? À rendre mercredi 17 septembre 2025

Devoir Maison n°1 : Reprise en main de python

- L'objectif de ce DM est de vous faire reprendre en main le langage python.
  Faites ce DM sérieusement, seul.e, en vous aidant de vos cours/TP de PCSI/MPSI.
  Cela vous permettra de faire le point sur ce qu'il vous reste ou non de 1re année, et pour moi d'identifier vos points forts, difficultés...
- Le DM devra être rendu en **manuscrit**. Je vous encourage à y réfléchir dessus avec un crayon et un papier, sans ordinateur.
- Pour toute question, n'hésitez pas à me contacter par mail : nvalade.pcsi@gmail.com

Travail à faire :

♪ Si vous n'êtes pas/peu à l'aise en informatique : Exercice n°1

♪ ♪ Si vous êtes à l'aise en informatique : Exercice n°2

Exercice n°1 Autour des listes ♪

Q1. Écrivez une fonction `testTri(L:list)->bool` qui prend comme argument une liste `L` d'entiers et teste si cette liste est triée en ordre croissant.

On étudie les températures à Valence à 12h00 durant les mois de juillet-août. Pour cela nous disposons de deux listes, la liste `Temp` des 62 températures (flottants) dans l'ordre chronologique du 1er juillet au 31 août, et de la liste `Jour` avec les dates dans l'ordre chronologique (chaînes de caractères au format `"AAAA-MM-JJ"`.

Q2. Écrire la fonction `temp_max(L:list)->float` qui prend en entrée une liste de flottants et renvoie la valeur maximale.
Écrire la ligne permettant de récupérer la température maximale à Valence de cet été.

Q3. Écrire la fonction `moyenne(L:list)->float` qui prend en entrée une liste de flottants et renvoie la valeur moyenne.

Q4. Écrire la fonction `ecart-type(L:list)->float` qui prend en entrée une liste de flottants et renvoie l'écart-type, défini par $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(x_i - \overline{x})^2}$.
La fonction devra obligatoirement ne faire appel qu'une fois à la fonction `moyenne` et être de complexité temporelle linéaire (en $O(N)$).

Q5. Écrire la fonction `jour_min(T:list,J:list)->str` prenant en entrée deux listes `T` et `J` du type de `Temp` et `Jour` et qui renvoie le jour où la température a été minimale.

Q6. Écrire la fonction `sup(T:list,val:float)->bool` qui teste si au moins un élément de la liste de flottants `T` dépasse la valeur `val`.

Q7. Écrire la fonction `liste_sup(T:list,J:list,val:float)->bool` qui renvoie la liste des jours de la liste `J` pour lesquels la température était strictement supérieure à `val`.

Q8. Écrire une fonction `taille(L:list[list])->(int,int)` qui prend en argument une liste de listes (un tableau) et renvoie un 2-uplet qui contient en premier élément le nombre de lignes et en deuxième le nombre de colonnes du tableau.
Aucune boucle `for` n'est nécessaire (et donc aucune ne devra apparaître).

Q9. Écrire une fonction `recherche2(L:list[list],val)->bool` qui prend en argument une liste de listes (un tableau) d'entiers et un entier `val` et teste si cet entier apparaît dans une des cases du tableau.

Exercice n°2 Poteaux télégraphiques ♪ ♪

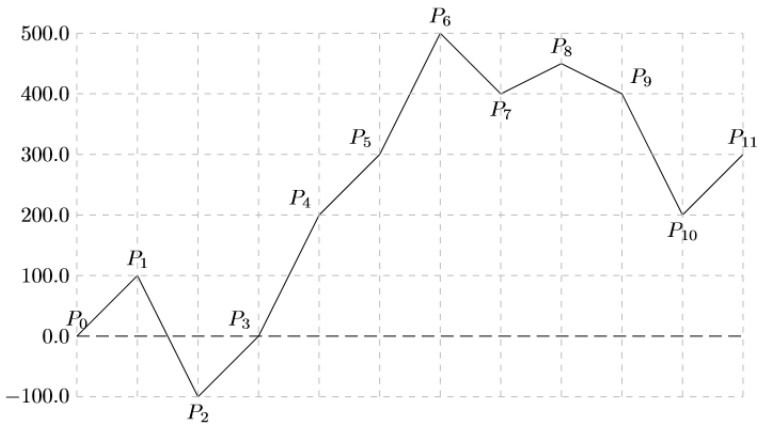
Cette partie a pour objectif de choisir où placer des poteaux télégraphiques pour relier le point le plus à gauche d'un paysage unidimensionnel au point le plus à droite. Pour ce faire, une première partie permet l'étude du terrain alors qu'en deuxième partie, l'installation des poteaux télégraphiques est résolue par deux méthodes différentes.

Les fonctions `min`, `max` et `sum` ne pourront pas être utilisées ici.

Partie I Étude du terrain

Pour décrire le terrain, des géographes ont placé des points P_0, P_1, …, P_n en ligne droite sur ce terrain, convenu que le premier point avait une altitude nulle, puis ont noté les dénivelés (en mètres), c'est à dire les différences d'altitude, entre deux points successifs. Cette succession de mesures est placé dans une liste de flottants, que l'on appelle `denivele`, qui sera passé en argument de chaque fonction. Dans tout le problème, on convient qu'aucun dénivelé mesuré n'est nul.

Par exemple, pour le terrain schématisé ci-dessous :



indice du point	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
dénivelé (m)	0.0	100	-200.0	100.0	200.0	100.0	200.0	-100.0	50.0	-50.0	-200.0	100. 0
altitude (m)	0.0	100	-100.0	0.0	200.0	300.0	500.0	400.0	450.0	400.0	200.0	300.0

Q1. Écrire une fonction `calcul_altitude` prenant en argument la liste `denivele` et renvoyant une liste de flottants formée par les altitudes des points successivement repérés sur le terrain.

Ainsi, la fonction écrite, appelée avec la liste décrivant le terrain donné en exemple, doit renvoyer :
`[0.0, 100, -100.0, 0.0, 200.0, 300.0, 500.0, 400.0, 450.0, 400.0, 200.0, 300.0]`.

Q2. Écrire une fonction `calcul_fenetre` qui prend en argument la liste `denivele` et qui renvoie la hauteur maximale `hMax` et la hauteur minimale `hMin` ainsi que les indices `iMax` et `iMin` correspondant.

Ainsi, la fonction `calcul_fenetre` appelée pour notre exemple renvoie les deux tuples $(500.0, 6)$ et $(-100.0, 2)$.

Q3. Écrire une fonction `calcul_longueur` prenant en argument la liste `denivele` et renvoyant un flottant égal à la longueur en kilomètres du trajet parcouru « en ligne droite » par un piéton marchant du point P_0 jusqu'au le point P_n, en suivant bien évidemment le relief du terrain. Autrement dit, ce flottant est la longueur de la ligne brisée passant par les points P_0, P_1, …, P_n dans cet ordre. Les points sont relevés tous les 100 mètres.

Le point d'indice $i \in [\![1, n-1]\!]$ est dit remarquable si et seulement c'est un pic, c'est-à-dire son altitude est plus élevée que celles des points d'indice $i-1$ et $i+1$. On convient de plus que les points d'indice 0 et n sont remarquables.

On appelle alors bassin, toute suite finie de points consécutifs dont le premier et le dernier éléments sont des points remarquables et dont aucun autre point n'est remarquable. Si on reprend le profil de terrain donné au début de cette partie :

— Les points remarquables sont ceux d'indice 0, 1, 6, 8 et 11.

— Les bassins sont formés par les points dont les indices forment les listes [0,1], [1,2,3,4,5,6], [6,7,8] et [8,9,10,11]. La longueur d'un bassin est le nombre d'éléments de la liste des points appartenant au bassin. Dans notre exemple, le bassin le plus long est le deuxième, et sa longueur est 6.

Q4. Écrire une fonction `remarquable` prenant en argument la liste `denivele` et l'indice `i` d'un point et renvoyant un booléen égal à `True` si et seulement si le point d'indice i est remarquable.

Q5. Écrire une fonction `bassin_max` prenant en argument la liste `denivele` et renvoyant un entier égal à la longueur du plus long bassin du terrain étudié.

Partie II Installation des poteaux

On souhaite relier le point le plus à gauche au point le plus à droite du terrain. Nous devons donc choisir à quels points parmi les $n+1$ sélectionnés, nous allons planter des poteaux télégraphiques, sachant qu'il y en a évidemment un placé au point d'indice 0, et un placé au point d'indice n.

On suppose que :

— Les poteaux ont tous la même hauteur, qui sera appelée h dans le problème,

— Les fils sont sans poids et tendus, donc relient en ligne droite les sommets de deux poteaux consécutifs.

— Les normes de sécurité imposent que les fils soient en tout point à une distance minimale du sol (mesurée verticalement), que l'on notera Δ et que l'on suppose bien évidemment plus petite que h.

Pour tout $i \in [\![0;n]\!]$, on note h_i, l'altitude du poteau d'indice i.

Pour tout $(i,j) \in [\![0;n]\!]^2$ tel que $i \neq j$, on pose alors : $\alpha_{i,j} = \dfrac{(h_j+\Delta)-(h_i+h)}{j-i}$ et $\beta_{i,j} = \dfrac{h_j-h_i}{j-i}$

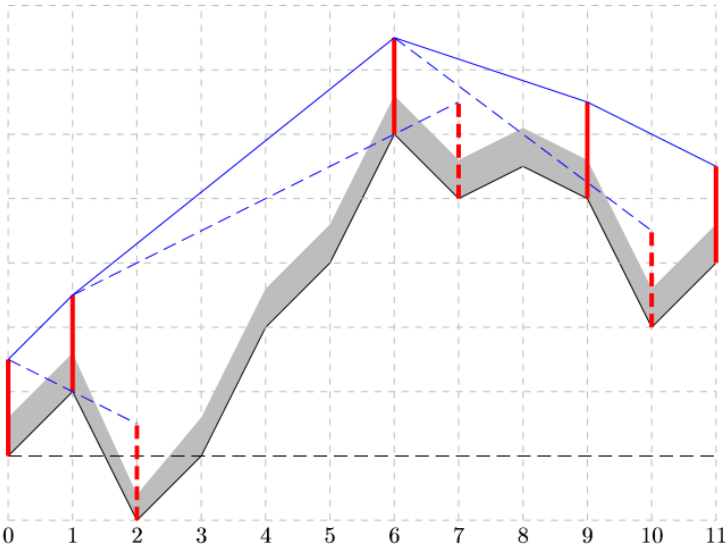
Le premier réel $\alpha_{i,j}$ est la pente d'un fil tendu entre le sommet d'un poteau planté au point d'indice i et le point situé à Δ mètres au-dessus du point d'indice j. Le second réel $\beta_{i,j}$ est la pente d'un fil tendu entre les sommets de poteaux plantés respectivement au point d'indice i et au point d'indice j. On admet que le fil tendu entre deux poteaux placés aux points d'indice i et j tel que $j > i$ vérifie les normes de sécurité si $\beta_{i,j} \geq \mathrm{Max}\{\alpha_{i,k}, k \in [\![i+1,j]\!]\}$

Q6. Écrire une fonction `correct` prenant en argument la liste `denivele`, la hauteur `h` des poteaux, la distance de sécurité `Delta`, deux indices `i` et `j` de points tels que $j > i$, et renvoyant un booléen égal à `True` si et seulement si un fil tendu entre les poteaux d'indice i et j vérifie les normes de sécurité.

Considérons une première stratégie pour planter les poteaux, dite algorithme glouton en avant.

Le premier poteau est planté en P_0. Lorsqu'un poteau est placé, pour calculer l'emplacement du poteau suivant, on part du dernier poteau planté et on avance (à droite) avec le fil tendu tant que les normes de sécurité sont respectées et que P_n n'est pas atteint. Un nouveau poteau est alors planté, et on recommence jusqu'à ce que P_n soit atteint.

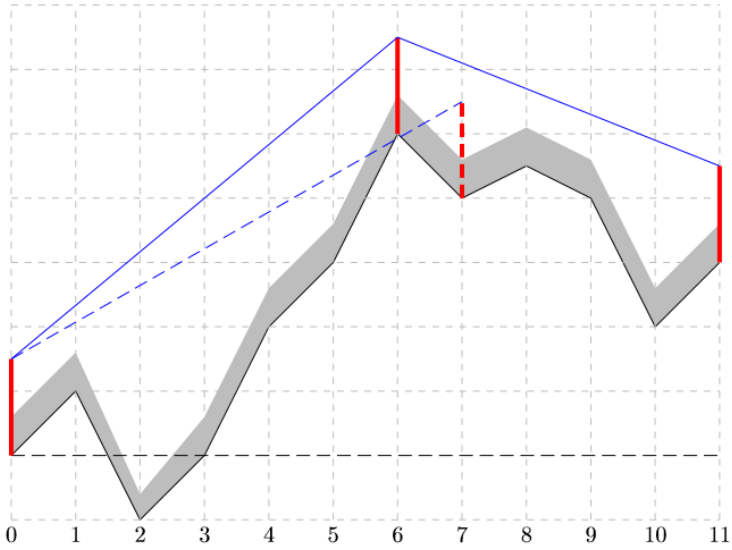
La figure qui suit illustre la solution produite par cet algorithme, la zone grisée étant celle dans laquelle ne doit passer aucun fil. Les poteaux et les fils en pointillés sont les premiers violant les normes de sécurité lors de la recherche de l'emplacement des poteaux.



Q7. Écrire une fonction `glouton_avant` prenant en arguments la liste `denivele`, la hauteur `h` des poteaux, la distance de sécurité `Delta`, et renvoyant la liste des indices des points en lesquels doivent être placés des poteaux lorsque l'on suit la stratégie proposée.

Avec notre exemple, la liste renvoyée est donc [0, 1, 6, 9, 11].

L'algorithme présenté a tendance à placer trop de poteaux, en particulier dans les bassins alors qu'il suffirait d'en relier les deux extrémités par un unique fil.
Considérons alors une nouvelle stratégie pour planter les poteaux, dite algorithme glouton en arrière.
Le premier poteau est planté en P_0. Lorsqu'un poteau est placé, pour calculer l'emplacement du poteau suivant, on tend un fil entre le dernier poteau planté et un poteau placé en P_n, puis on recule ce dernier poteau jusqu'à ce que les normes de sécurité soient respectées. Un nouveau poteau est alors planté, et on recommence jusqu'à ce que le dernier point soit atteint.
La figure qui suit illustre la solution produite par cet algorithme, la zone grisée étant celle dans laquelle ne doit passer aucun fil. Les poteaux et les fils en pointillés les derniers violant les normes de sécurité lors de la recherche de l'emplacement des poteaux.



Q8. Écrire une fonction `glouton_arriere` prenant en argument la liste `denivele`, la hauteur `h` des poteaux, la distance de sécurité `Delta`, et renvoyant la liste des indices des points en lesquels doivent être placés des poteaux lorsque l'on suit la nouvelle stratégie proposée.

Avec notre exemple, la liste renvoyée est donc `[0, 6, 11]`.