Les expressions des opérateurs différentiels en coordonnées cylindriques et sphériques ne sont pas données ; elles se trouvent dans le cours ! L'exercice 0 est une application directe du cours. Les exercices 1, 2 et 3 sont liés au cours de Spé, estimation d'un nombre de Reynolds pour en déduire le type de force de traînée à introduire. L'exercice 4 précise la notion de couche limite évoquée en cours.

Exercice 0 : cahier d'entraînement

Fiche 26 (dynamique des fluides), 26.1 à 26.12 (page 225 à 230).

Exercice 1 : Vent favorable

En athlétisme, un record de sprint ne peut être validé que si le vent favorable est inférieur à 2 m.s^{-1}. De quel facteur la force de traînée que l'air exerce sur un coureur de 100 mètres est-elle réduite si celui-ci bénéficie d'un vent favorable de deux mètres par seconde ? Commenter. Données :

— Masse volumique de l'air : $\mu = 1{,}3$ kg.m^{-3}
— Viscosité de l'air : $\eta = 1{,}8.10^{-5}$ Pa.s

Exercice 2 : Trajectoire d'une balle

Deux forces déterminent la trajectoire d'un ballon de football : son poids $m\vec{g}$ et la force aérodynamique, qui contient deux composantes : la force de traînée, $\vec{F_t}$ alignée avec la vitesse du ballon, et la force de portance $\vec{F_p}$ orthogonale à la vitesse du ballon. On souhaite comparer les effets aérodynamiques ou les effets de la gravité qui déterminent la trajectoire de la balle.

1. Déterminer, par analyse dimensionnelle, la portée L_g d'un tir dans le champ de pesanteur terrestre, en fonction de U et de g. Calculer la valeur de L_g pour les différents sports de balle envisagés dans le tableau suivant :

Sport	Masse de la balle m (kg)	Diamètre $2R$ (m)
Golf	$4,5.10^{-2}$	4,2
Tennis	$5,7.10^{-2}$	6,5
Football	0,44	21
Handball	0,45	19

Sport	Vitesse caractéristique U (m.s^{-1})	Longueur du terrain L (m)
Golf	90	200
Tennis	70	24
Football	30	100
Handball	20	40

2. a) Evaluer le nombre de Reynolds R_e pour chacun des cas envisagés dans le tableau. Conclure quant à l'expression de la force de traînée à utiliser.
   b) On envisage le mouvement rectiligne d'une balle, de masse m et de diamètre $2R$ dans l'air en négligeant l'action de la pesanteur. Montrer que la vitesse de la balle décroît exponentiellement avec la distance parcourue. Mettre en évidence une distance de freinage aérodynamique L_a et l'exprimer en fonction de la masse m, du rayon R de la balle et de la masse volumique μ_a de l'air.
   c) Evaluer la longueur de freinage aérodynamique L_a pour les différents cas envisagés.
3. En utilisant les données numériques du tableau et les longueurs caractéristiques calculées, comparer l'influence relative de la gravité et des effets aérodynamiques dans les différents sports envisagés.

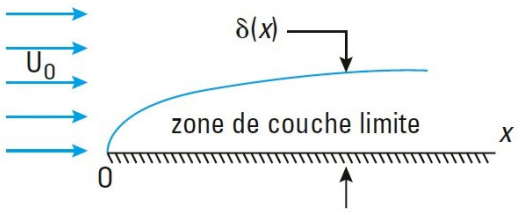
Exercice 3 : Viscosimètre à chute de bille †

Une bille solide sphérique tombe dans un liquide visqueux. On suppose que lors de cette chute, le nombre de Reynolds est petit devant 1 (force de traînée de Stokes).

1. En effectuant un bilan des forces subies par la bille, exprimer la viscosité dynamique η du fluide en fonction de la vitesse limite de chute constante de la bille U_0, de son rayon a, de l'accélération de la pesanteur g et des masses volumiques du solide et du liquide ρ_s et ρ_l.
2. Calculer les coefficients de viscosité dynamique et cinématique d'un liquide de masse volumique $\rho_l = 126$ kg.m^{-3}, sachant que la vitesse de chute mesurée est $U_0 = 8$ mm.s^{-1} avec $\rho_s = 300$ kg.m^{-3} et $a = 4{,}5$ mm.
3. En déduire le nombre de Reynolds, et discuter la validité de l'hypothèse.

Exercice 4 : Épaisseur de couche limite ††

On considère la couche limite qui se développe sur une plaque plane infiniment mince, disposée parallèlement aux lignes de courant d'un écoulement permanent rectiligne et uniforme (vitesse U_0 en module).



On suppose le régime laminaire de mouvement bidimensionnel plan, l'axe de l'écoulement étant pris pour l'axe des abscisses. On suppose que la plaque a une longueur L dans le sens de l'écoulement.

1. À quelle condition d'écoulement correspond la situation décrite ?
2. On désigne par ν (en $\mathrm{m}^2.\mathrm{s}^{-1}$) la viscosité cinématique du fluide. Estimer les temps caractéristiques de convection T_C et de diffusion T_D dans une section d'abscisse x, où l'épaisseur de la couche limite est $\delta(x)$.
3. Sachant que l'écoulement dans la couche limite satisfait à une condition d'équilibre temporel entre les échelles T_C et T_D, déduire la forme de variation de l'épaisseur de couche limite avec l'abscisse.
4. Exprimer la loi de variation de l'épaisseur de couche limite sous forme adimensionnelle, en faisant apparaître le nombre de Reynolds global :

$$R_e = \frac{U_0 L}{\nu}$$

Quel est l'effet d'une augmentation de ce nombre de Reynolds ?