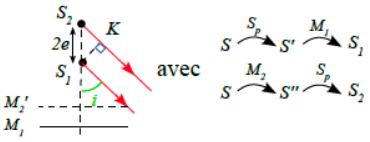
Problème 1 : Michelson (d'après CCINP)

1) Étude des anneaux d'égale inclinaison

1. On parle d'un montage en lame d'air, car l'ensemble M_1 et M'_2 forme une lame d'air (air piégé entre deux dioptres réfléchissants parallèles). Représentation de deux rayons qui interfèrent au point M de l'écran :



2. En considérant le point M comme un point source, en utilisant le principe de retour inverse de la lumière, d'après le théorème de Malus K et S_1 sont sur la même surface d'onde issue de M, donc (MK) = (MS_1). Ainsi la différence de marche au point M entre ces deux rayons vaut $\delta = 2e_{lame}\cos(i)$.

   D'après la formule de Fresnel (car S_1 et S_2 sont synchrones et de même intensité lumineuse) : $I(M) = I_0\left(1 + cos\left(\frac{4\pi e_{lame}\cos(i)}{\lambda_0}\right)\right.$

   Avec $I_0/2$ l'intensité lumineuse, supposée uniforme, s'il n'y avait qu'une source.

   L'intensité lumineuse a une même valeur pour un angle i donné (franges d'égale inclinaison). La figure d'interférence est donc constituée de cercles concentriques.

3. (a) $p(M) = \frac{2e_{lame}\cos(i)}{\lambda_0}$; $p_0 = \frac{2e_{lame}}{\lambda_0}$. Lorsque i augmente, $\cos(i)$ diminue, l'ordre d'interférences diminue.

   (b) Géométriquement, $r_n \approx i.f'$ (i est faible). De plus, l'ordre vaut : $p(M) = p_0 - \varepsilon - n = \frac{2e_{lame}\cos(i)}{\lambda_0} \approx \frac{2e_{lame}}{\lambda_0}\left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$; on trouve alors $r_n = f'\sqrt{\frac{\varepsilon+n}{p_0}}$.

   (c) $p_0 = 4400$ soit $\varepsilon = 0$; $p_1(M) = 4399$; $p_5(M) = 4395$; $r_1 = 1,5$ cm ; $r_5 = 3,4$ cm.

4. (a) Une frange correspond à une valeur d'ordre fixée, donc si on diminue e_{lame}, $\cos(i)$ doit augmenter, donc i diminue, le rayon du cercle diminue. Ce premier anneau ($p_1(M) = 4399$) disparaît, l'ordre au centre devient $p_0 = \frac{2e_{lame}}{\lambda_0} = 4399$, soit $e_{lame} = 1,0998$ mm ; $r'_1 = 1,5$ cm à la précision de l'énoncé.

   (b) Dans cette situation, $p(M) = 0$ partout, on a une teinte plate (plus d'anneaux).

2) Largeur spectrale d'une raie d'émission

5. Le déphasage entre les rayons arrivant sur un point de l'écran dépend de la fréquence de l'onde. Chaque fréquence produit sa propre figure d'interférence. Si les franges sombres d'une fréquence correspondent à des franges brillantes d'une autre fréquence alors il y aura brouillage.

   À l'aide de la fréquence : $p(M) = \frac{2e_{lame}\cos(i)\nu}{c}$, et donc $\Delta p = \frac{e_{lame}\cos(i)\Delta\nu}{c}$

6. Critère semi-quantitatif de non brouillage des franges : $\Delta p = \frac{1}{2}$; donc, en $i = 0$: $e_{lim} = \frac{c}{2\Delta\nu}$

7. $dI(F') = I'_{\nu m}d\nu\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta(F')}{\lambda}\right)\right] = I'_{\nu m}d\nu\left[1 + \cos\left(2\pi\nu\tau(F')\right)\right]$; j'ai mis $I'_{\nu m}$ car des facteurs géométriques entrent en compte, toute l'énergie lumineuse émise ne se retrouve pas en F'.

   $\tau(F')$ correspond à la différence de temps de parcours entre des rayons arrivant en F' et issu chacun d'un miroir différent.

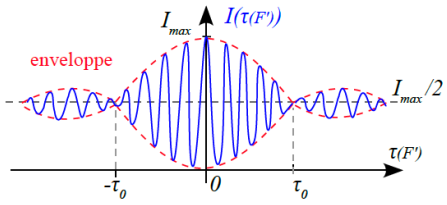
   $p(F', \nu) = \frac{\delta(F')\nu}{c} = \tau(F').\nu$

8. Erreur dans l'énoncé, c'est $\frac{\Delta\nu}{2}$ qui doit apparaître dans les bornes. Il faut faire l'intégrale, puis transformer la différence des sinus en produit. On obtient

$$I = I(F') = Cste \times \left[1 + \frac{\sin\left(\pi\Delta\nu\tau(F')\right)}{\pi\Delta\nu\tau(F')}.\cos\left(2\pi\nu_0\tau\left(F'\right)\right)\right]$$

   où $\Gamma\left(\tau\left(F'\right)\right) = \frac{\sin\left(\pi\Delta\nu\tau(F')\right)}{\pi\Delta\nu\tau(F')}$ qui est bien à variation lente car $\Delta\nu \ll \nu_0$.

9. La première annulation du contraste a lieu lorsque le facteur de visibilité est nul, soit pour $\pi\Delta\nu\tau(F') = \pi$ donc pour $\tau(F') = \frac{1}{\Delta\nu} = \tau_0 =$ la durée du train d'onde.



10. $\Delta\nu_{exp} = \frac{c}{2e_{lim}}$ AN : $\Delta\nu_{exp} = 10^{10}$ Hz et donc $\tau_0 = \frac{1}{\Delta\nu_{exp}} = 10^{-10}$ s.

Problème 2 : Vivre dans l'espace (d'après e3a)

1) L'attraction gravitationnelle terrestre

1. Dans un référentiel galiléen, un système isolé est soit immobile, soit en translation rectiligne uniforme. Il est galiléen si la durée de l'expérience est faible devant 1 jour, si les vitesses mises en jeu soit petites devant 700 m.s^{-1}, si l'altitude est faible.
2. $\vec{F}_G = -G\frac{M_T m}{r^2}\vec{e}_r$; $\vec{F}_G = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p$, soit $\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r} = G\frac{M_T m}{r^2}$, ce qui donne avec la CL : $E_p(r) = -G\frac{M_T m}{r}$
3. Un mvt est lié si le système n'échappe pas à l'attraction de la Terre. Le système ne peut pas partir à l'infini. $E_m = E_c + E_p$ avec $E_c > 0$, on doit donc avoir avoir $E_m > E_p(r)$; de plus pour observer un état lié, il faut que r soit borné, soit $E_m < 0$.
4. EI : $v_{radiale} = v_{lib}$; $E_{p,i} = -G\frac{M_T m}{R_T}$; EF : $E_{c,f} = 0$; $E_{p,f} = 0$. La conservation de l'énergie impose $\frac{1}{2}mv_{lib}^2 - G\frac{M_T m}{R_T} = 0$ soit $v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$

2) Tir d'un boulet de canon

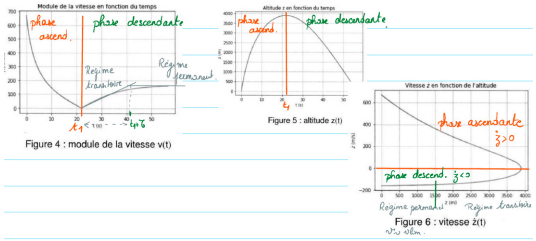
5. Par analyse dimensionnelle $[\ell_f]$ =L (longueur).
6. Système boulet, référentiel terrestre galiléen. Le BAME donne : poids et $\vec{F}_f$; le poids est conservatif et dérive de $E_p = mgz + cste$; la force de frottement est non conservative. Le TPM donne $\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = P(\vec{F}_f) < 0$ et comme $\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t} > 0$ (mouvement ascendant), alors $\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} < 0$: E_c décroit jusqu'à s'annuler. Lorsque E_c s'annule, le boulet a atteint sa valeur max.
7. Phase ascendante : $\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = -m(gv + \frac{v^3}{\ell_f})$ soit $mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -m(gv + \frac{v^3}{\ell_f})$ ou encore

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{v^2}{\ell_f} + g = 0$$

Phase descendante : $\vec{v} = -v\vec{u}_z$ et $(\vec{P} + \vec{F}_f).\vec{v} = m(gv - \frac{v^3}{\ell_f})$. On obtient

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{v^2}{\ell_f} - g = 0$$

8. Phase ascendante : vitesse limite, $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, soit $v^2 = -\ell_f g < 0$ impossible. Conclusion : durant la phase ascendante, la vitesse n'admet pas de vitesse limite.
   Phase descendante : $v_l = \sqrt{\ell_f g}$. En analysant la figure 4, nous voyons que pour $t > 22$ s (phase descendante), la vitesse tend vers une valeur $v_{\text{lim}} = 166$ m.s^{-1}
9. $v_{\text{lim}} = \sqrt{\ell_f g}$ or $\gamma = \frac{m}{\ell_f}$ soit $v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{mg}{\gamma}}$
10. Phase descendante : $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{v^2}{\ell_f}$ pour le régime transitoire. τ : temps caractéristique pour que v passe de 0 à v_{lim} : $\frac{v_{\text{lim}} - 0}{\tau} = \frac{v_{\text{lim}}^2}{\ell_f}$ soit $\tau = \sqrt{\frac{\ell_f}{g}}$.
    Nature du mouvement : $v = cste$, mouvement de translation rectiligne (le boulet est sur l'axe Oz) uniforme.
11. Voir courbes :



12. Phase ascendante : $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -g\left(1+\frac{v^2}{v_{\text{lim}}^2}\right)$. On intègre et on obtient alors

$$v_+ = v_{\text{lim}} \tan\left(-\frac{t}{\tau} + arctan\left(\frac{v_0}{v_{\text{lim}}}\right)\right)$$

Phase descendante : on trouve

$$v_- = v_{\text{lim}}.tanh\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right)$$

13. $v_-(t) \longrightarrow v_{\text{lim}}$ lorsque $t \to \infty$ (formulaire). Ceci ne peut s'observer au cours de la phase ascendante car la limite de la fonction tangente n'est pas définie en $+\infty$ (question 8).
On retrouve $v_{\text{lim}} = \sqrt{g\ell_f}$ (question 9)
$v_-(t) = v_{\text{lim}}.tanh\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right)$; on fait un DL à l'ordre 1 car $t' = t - t_1 \ll \tau$ et alors $tanh\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right) \sim \frac{t'}{\tau}$ ($tanh$ définie avec des exponentielles) ; bilan : pour $t' \ll \tau$, $v_-(t) \sim \frac{t'}{\ell_f} v_{\text{lim}}^2$, régime transitoire et pour $t' \gg \tau$, $v_-(t) \sim v_{\text{lim}}$, régime permanent (question 10).
14. $v_{\text{lim}} = 166$ m.s^{-1} ; $\tau \sim 20$ s ; $\frac{1}{\ell_f}$ est la pente de v_- en régime transitoire.

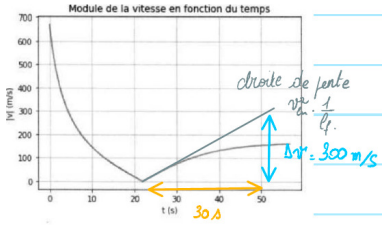


Figure 4 : module de la vitesse v(t)

$\frac{v_{lim}^2}{\ell_f} \sim 10$ m.s^{-2} soit $\ell_f = 2755$ m
On vérifie la cohérence des valeurs mesurées : $v_{\text{lim}} = \sqrt{g\ell_f} \approx 164$ m.s^{-1} ok, et $\tau = \frac{\ell_f}{v_{\text{lim}}} = 17$ s ok.
15. Le boulet évolue entre $z = 0$ et $z = H = 3900$ m. On va estimer l'ODG de F_g, norme de la force d'interaction gravitationnelle, car $F_g \approx m.g$

$$\frac{F_g(0)}{F_g(H)} = \frac{(R_T+H)^2}{R_T^2} \approx 1 + 6.10^{-4} \approx 1$$

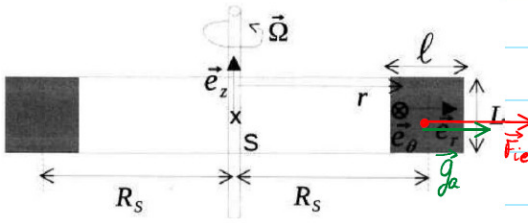
Il est donc légitime de considérer l'uniformité de g.
Pour $\vec{F}_f = -\gamma v\vec{v}$: formule valable pour $v > 10$ m.s^{-1}, qui n'est pas vérifié pour z autour de H car la vitesse est faible vers ces altitudes.
16. Si $\mathcal{R}_t$ n'est pas galiléen, il faut tenir compte de $\vec{F}_{ic}$ (la force d'inertie d'entraînement est déjà incluse dans le poids...)
Avec les notations du cours, $\vec{F}_{ic} = -2m\omega\cos(\lambda)v.\vec{u}_x$ (λ est la latitude du lieu, et $\vec{u}_x$ pointe vers l'est). Pour la phase d'ascension, il y aura une déviation vers l'ouest, pour la phase descendante, vers l'est. La valeur max est atteinte pour $\lambda = 0$, et on trouve alors $F_{ic,max} \sim 1,1$ N.

3) Étude d'une station spatiale

Référentiel en orbite terrestre

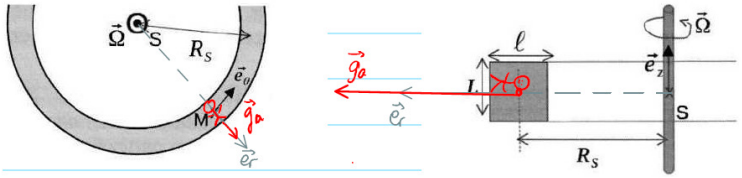
17. Ce référentiel n'est pas galiléen car en translation circulaire dans le référentiel terrestre.
BAME : $\vec{F}_G = -G\frac{M_T m}{(R_T+h)^2}\vec{e}_r$; force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = m\omega^2(R_T+h)\vec{e}_r$
18. Un corps est en impesanteur si l'ensemble des forces gravitationnelles et inertielles auxquelles il est soumis, ont une résultante et un moment résultant nuls. Le point M sera alors immobile dans la capsule.

La station orbitale

19. 

Le référentiel lié à la station est en rotation autour de (Oz). Un point M de masse m dans la station ressentira une force centrifuge liée à la rotation de la station. $\vec{F}_{ie}$ peut se mettre sous la forme $m\vec{g}_a$: dans la station, les occupants ressentent une pesanteur $\vec{g}_a$ telle que $\vec{g}_a = \Omega^2 R_s \vec{e}_r$

20. $\vec{g}_a$ est selon $\vec{e}_r$, voir figures pour l'orientation.



21. $g_a \approx g_0$ (où g_0 est la pesanteur sur Terre), soit $\Omega \approx \sqrt{\frac{g_0}{R_S}} = 0,3$ rad.s^{-1}

22. Lorsque l'occupant se déplace, il y a une force de Coriolis : $\vec{F}_{ic} = -2m\Omega \wedge \vec{v}_M^{\mathcal{R}_S} = 2m\Omega.v\vec{e}_r$. Notons que si $v > 0$, $\vec{F}_{ic}$ est dans le même sens que $\vec{F}_{ie}$, la pesanteur apparente sera accentuée. Si $v < 0$, $\vec{F}_{ic}$ s'opposera à $\vec{F}_{ie}$, il sera plus facile de le déplacer. L'objet sera en impesanteur ssi $\vec{F}_{ic} + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$, soit $v_i = -\frac{\Omega R_S}{2}$.
$\vec{v}_i = -\frac{\Omega R_S}{2}\vec{e}_\theta$ de norme 15,7 m.s^{-1}.

23. S'il lance une balle en "l'air", la balle aura une vitesse selon $\vec{e}_r$ donc une force de Coriolis selon $\pm\vec{e}_\theta$, donc les balles seront déviées vers "l'avant" ou vers "l'arrière" il faudra avancer ou reculer les mains. Calculer l'ODG de la déviation peut faire partie de la réponse (je laisse traiter cela en question ouverte).

24. La taille de la station est $2R_S = 200$ m ; il faut savoir que l'ISS fait 100 m de long et 70 m de large...