximal de Carnot. Vous établirez tout d'abord l'expression du rendement de Carnot.
2. Exprimer la puissance thermique $P_{th,C}$, reçue de la source chaude vers le fluide caloporteur en fonction de η et P , puissance mécanique algébriquement reçue.



4. En utilisant les données ci-dessous, estimer la variation de température ΔT de l'eau de la Moselle due à la présence de la centrale nucléaire de Cattenom. Commenter la valeur obtenue.

Donnée numérique : Débit volumique annuel moyen de la Moselle : $D_V = 3,3 \cdot 10^2 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

CENTRALE NUCLÉAIRE, SITE DE CATTENOM

Mise en service entre 1986 et 1991, la centrale de Cattenom située dans le département de la Moselle, participe activement au développement du tissu économique de la région. En 2020, les contrats passés avec des entreprises locales ont représenté plus de 35 millions d'euros d'investissement.

Une énergie sûre, neutre en $\text{CO}_{2(g)}$

La centrale nucléaire de Cattenom possède 4 réacteurs à eau pressurisée de 1300MWe (méga watt électrique) chacun. En 2020, elle a produit 31,18 TWh d'électricité sans émettre de $\text{CO}_{2(g)}$, ce qui couvre les besoins de près de 6,8 millions de foyers français chaque année.

La surveillance de l'environnement

Certifiée ISO14001 depuis 2004, la centrale surveille en permanence son impact sur l'environnement. En 2020, 6850 prélèvements et 20774 analyses ont été réalisées pour s'assurer de l'efficacité des démarches environnementales en vigueur.

2) Puissance de la pompe du circuit secondaire

On fournit quelques caractéristiques de l'eau utilisée dans le circuit secondaire

— À l'entrée de la pompe :

État physique : eau liquide ;
Débit massique : $D_m = 640 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$;
Pression : $P_e = 18 \text{ bar}$;
Température : $T_e = 33^\circ\text{C}$.

— En sortie de la pompe :

État physique : eau liquide ;
Pression : $P_s = 70 \text{ bar}$;
Température : $T_s = 76^\circ\text{C}$.

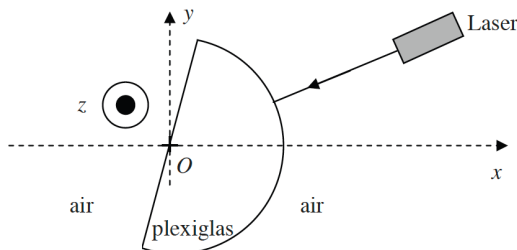
5. Évaluer la puissance mécanique que la pompe doit fournir au fluide. L'évolution du fluide est supposée adiabatique à l'intérieur de celle-ci.
6. La pompe a un rendement de 60%. En déduire la puissance électrique consommée par cette dernière.
7. La pression de l'eau arrivant dans le générateur de vapeur doit être égale à 70 bar. Les valeurs calculées précédemment ont été en fait sous-estimées. Quel phénomène négligé ici permet de l'expliquer ?

Problème 3 : Fibre optique (d'après CCINP)

Dans toute ce problème, on notera $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ la célérité de la lumière dans le vide.

1) Généralités

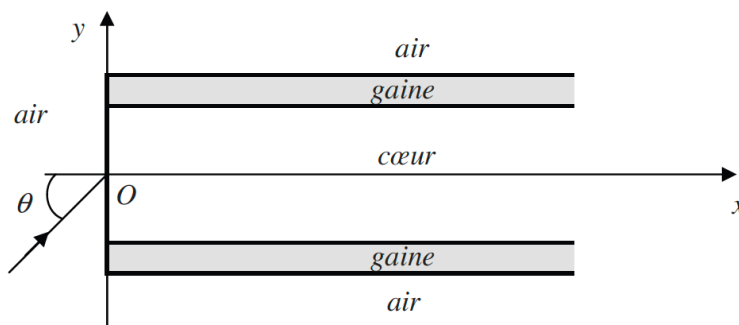
- Énoncer les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière en les accompagnant de schémas.
- Lors d'une séance de travaux pratiques, on dispose d'un disque métallique gradué en degrés, d'un laser et d'un demi-cylindre de plexiglas dont la face plane est confondue avec un diamètre du disque métallique. La lumière du laser arrive sur la face courbe du demi-cylindre de plexiglas suivant un de ses rayons comme indiqué ci-dessous. Le demi-cylindre peut pivoter sur le disque métallique autour de l'axe (Oz) , O étant le centre du disque.



Reproduire la figure et tracer les rayons réfractés et réfléchis issus du laser. Quelles lois peut-on vérifier avec cette expérience? Quel phénomène pourra être mis en évidence à l'occasion de cette expérience? Pourquoi utiliser un laser comme source lumineuse?

2) La fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice, représentée ci-dessous, est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1,500$ et de rayon r_c , entouré d'une gaine transparente d'indice $n_g = 1,485$. L'axe Ox de la fibre est normal au dioptre air-cœur. En raison de la symétrie de révolution de la fibre autour de l'axe Ox , on se restreint à une étude dans le plan (xOy) .



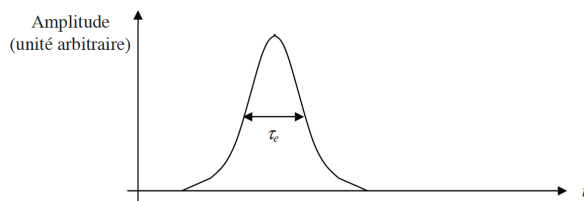
- Un rayon lumineux monochromatique se propageant dans l'air, situé dans le plan (xOy) , pénètre dans le cœur de la fibre en O avec un angle d'incidence θ . Montrer que le rayon reste dans le cœur si l'angle θ est inférieur à un angle limite θ_L , appelé angle d'acceptance de la fibre optique, dont vous donnerez l'expression en fonction de n_c et de n_g . Calculer la valeur de θ_L . L'indice de l'air vaut $n_a = 1,000$.

On considère maintenant une fibre optique de longueur L . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_L .

- Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre? Exprimer, en fonction de L , c et n_c , la durée de parcours T_1 de ce rayon.
- Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre? Exprimer, en fonction de L , c , n_g et n_c , la durée de parcours T_2 de ce rayon.
- En déduire l'expression de l'intervalle de temps $\delta T = T_2 - T_1$ en fonction de L , c , n_g et n_c . On posera $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2$ avec Δ

1. Dans ces conditions, exprimer δT en fonction de L , c , n_c et Δ . Calculer la valeur de δT pour $L = 10$ km.

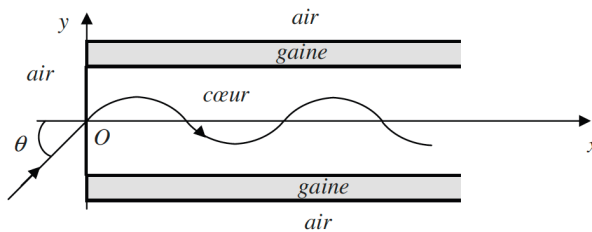
On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée τ_e , formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_L .



7. Reproduire cette dernière figure. Représenter l'allure de l'impulsion en sortie de fibre. Préciser sa durée approximative τ_s . On négligera ici tout phénomène d'absorption de la lumière par la fibre.
8. Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses, appelées bits, périodiquement avec une fréquence f . En supposant τ_e négligeable devant δT , quelle est la fréquence maximale de transmission f_{max} qui empêche le recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre ?
9. En considérant L_{max} la longueur maximale de fibre optique qui permet d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions, on définit le produit $B = L_{max} \cdot f$ comme étant la bande passante de la fibre optique. Exprimer B en fonction de c , n_c et Δ . Expliquer l'intérêt d'introduire cette grandeur. Pour un débit de 100 Mbits par seconde, évaluer et commenter la longueur maximale de fibre optique que l'on peut utiliser pour transmettre le signal.

3) La fibre optique à gradient d'indice

Pour remédier à l'élargissement des impulsions, on a fabriqué des fibres dites à gradient d'indice dans lesquelles on a remplacé le coeur par un milieu inhomogène d'indice $n(y)$ vérifiant la relation $n^2(y) = n_c^2 \cdot \left[1 - 2\Delta \cdot \left(\frac{y}{r_c}\right)^2\right]$ pour $|y| \leq r_c$, où y désigne la distance algébrique du point considéré à l'axe Ox et r_c le rayon du coeur de la fibre. La gaine reste homogène d'indice n_g et on a encore $n(y=0) = n_c = 1,500$. Le rayon entre dans la fibre en O avec un angle d'incidence θ compris entre 0 et θ_L . Dans ces conditions, la trajectoire du rayon lumineux est celle indiquée ci-dessous



10. Reproduire cette figure. Justifier puis dessiner, sans respect d'échelle, les vecteurs $\vec{\text{grad}} n(y)$ au sein du coeur pour $y > 0$ et $y < 0$.
11. Soit un point M du rayon lumineux repéré par ses coordonnées (x, y) . On introduit φ , l'angle formé en M entre la tangente au rayon lumineux et l'axe Ox comme indiqué en figure 8a. En considérant le coeur comme un milieu stratifié formé de milieux d'indices $n_0, n_1, \dots, n_j, \dots$ limités par des dioptries plans parallèles, d'équation $y = \text{cste}$ (figure 8b), quelles relations lient les indices n_{j-1}, n_j , et n_{j+1} aux angles d'incidence i_{j-1}, i_j, i_{j+1} ? En considérant que cette propriété est valable pour une fibre à gradient d'indice, que peut-on dire de la quantité $n(y) \cdot \cos(\varphi)$. Exprimez-la en fonction de n_c et $\theta_0 = \arcsin\left(\frac{n_a \cdot \sin(\theta)}{n_c}\right)$.

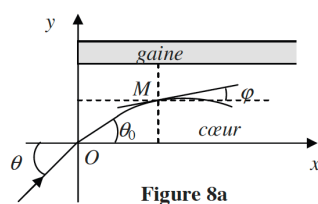


Figure 8a

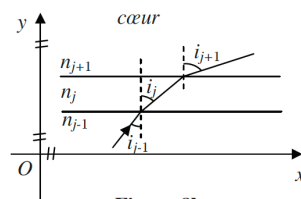


Figure 8b

Trajectoire du rayon lumineux dans une fibre à gradient d'indice

Relier $\frac{dy}{dx}$ la pente de la tangente du rayon lumineux en M à l'angle φ . Montrer alors que

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{n(y)}{n_c \cdot \cos(\theta_0)}\right)^2 - 1$$

12. En considérant que $n^2(y) = n_c^2 \cdot \left[1 - 2\Delta \cdot \left(\frac{y}{r_c}\right)^2\right]$ et en dérivant l'équation précédente, on obtient l'équation différentielle suivante : $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{2\Delta}{(r_c \cos(\theta_0))^2} \cdot y$. Donner l'équation de la trajectoire d'un rayon, $y(x)$, en fonction de r_c , Δ , θ_0 et x . Montrer que le rayon lumineux coupe l'axe Ox en des points régulièrement espacés d'une distance d que l'on exprimera en fonction de r_c , Δ , θ_0 .
13. On appelle ouverture numérique, O.N., la quantité $\sin(\theta_L)$ où θ_L est l'angle limite défini à la question 3. Existe-t-il une différence d'O.N. entre une fibre optique à saut d'indice et une à gradient d'indice? Quel est l'intérêt de cette caractéristique de la fibre optique?

14. On considère une impulsion lumineuse identique à celle de la question 7. Cette impulsion, en sortie d'une fibre optique à gradient d'indice de longueur L , possède un élargissement temporel, $\delta T' = \frac{n_c L}{c} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \cos(\theta_0)} - 1 + \frac{\cos(\theta_0)}{2} \right)$. Evaluer cette durée pour $L = 10$ km et l'angle θ_0 maximum. Commenter. Interpréter physiquement pourquoi l'élargissement temporel est plus petit dans une fibre à gradient d'indice.
15. À quelle condition sur le rayon de la fibre le modèle utilisé jusqu'à présent est-il valable ?

ANNEXE DU PROBLEME 1

