Introduction

Dans ce chapitre, nous allons discuter en détail les actions mécaniques subies par un fluide en mouvement, formaliser la différence entre les différentes échelles, et préciser les notions

Table des matières

I - Actions mécaniques dans un fluide en mouvement **1**
1)Forces volumiques . . . 1
2)Actions de contact : présentation . . . 2
3)Action de contact normale : force de pression . . . 2
4)Action de contact : contrainte tangentielle ou forces de viscosité . . . 4

II -Nombre de Reynolds **6**
1)Comparaison convection/diffusion . . . 6
2)Temps caractéristiques . . . 7
3)Écoulement laminaire ou turbulent . . . 8
4)Notions de fluide parfait et d'écoulement parfait . . . 8
5)Couche limite . . . 9

III Écoulement autour d'une sphère **9**
1)Influence du nombre de Reynolds sur l'écoulement . . . 9
2)Force de trainée . . . 11

I - Actions mécaniques dans un fluide en mouvement

Considérons une particule de fluide de volume $\mathrm{d}^3\tau(=a^3)$ dans un écoulement. Celle-ci est soumise à deux types de forces extérieures :

1. des **forces volumiques** $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v$ qui correspondent à des actions mécaniques s'exerçant à distance sur les molécules contenues dans la particule.
2. des **forces surfaciques** $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_s$ qui correspondent à des actions de contact exercées par le milieu extérieur sur la surface de la particule.

1) Forces volumiques

a) Expression générale

Supposons qu'une particule de fluide de volume $\mathrm{d}^3\tau$soit soumise à une densité volumique de force $\vec{f}_v$. Chaque molécule la constituant ressent donc cette force volumique. La force totale $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v$ exercée sur la particule est par conséquent proportionnelle au nombre de molécules contenu dans la particule, c'est-à-dire à son volume $\mathrm{d}^3\tau$. Ainsi

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v = \vec{f}_v \mathrm{d}^3\tau}$$

b) Forces de pesanteur

La masse $\mathrm{d}m$ d'une particule de fluide de volume $\mathrm{d}^3\tau$ est $\mathrm{d}m = \rho \mathrm{d}^3\tau$, le poids de cette particule de fluide est donc $\mathrm{d}m\vec{g}$ ou encore

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v = \rho \vec{g} d^3\tau$$

c) Autres forces volumiques

Bien qu'en seconde année, les forces volumiques se résumeront la plupart du temps au poids, il en existe d'autres. On peut citer par exemple pour un fluide chargé la force électrique dont l'expression est la suivante

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v = \rho_e \vec{E} d^3\tau$$

où ρ_e est la densité volumique de charges de la particule et $\vec{E}$ le champ électrique agissant sur cette dernière.

De la même manière, on peut citer la force magnétique pour un fluide contenant des particules chargées en mouvement caractérisées par une densité volumique de courant $\vec{j}$. L'expression de la force magnétique s'exerçant sur la particule est

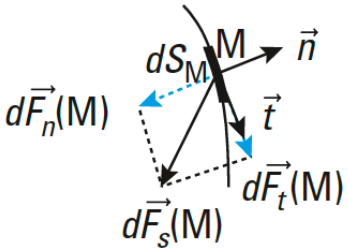
$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v = \vec{j} \wedge \vec{B} d^3\tau$$

où $\vec{B}$ est le champ magnétique agissant sur la particule.

Enfin, si le référentiel d'étude **n'est pas** galiléen, on peut également exprimer la force d'inertie d'entraînement subie par une particule de fluide, dont l'expression est la suivante

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_v = -\rho \vec{a}_e d^3\tau$$

2) Actions de contact : présentation



Supposons que le fluide extérieur exerce une force sur la surface d'une particule fluide de volume $\mathrm{d}^3\tau$. Si on note M un point de la surface de la particule entouré par une surface élémentaire $\mathrm{d}S_M$, le fluide extérieur exerce une force élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_s$ au point M proportionnelle à cette surface élémentaire. Ainsi

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_s = \vec{\sigma}(M)\mathrm{d}S_M$$

Le coefficient de proportionnalité $\vec{\sigma}(M)$?est appelé **contrainte**. Il représente la force de contact par unité de surface exercée par le milieu extérieur. Comme on peut le voir ci-dessus, la force élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_s$ se décompose en une composante normale $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n$ et une composante tangentielle $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_t$ orientées par les vecteurs unitaires $\vec{n}$ et $\vec{t}$. Ainsi on peut écrire

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_s(M) = \overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M) + \overrightarrow{\mathrm{d}F}_t(M) = \sigma_n(M)\mathrm{d}S_m\vec{n} + \sigma_t(M)\mathrm{d}S_m\vec{t}$$

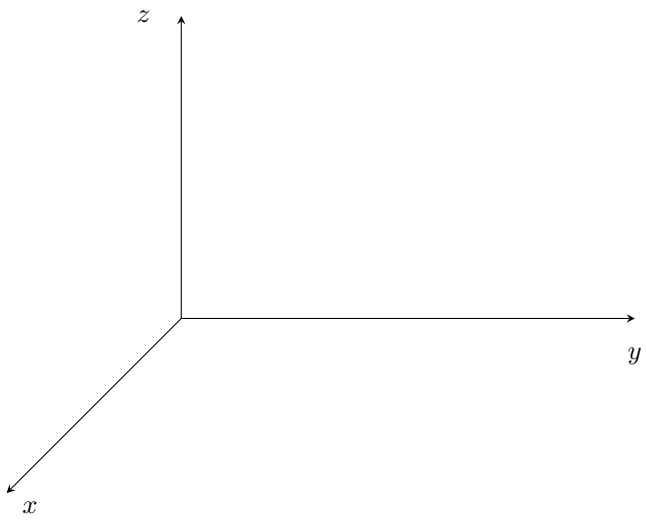
où σ_n est appelée contrrainte normale et σ_t est appelée contrainte tangentielle.

3) Action de contact normale : force de pression

Si un fluide est incompressible, la force normale qu'il exerce en un point M de la particule de fluide est appelée force de pression (ou pressante). L'expression est, d'après le programme de première année,

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M) = -P(M)\mathrm{d}S_M\vec{n}$$

où $P(M)$ est la pression du fluide extérieur au point M et $\vec{n}$ un vecteur unitaire normal orienté vers l'extérieur de la particule fluide. Considérons une particule fluide au repos de volume élémentaire $\mathrm{d}^3\tau = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ située en un point M de coordonnées (x, y, z) dans la base cartésienne. Calculons alors la résultante des forces surfaciques s'exerçant sur cette dernière.



But : calculer la résultante $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M)$ des forces de pression exercées par le fluide qui entoure la particule de fluide.
$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M)$: somme de 6 forces s'exerçant chacune sur une face.

$\rightsquigarrow$ Étude de $\mathrm{d}F_{nz}$: provient des forces s'exerçant sur les 2 faces orthogonales à (Oz), qui ont pour aire $\mathrm{d}S = \mathrm{d}x\mathrm{d}y$. On a :

On voit apparaître un terme du type $f(z)$ - $f(z + \mathrm{d}z)$ qui peut se calculer par une formule de Taylor (DL) à l'ordre 1 :

$$f(z + \mathrm{d}z) \approx f(z) + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}\mathrm{d}z + ...$$

De plus, ici $P(x, y, z)$, on a donc :

$$P(x, y, z + \mathrm{d}z) - P(x, y, z) \approx \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_{x,y} \mathrm{d}z + ...$$

soit

$$\mathrm{d}F_{nz} =$$

Il en est de même sur x et y et on peut exprimer :

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M) =$$

soit

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M) =$$

A Retenir

La résultante des forces de pression sur un volume mésoscopique $\mathrm{d}^3\tau_M$ de fluide (une particule de fluide, donc) est donnée par :

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}_n(M) = \vec{f}_P \mathrm{d}^3\tau_M$$

avec

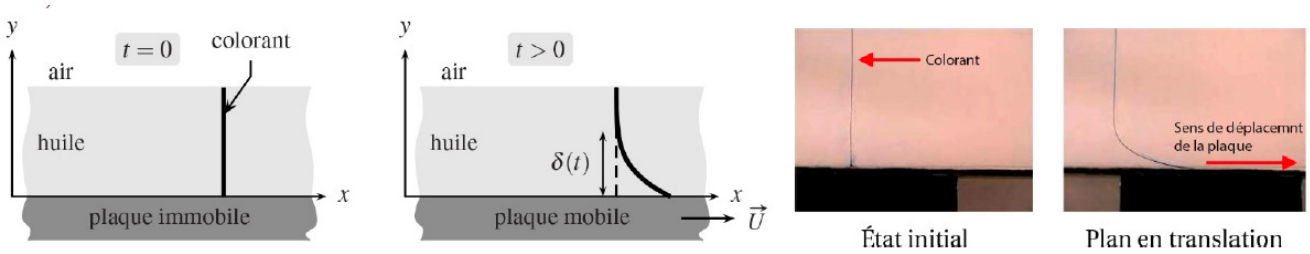
$$\vec{f}_P =$$

$\vec{f}_P$: densité volumique de force équivalente aux forces de pression.

4) Action de contact : contrainte tangentielle ou forces de viscosité

a) Mise en évidence

Cette contrainte tangentielle apparaît lorsque le fluide subit une *force de cisaillement* interne, au niveau de la surface de la particule de fluide considérée. On peut mettre en évidence ce phénomène à l'échelle macroscopique en imposant une contrainte de cisaillement dans le fluide : on considère de l'huile placé au-dessus d'une plaque que l'on peut translater.



Le déplacement de la plaque entraîne avec lui l'huille, on prouve alors l'apparition de cette force de cisaillement.

b) Force surfacique

Plus précisément, un opérateur tracte à vitesse constante $\vec{U} = U\vec{u}_x$ la plaque qui est au fond du fluide incompressible avec une force $\vec{F}_{op}$. Expérimentalement, on montre que la force tangentielle exercée par l'opérateur dépend de deux paramètres géométriques : la surface S de la plaque et la profondeur L du fluide. Par ailleurs, à l'intuition, plus la surface S de la plaque est importante, plus la force $\vec{F}_{op}$ à exercer pour la faire avancer est grande. De la même manière, plus la profondeur du liquide L est importante, plus la force $\vec{F}_{op}$ à exercer pour faire avancer la plaque est faible. Au final, la force exercée par l'opérateur est colinéaire à $\vec{U}$, croissante avec S et décroissante avec L, on propose alors :

$$\vec{F}_{op} \propto \frac{SU}{L}\vec{u}_x$$

Le facteur de proportionnalité est appelé viscosité dynamique et noté η.

Précisons la force de cisaillement dans la situation particulière d'un écoulement incompressible, unidimensionnel dans la direction Ox et stationnaire. On suppose que la vitesse en un point M quelconque s'écrit sous la forme : $\vec{v} = v_x(y)\vec{u}_x$

le fluide supérieur exerce sur la surface dS de fluide une force tangentielle appelée force de cisaillement dont l'expression est par extension de la formule précédente

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F} = \eta\frac{v_x(y+\mathrm{d}y) - v_x(y)}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}S\vec{u}_x$$

où $v_x(y+\mathrm{d}y) - v_x(y)$ représente la vitesse relative du fluide par rapport à la surface dS et $\vec{u}_x$est le vecteur unitaire tangent à cette surface. Au premier ordre, la force de cisaillement s'exerçant sur cette dernière s'écrit alors

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F} = \eta\frac{\partial v_x}{\partial y}\mathrm{d}S\vec{u}_x$$

D'après le schéma, puisque la vitesse $v_x(y+\mathrm{d}y)$ est plus grande que la vitesse $v_x(y)$, le fluide situé au dessus de la surface va entrainer cette dernière.

c) Viscosité dynamique

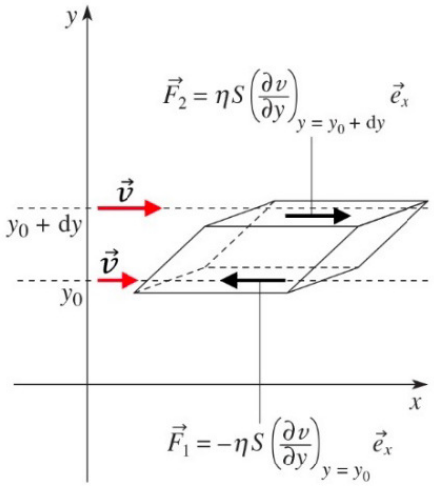
La formule du paragraphe précédent ne dépend que de paramètres géométriques. Elle ne dépend pas pour l'instant de la nature du fluide au dessus de la plaque. Or à l ?intuition, on se doute que la force à exercer pour la faire avancer sera plus importante si le fluide est du miel que si c'est de l'eau. Pour traduire cette dépendance avec le fluide et pour rendre la formule précédente homogène, il faut ajouter une constante dont les dimensions SI sont $\mathrm{M.L^{-1}.T^{-1}}$. Le coefficient de proportionnalité noté η est donc appelé **viscosité dynamique** et son unité dans le système international est le pascal seconde (Pa.s). C'est une grandeur caractéristique du fluide : plus un fluide est visqueux et plus sa viscosité dynamique est importante. Dans le tableau ci-dessous sont données quelques valeurs de viscosité dynamique pour des gaz et des liquides à température ambiante (20 °C) et sous pression atmosphérique (1 atm).

Fluide	air	eau	Huile 15W40 à 40 °C	Glycérol	Miel	Magma
η (Pa.s)	$1,8.10^{-5}$	$1,0.10^{-3}$	0,1	1,5	10	10

Remarque : Seuls les fluides dits newtoniens ont une viscosité constante qui ne dépend pas du gradient de vitesse. L'étude des autres fluides dits non newtoniens n'est pas au programme de seconde année.

d) Équivalent volumique

On va raisonner de façon similaire au calcul de l'équivalent des forces de pression : on va faire le bilan des forces de cisaillement subies par une particule de fluide selon le schéma ci-dessous.



$\vec{v} = v(y,t)\,\vec{e}_x$. Forces de cisaillement sur un volume élémentaire dans le cas d'un écoulement unidirectionnel.

Considérons une particule de fluide de volume élémentaire $\mathrm{d}\tau = S\mathrm{d}y$ située en un point M de coordonnées (x, y, z) dans la base cartésienne. Elle est placée dans un écoulement incompressible, unidirectionnel et stationnaire dont le champ eulérien de vitesse a pour expression :

$$\vec{v} = v(y,t)\vec{e}_x$$

L'allure du champ des vitesses est donné sur le figure.

On calcule la résultante des forces de cisaillement s'exerçant sur la particule de fluide. Puisque la vitesse v est une fonction croissante de la variable y, le fluide situé au dessus de la particule l'entraîne tandis que le fluide situé en dessous la freine. Par ailleurs, la face supérieure de la particule a pour surface élémentaire S et pour altitude $y_0 + \mathrm{d}y$. On en déduit, en utilisant la formule précédente, que la force élémentaire $\vec{F}_2$ exercée par le fluide extérieur sur cette face est au premier ordre

$$\vec{F}_2 = \eta S \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{y=y_0+\mathrm{d}y} \vec{e}_x \approx \eta S \left(\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{y=y_0} + \mathrm{d}y \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)_{y=y_0} \right) \vec{e}_x$$

De la même manière, on peut exprimer la force $\vec{F}_1$ exercée par le fluide extérieur sur la face inférieure :

$$\vec{F}_1 = -\eta S \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{y=y_0} \vec{e}_x$$

Au final, la résultante $\vec{F}$ des forces de cisaillement s'exprime selon :

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \eta S \mathrm{d}y \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)_{y=y_0} \vec{e}_x}$$

qui correspond à un **équivalent volumique des forces de cisaillement**, c'est le force de viscosité.

La densité volumique de force de cisaillement est alors :

$$\vec{f_v} = \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)_{y=y_0} \vec{e}_x$$

Généralisation : dans le cas d'un écoulement incompressible quelconque, on peut exprimer cet équivalent volumique à l'aide de l'opérateur **Laplacien**

Définition :
On définit le **Laplacien vectoriel** du champ des vitesses sous la forme :

$$\vec{\Delta}(\vec{v}) = \left| \begin{array}{l} \Delta(v_x) \\ \Delta(v_y) \\ \Delta(v_z) \end{array} \right.$$

où $\Delta()$ correspond au **Laplacien scalaire** (notez l'absence ou la présence de la flèche...) dont la définition est $\Delta = \vec{\nabla}.\vec{\nabla}$ et l'expression en coordonnées cartésiennes est :

$$\Delta() = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

A Retenir

La force surfacique de cisaillement dans un fluide a un équivalent volumique dont l'expression est :

$$\vec{F} = \eta \vec{\Delta}(\vec{v}) \mathrm{d}\tau$$

Cette force est généralement nommée **force de viscosité**.

II - Nombre de Reynolds

1) Comparaison convection/diffusion

Considérons un écoulement dont la vitesse caractéristique est V, dont la taille caractéristique est L, d'un fluide de masse volumique ρ et de viscosité η constantes.

Définition :
On définit le **nombre de Reynolds** associé à cet écoulement par le rapport

$$R_e = \frac{\rho L V}{\eta}$$

Remarque :
La dimension de η est $\mathrm{M.L^{-1}.T^{-1}}$ (voir I), celle de ρ est $\mathrm{M.L^{-3}}$, on a bien pour dimension de R_e

$$\frac{\mathrm{M.L^{-3}.L.L.T^{-1}}}{\mathrm{M.L^{-1}.T^{-1}}} = 1$$

qui est donc bien une grandeur physique adimensionnée.

Voici quelques valeurs de nombre de Reynolds rencontrées dans la nature :

Système	manteau terrestre	glacier	bactéries dans l'eau	bille dans du miel	nageur dans l'eau	oiseau dans l'air
R_e	10^{-20}	10^{-11}	10^{-5}	10^{-2}	10^{5}	10^{6}

Application

Donner l'ordre de grandeur des nombres de Reynolds associés aux situations suivantes :
- (1) Poisson dans un aquarium.
- (2) Coureur de 100 m.
- (3) Baleine dans l'océan.

Solution

Dans la première situation, un poisson dans un aquarium rempli d'eau mesure environ 5 cm et il se déplace avec une vitesse caractéristique de 2 cm.s^{-1} par exemple. L'ordre de grandeur du nombre de Reynolds associé est $R_e = 10^3$
Dans la seconde situation, un coureur de 100 mètres mesure environ 2 m et il parcourt les 100 mètres en 10 secondes. L'ordre de grandeur du nombre de Reynolds associé est $R_e = 2.10^6 = 1.10^1.2/10^{-5}$
Dans la troisième situation, une baleine mesure environ une vingtaine de mètres et sa vitesse maximale est environ 10 m.s^{-1}. L'ordre de grandeur du nombre de Reynolds associé est $R_e = 2.10^8$

Toujours en utilisant les ordres de grandeur, on va estimer le terme *convectif* qui apparaît dans la dérivée particulaire du champ de vitesse (multiplié par ρ) :

$$\| \left(\rho \vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}}\right) \vec{v}\| \approx \frac{\rho V^2}{L}$$

De manière similaire, on estime l'ordre de grandeur de la force de viscosité (dit terme *diffusif* volumique)

$$\|\eta \vec{\Delta}(\vec{v})\| \approx \frac{\eta V}{L^2}$$

On peut donc interpréter le nombre de Reynolds comme le rapport des deux termes :

$$R_e = \frac{\| \left(\rho \vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}}\right) \vec{v}\|}{\|\eta \vec{\Delta}(\vec{v})\|} = \frac{\rho V^2}{L}\frac{L^2}{\eta V} = \frac{\rho V L}{\eta}$$

La valeur de ce nombre donne donc un rensignement sur le rapport entre le terme convectif, associé au mouvement de fluide et la force de viscosité, et il permet de répondre à la question : l'écoulement est-il plutôt dominer par la convection (déplacement macroscopique des particules de fluide) ou par la viscosité (phénomène de dissipation).

Définition :
On définit traditionnellement la **viscosité cinématique** ν sous le forme

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Sa dimension est L^2.T^{-1} et son unité est donc m^2.s^{-1}

2) Temps caractéristiques

On compare

$$\|\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\| \equiv \| \left(\rho \vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}}\right) \vec{v}\| \Leftrightarrow \rho \frac{V}{\tau_c} \equiv \rho \frac{V^2}{L}$$

où τ_c est le temps caractéristique de du mouvement convectif de l'écoulement. Soit

$$\tau_c = \frac{L}{V}$$

De la même manière, pour déterminer l'échelle de temps caractéristique τ_d du mouvement diffusif du fluide, on raisonne en terme d'ordre de grandeur. Puisque

$$\|\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\| \equiv \|\eta \vec{\Delta}(\vec{v})\| \Leftrightarrow \rho \frac{V}{\tau_d} \equiv \eta \frac{V}{L^2}$$

soit

$$\tau_d = \frac{L^2}{\nu}$$

On en déduit que le nombre de Reynolds est par définition le rapport du temps caractéristique du transport de quantité de mouvement par diffusion sur le temps caractéristique du transport de quantité de mouvement par convection. Ainsi

$$R_e = \frac{\tau_d}{\tau_c} = \frac{VL}{\nu}$$

Au final, pour un nombre de Reynolds assez faible ($R_e \ll 1$), l'écoulement est dominé par les forces de viscosité tandis que pour un nombre de Reynolds assez élevé ($R_e \gg 1$), l'écoulement est dominé par la convection.

3) Écoulement laminaire ou turbulent




On constate expérimentalement qu'un écoulement est :
- **laminaire** pour $R_e < 10$ (filet d'eau à faible débit...)
- **turbulent** pour $R_e > 1000$ (filet d'eau à haut débit...)
- Entre les deux : on ne peut pas le qualifier à l'aide du nombre de Reynolds

Quelques types d'écoulement :

Ecoulement	ν (m^2)	V (m.s^{-1})	L (m)	R_e	Type
Avion en vol	10^{-5}	300	30	10^9	Turbulent
Voiture dans l'air	10^{-5}	30	2	10^7	Turbulent
Nageur dans l'eau	10^{-6}	1	1	10^6	Turbulent
Marcheur dans l'air	10^{-5}	2	1	10^5	Turbulent
Têtard dans l'eau	10^{-6}	10^{-2}	10^{-3}	10	Laminaire
Coulée de lave	10^3	1	10	10^{-2}	Laminaire
Mouvement d'un glacier	10^8	10^{-7}	10^3	10^{-12}	Laminaire

Quelques images d'écoulements turbulents



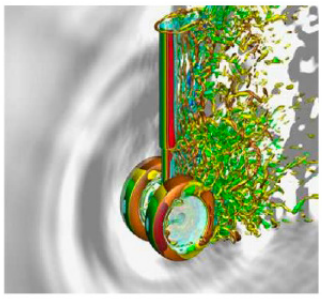


traînée turbulente d'un ballon de foot

Panache volcanique turbulent présentant des remous de différentes échelles

Turbulence dans le cours d'une rivière





Structures turbulentes autour du train d'atterrissage Lagoon (simulation numérique)

4) Notions de fluide parfait et d'écoulement parfait

Définition : Un fluide est dit **parfait** si sa viscosité dynamique η est nulle.

Iil n'existe qu'un fluide pour lequel sa viscosité dynamique soit rigoureusement nulle. Il s'agit de l'Hélium 4 noté ^{4}He. En effet, en dessous d'une température de 2,18 K, sa viscosité dynamique est nulle.

En revanche, tous les autres fluides ont une viscosité non nulle même si elle est faible.

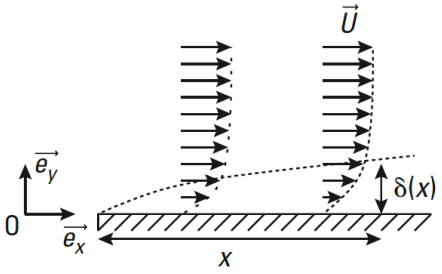
Définition : Un écoulement est dit **parfait** si tous les phénomènes diffusifs sont négligés.

Par conséquent, pour qu'un écoulement soit parfait, il faut que les phénomènes diffusifs tels que la diffusion thermique, la diffusion moléculaire, la diffusion de quantité de mouvement par viscosité... soient négligeables. Le modèle de l'écoulement parfait est très utile car il est valable pour décrire de nombreuses situations physiques. Il permet notamment de décrire des écoulements de fluide parfait. En effet si le fluide est parfait, son écoulement est parfait (la réciproque n'est pas vraie). Par ailleurs, ce modèle est valable pour décrire des écoulements loin des parois et des obstacles à condition qu'il ne soit pas turbulent.

5) Couche limite

On vient de voir que la viscosité dynamique d'un fluide parfait est nulle. Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement d'un fluide parfait serait alors infini et l'écoulement serait toujours turbulent. Il en est de même pour un écoulement d'un fluide à haut nombre de Reynolds. En effet, si le nombre de Reynolds est élevé, le transport de quantité de mouvement par diffusion est négligeable devant le transport de quantité de mouvement par convection. On pourra négliger la forces de viscosité. Par conséquent, il semble qu'un écoulement à haut nombre de Reynolds puisse être assimilé à un écoulement parfait.

Cependant, au voisinage des parois, la vitesse du fluide est égale à la vitesse de la paroi (CL). Ainsi la vitesse du fluide par rapport à la paroi est nulle car les particules de fluide s'accrochent sur cette dernière. Il existe donc au voisinage des parois une zone appelée couche limite où la vitesse passe sur une distance caractéristique δ (appelée épaisseur de la couche limite) de la vitesse nulle à la vitesse U au sein du fluide.



Dans cette zone, les phénomènes visqueux sont en général prédominants et l'épaisseur de la couche limite n'est pas constante. On admet qu'elle s'écrit en fonction de la distance sous la forme

$$\delta(x) \approx \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

.

Un écoulement parfait sera considéré comme un écoulement dont l'épaisseur de la couche limite est nulle.

III - Écoulement autour d'une sphère

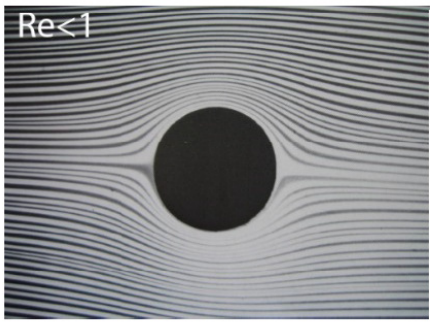
1) Influence du nombre de Reynolds sur l'écoulement

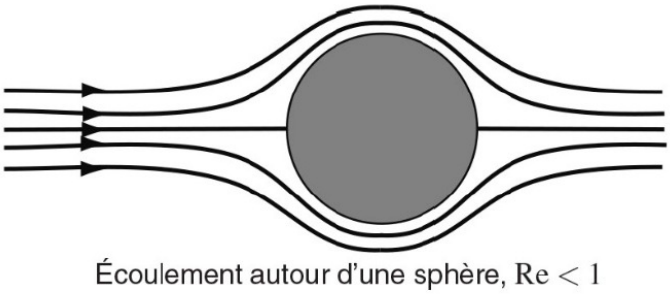
On considère dans cette section un écoulement autour d'une sphère de rayon R d'un fluide newtonien incompressible, et nous allons étudier qualitativement l'évolution du profil du champ des vitesses lorsque le nombre de Reynolds augmente (par exemple en faisant varier la vitesse V typique de l'écoulement, pour un fluide donné). Il est bien entendu que cette situation est tout à fait similaire au cas d'une sphère (une balle) qui se déplace dans un fluide, à condition de se placer dans le référentiel de la balle.

Le nombre de Reynolds est ici

$$R_e = \frac{\rho V R}{\eta}$$

a) Si $R_e < 1$

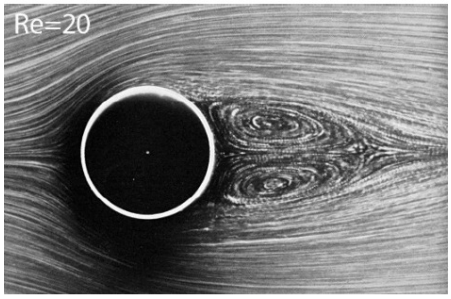


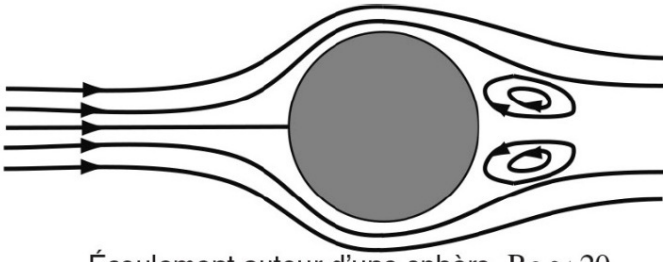


Écoulement autour d'une sphère, Re < 1

Les lignes de courant sont stationnaires et l'écoulement est partout laminaire. La couche limite reste en contact partout autour de la sphère. Elle est de très faible épaisseur. La dissipation visqueuse est essentiellement localisée dans la couche limite et reste donc limitée. En dehors de la couche limite, l ?écoulement est proche de celui d ?un fluide parfait.

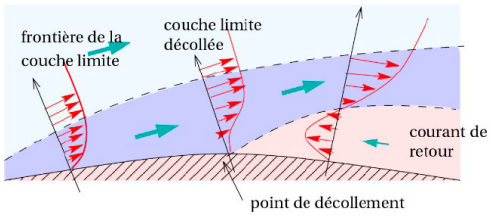
b) Si $10 < R_e < 100$



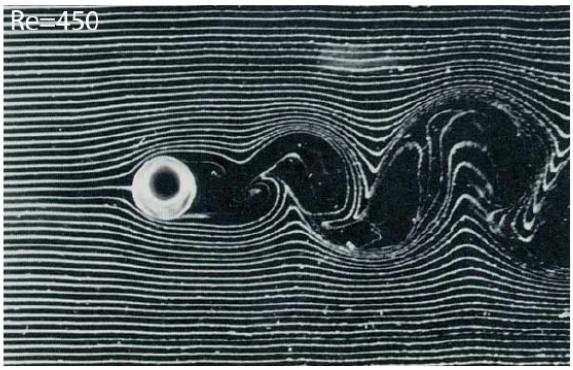


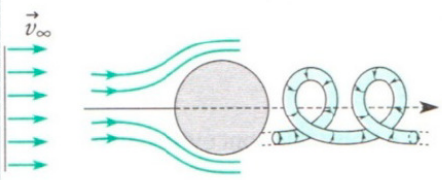
Écoulement autour d'une sphère, Re ≃ 20.

Il y a apparition d'un sillage constitué de zones de recirculation stationnaires en aval de la sphère. Ces tourbillons sont générés dans la couche limite. On remarque que la vitesse peut varier fortement et s'inverser de sens. La couche limite se décolle de la surface et devient turbulente. Le point de décollement se déplace vers l'amont lorsque R_e augmente. On zoome sur la zone du décollement de la couche limite. En dehors de la couche limite, l'écoulement reste laminaire.



c) Si $100 < R_e < 1000$



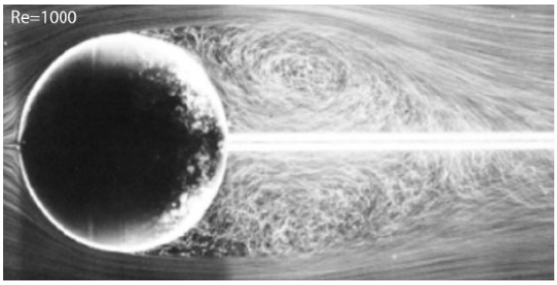


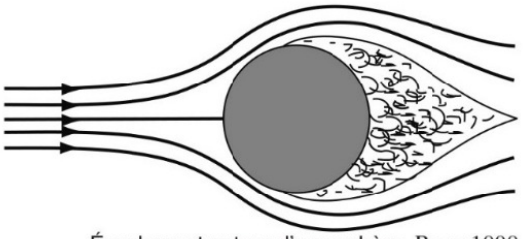
Re ≃ 450

Le tourbillon torique précédent se détache en prenant une forme hélicoïdale.

Pour des nombres de Reynolds supérieurs des tourbillons se détachent de la sphère, formant ce que l'on appelle des allées de Bénard-Von Karman.

d) Si $R_e > 1000$

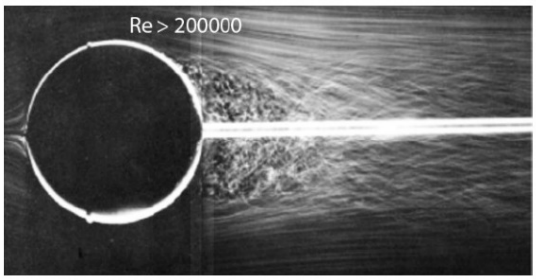


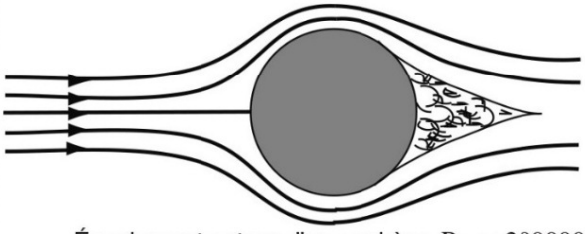


Écoulement autour d'une sphère, Re ≃ 1000.

Quand le nombre de Reynolds atteint une valeur de l'ordre de 1000, on constate l'apparition derrière la sphère d'un large sillage turbulent où la dissipation d'énergie est importante. La couche limite est laminaire, mais la dissipation visqueuse est essentiellement localisée dans le sillage turbulent et augmente d'autant plus que le sillage est important.

e) Si $R_e = 2.10^5$



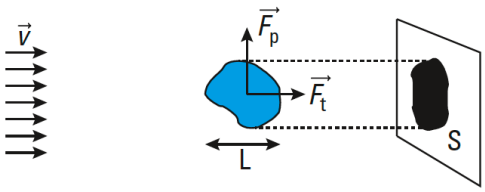


Écoulement autour d'une sphère, Re ≃ 200000.

Enfin, il existe une valeur particulière du nombre de Reynolds, proche de 200000, pour laquelle on observe une diminution importante de la taille du sillage turbulent. Cela se traduit par une diminution importante de l'énergie dissipée dans le sillage, et une diminution de la traînée. On appelle ce phénomène crise de traînée. On peut forcer son apparition pour des nombres de Reynolds plus faibles en plaçant des aspérités à la surface de la sphère. C'est le cas, par exemple, des balles de golf dont les aspérités permettent de réduire la force de traînée : moins freinée, la balle va plus loin. La couche limite devient turbulente.

2) Force de trainée

a) Qu'est-ce que la trainée ?



Un fluide arrive sur un objet S avec une vitesse $\vec{v}$. Le fluide exerce sur l'objet une force qui se décompose en deux composantes :

- une composante parallèle à l'écoulement appelée force de traînée (ou traînée) notée $\vec{F}_t$
- une composante perpendiculaire à l'écoulement appelée force de portance (ou portance) notée $\vec{F}_p$

La force de trainée a pour expression (en projection sur l'axe horizontal bien entendu)

$$F_t = \frac{1}{2}\rho C_x S v^2$$

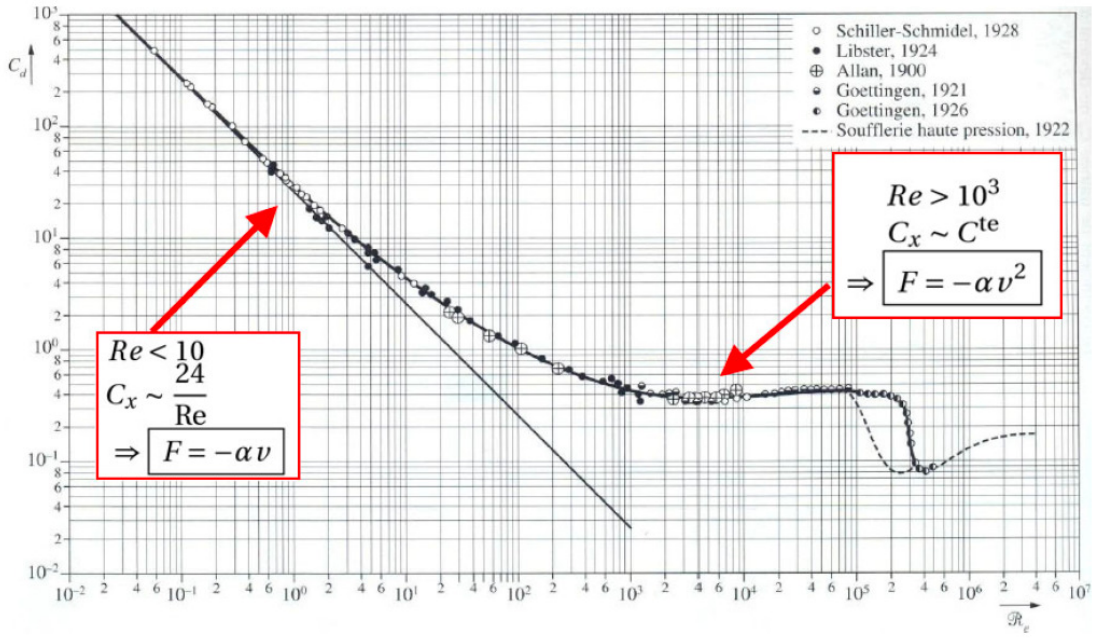
où ρ est la masse volumique du fluide et v la vitesse de l'écoulement. S est appelé maître couple et il représente l'aire de l'ombre de l'objet par rapport à l'écoulement. Enfin, C_x est un nombre sans dimension appelé coefficient de traînée. Il est défini par

$$C_x = \frac{F_t}{\frac{1}{2}\rho S v^2}$$

On admet que le coefficient de traînée ne dépend que du nombre de Reynolds Re. Il faut donc déterminer expérimentalement la fonction reliant ces coefficients au nombre de Reynolds.

On reprend le cas de la sphère de rayon R dans un écoulement de vitesse $\vec{v}$. Le fluide a une masse volumique ρ et une viscosité η.

b) Coefficient de trainée



Cette courbe fait apparaître quatre zones essentiellement.

• **Zone 1** : $R_e < 1$

Pour des faibles nombres de Reynolds, l'écoulement autour de la sphère est laminaire et approximativement linéaire. Dans cette zone, le coefficient de traînée est inversement proportionnel au nombre de Reynolds. Expérimentalement, on obtient

$$C_x = \frac{24}{R_e}$$

La force de trainée a pour expression

$$F_t = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{24}{R_e}\right)\pi R^2 v^2 = 6\pi\eta R v$$

Dans cette zone (nombre de Reynolds faible), la force de traînée est directement proportionnelle à la vitesse du fluide. Elle constitue la **formule de Stokes** (force de frottement fluide "classique").

• **Zone 2** : $10^3 < R_e < R_{e_c}(\approx 2.10^5)$

Dans ce domaine, on s'aperçoit que $C_x \approx cte$, soit

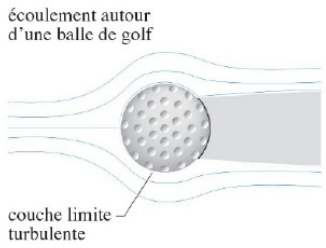
$$F_t = \frac{1}{2}\rho C_x \pi R^2 v^2$$

La force de trainée est alors quadratique avec la vitesse, lorsque le nombre de Reynolds est grand.

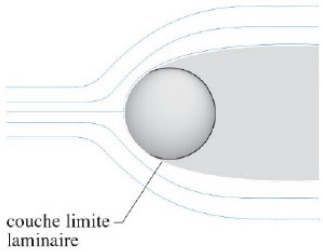
• **Zone 3** : $R_e > R_{e_c}(\approx 2.10^5)$

Il existe un nombre de Reynolds critique R_{e_c} pour lequel le coefficient de traînée chute brusquement. Au delà de ce Reynolds critique, le coefficient de traînée reste constant et le sillage subit une transition en diminuant fortement en taille. Par ailleurs, l'ensemble de l'écoulement devient turbulent.

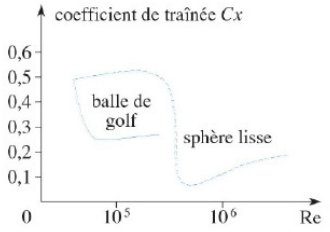
Quelques exemples :



Autour d'une balle de golf, il existe une couche limite turbulente.



Autour d'une balle lisse, il existe une couche limite laminaire.



Différence entre les coefficients de traînée Cx(Re) *d'une balle lisse et d'une balle de golf, lors d'un mouvement à nombre de Reynolds* Re *élevé.*

