Introduction

Après avoir établi les *lois de composition* des vitesses et accélérations dans le chapitre précédent, il est maintenant temps de généraliser les lois de la dynamique dans le cas d'un référentiel $\mathcal{R}'$ en mouvement dans un référentiel $\mathcal{R}$.

Table des matières

I - Lois de la Dynamique en référentiel non galiléen **1**
1)Forces d'inertie . . . 1
2)Principe Fondamental de la Dynamique . . . 2
3)Théorème du moment cinétique . . . 3
4)Théorème de la puissance cinétique et de l'énergie cinétique . . . 3
5)Statique des fluides en référentiel non galiléen . . . 4

II -Applications : référentiel terrestre et géocentrique non galiléens **4**
1)Le référentiel terrestre non galiléen . . . 4

I - Lois de la Dynamique en référentiel non galiléen

1) Forces d'inertie

Les lois de composition sur les accélérations, dans un référentiel $\mathcal{R}'$ en translation ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans $\mathcal{R}$, ont fait apparaître les accélérations d'entraînement et de Coriolis.

Dimensionnellement, si on multiple chacune de ces accélérations par une masse on obtient une force. On définit alors

Définition :

Forces d'inertie : on définit les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis par les relations :

- $\overrightarrow{F}_{ie} = -m\vec{a}_e(M)$
- $\overrightarrow{F}_{ic} = -m\vec{a}_c(M)$

Remarque :

Le principe de relativité galiléenne affirme que les lois de la Physique prennent la même forme dans tous les référentiels galiléens. En particulier, les forces d'interaction sont invariantes par changement de référentiel galiléen. En revanche, lorsqu'on passe dans un référentiel non galiléen, des termes nouveaux peuvent apparaître (les forces d'inertie, donc...).

A Retenir

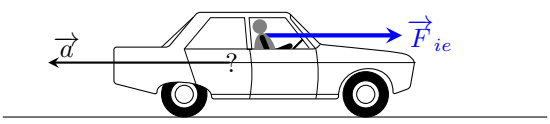
La **force d'inertie d'entraînement** s'écrit $\overrightarrow{F}_{ie} = -m\vec{a}_e(M)$ et l'accélération d'entraînement $\vec{a}_e(M)$ est l'accélération absolue du point coïncident, c'est-à-dire :

- l'accélération de O' dans $\mathcal{R}$ lorsque $\mathcal{R}'$ est en translation par-rapport à $\mathcal{R}$
- l'accélération centripète $\omega \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}) = -r\omega^2\vec{u}_r$ lorsque $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme autour de l'axe fixe (Oz) dans $\mathcal{R}$.

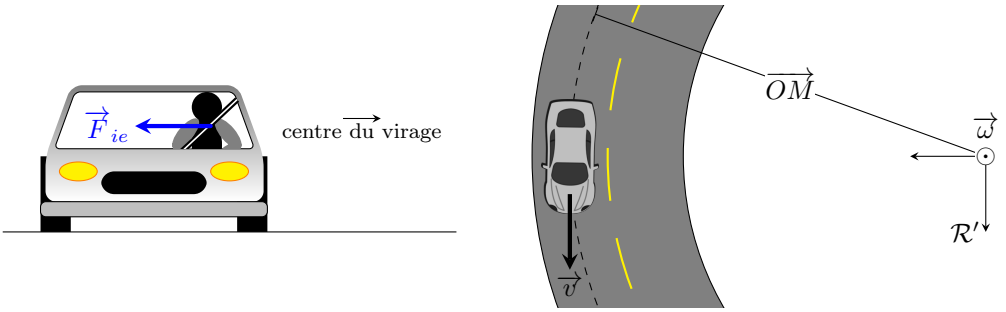
La **force d'inertie de Coriolis** $\overrightarrow{F}_{ic} = -m\vec{a}_c(M) = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_M^{\mathcal{R}'}$ est nulle lorsque $\mathcal{R}'$ est en translation par-rapport à $\mathcal{R}$.

Force d'inertie d'entraînement : 2 situations modèles

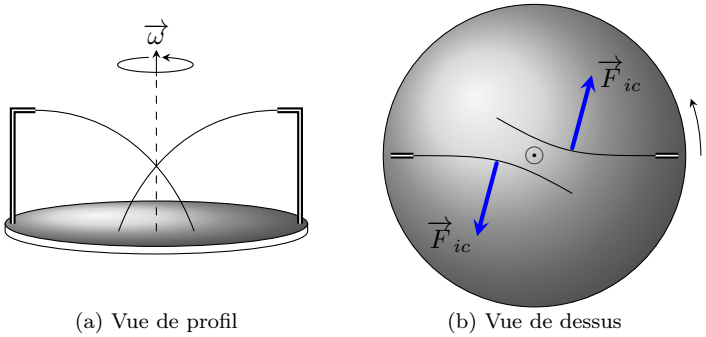
Translation :



Rotation :



Force d'inertie de Coriolis



(a) Vue de profil (b) Vue de dessus

2) Principe Fondamental de la Dynamique

Considérons un point matériel M de masse m en mouvement dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}$ d'origine O et dans un autre référentiel quelconque $\mathcal{R}'$ d'origine O'.

Le PFD appliqué au point M(m) dans $\mathcal{R}$ (galiléen) donne :

$$m\vec{a}_M^{\mathcal{R}} = \vec{F}$$

où $\vec{F}$ est la résultante des forces extérieures appliquées à M. On utilise la loi de composition des accélérations pour obtenir :

$$m\vec{a}_M^{\mathcal{R}} = m\vec{a}_a(M) = m\vec{a}_r(M) + m\vec{a}_e(M) + m\vec{a}_c(M) = \vec{F}$$

soit

$$\boxed{m\vec{a}_r(M) = \vec{F} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}}$$

Application : Pendule dans un train.

Un pendule simple est constitué d'une masse ponctuelle m suspendue à un fil de longueur ℓ ; l'autre extremité de ce fil est fixée en un point O au plafond d'un train. Ce train est animé d'un mouvement de translation rectiligne, parallèle à la direction horizontale (Ox) d'un référentiel galiléen $\mathcal{R}$, et d'accélération constante a_0 par rapport à $\mathcal{R}$ (l'accélération du train est donc $\vec{a}_t = a_0\vec{u}_x$).

À partir du principe fondamental de la dynamique, déterminer l'angle α que fait le fil du pendule avec la direction verticale (Oy) lorsque le pendule est en équilibre pour un observateur placé dans le train.

3) Théorème du moment cinétique

On déduit du PFD précédent le théorème du moment cinétique par-rapport à un point FIXE A dans $\mathcal{R}'$:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\vec{\sigma}_M^{\mathcal{R}'}(A)}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}}(A) + \overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}_{ie}}(A) + \overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}_{ic}}(A)}$$

4) Théorème de la puissance cinétique et de l'énergie cinétique

Rappel

Puissance d'une force dans un référentiel
La puissance de la force $\vec{F}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ est

$$\mathcal{P}^{\mathcal{R}} = \vec{F} \cdot \vec{v}_M^{\mathcal{R}}$$

On commence par écrire l'énergie cinétique de M dans $\mathcal{R}'$: $E_c^{\mathcal{R}'}(M) = \frac{1}{2}m\left(\vec{v}_M^{\mathcal{R}'}\right)^2$, que l'on dérive dans $\mathcal{R}'$ pour écrire le théorème de la puissance cinétique :

$$\left(\frac{\mathrm{d}E_c^{\mathcal{R}'}(M)}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'} = m\vec{v}_M^{\mathcal{R}'}\cdot\vec{a}_M^{\mathcal{R}'} = \mathcal{P}_{\vec{F}}^{\mathcal{R}'} + \mathcal{P}_{ie} + \mathcal{P}_{ic}$$

où $\mathcal{P}_{ie} = \vec{v}_M^{\mathcal{R}'}\cdot\vec{F}_{ic}$ est la puissance de la force d'inertie d'entraînement, et $\mathcal{P}_{ic} = \vec{v}_M^{\mathcal{R}'}\cdot\vec{F}_{ic} = \vec{0}$

$$\boxed{\left(\frac{\mathrm{d}E_c^{\mathcal{R}'}(M)}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}'} = \mathcal{P}_{\vec{F}}^{\mathcal{R}'} + \mathcal{P}_{ie}}$$

On déduit le théorème de l'énergie cinétique par intégration au cours du temps :

$$\boxed{\Delta E_c^{\mathcal{R}'}(M) = W_{\vec{F}} + W_{ie}}$$

5) Statique des fluides en référentiel non galiléen

La relation fondamentale de la statique dans un **référentiel galiléen** s'écrit (voir cours de Sup) pour un fluide de masse volumique ρ en équilibre dans le champ de pesanteur uniforme

$$-\overrightarrow{\mathrm{grad}}P + \rho\vec{g} = \vec{0}$$

Si le référentiel $\mathcal{R}'$ n'est plus galiléen, il faut rajouter la densité volumique de force d'inertie d'entraînement (et pas celle de Coriolis, car le fluide est en équilibre dans $\mathcal{R}'$...)

$$\boxed{-\overrightarrow{\mathrm{grad}}P + \rho\vec{g} - \rho\vec{a}_e(M) = \vec{0}}$$

Application : surface libre d'un fluide dans un verre placé dans une voiture en accélération constante $\vec{a} = a_0\vec{u}_x$

II - Applications : référentiel terrestre et géocentrique non galiléens

1) Le référentiel terrestre non galiléen

Le référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ est un référentiel lié à un point de la Terre. Par exemple le référentiel $\mathcal{R}_T$ (O,$\vec{u}_x$,$\vec{u}_y$,$\vec{u}_z$) d'origine O, point lié à la surface de la Terre de latitude λ, de base orthonormée directe ($\vec{u}_x$,$\vec{u}_y$,$\vec{u}_z$) avec :

- $\vec{u}_z$ à la verticale du point O
- $\vec{u}_x$ dirigé vers le Sud,
- $\vec{u}_y$ dirigé vers l'Est.

Ce référentiel est en rotation uniforme (période 1 j sidéral) autour de son d'axe SN fixe par rapport au référentiel géocentrique. De façon absolue, il n'est pas galiléen.
Le référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ peut être considéré comme galiléen pour l'étude de mouvement à la surface de la Terre (ou au voisinage) dont les vitesses dans $\mathcal{R}_T$ sont inférieures à 700 m.s^{-1} et pour l'étude de mouvement se déroulant sur une courte durée.

a) Champ gravitationnel

Symétrie sphérique :

Un corps est à symétrie sphérique de centre O, s'il est invariant par toute rotation de centre O, c'est-à-dire si toutes ses propriétés physiques et chimiques ne dépendent que de la distance r au centre O.

Si l'on suppose la Terre à symétrie sphérique, alors on peut définir le champ gravitationnel créé par la Terre :

Définition :

Le champ gravitationnel $\vec{G}(M)$ créé par la Terre sur un point M situé à une distance ρ est défini à l'aide de la force d'interaction gravitationnelle subie par le point M :

$$\vec{F}_g = -\mathcal{G}\frac{M_T m}{r^2}\vec{u}_\rho = -\mathcal{G}\frac{M_T m}{r^2}\vec{u}_z = m\vec{G}(M)$$

soit

$$\boxed{\vec{G}(M) = -\mathcal{G}\frac{M_T}{\rho^2}\vec{u}_z}$$

On rappelle que la force d'interaction gravitationnelle est **conservative** et que donc $E_p = \frac{-\mathcal{G}M_T m}{\rho}$.

De manière équivalente au champ électrique et au potentiel électrostatique, on définit le potentiel gravitationnel sous la forme : $\vec{G} = -\overrightarrow{\text{grad}}V_g$ soit

$$E_p = mV_g$$

b) Poids d'un corps et écriture du PFD

On se place dans le référentiel terrestre non galiléen, et on considère un point matériel M, soumis à l'interaction gravitationnelle précédente de la part de la Terre (donc en chute libre...). Il faut alors rajouter les forces d'inertie.

$\vec{F}_{ie} = m\Omega_T^2 r\vec{u}_r$ où Ω_T est la vitesse angulaire de rotation de la Terre.

$\vec{F}_{ic}$

Définition :

On définit le poids $\vec{P}$ d'un corps de masse m dans $\mathcal{R}_T$ comme la somme de l'interaction gravitationnelle et de la force d'inertie d'entraînement :

$$\vec{P} = m\vec{G}(M) + m\Omega_T^2 r\vec{u}_r = m\vec{g}$$

avec $\vec{g} = \vec{G}(M) + \Omega_T^2 r\vec{u}_r$ le champ de pesanteur en M.