

Principes de la thermodynamique à un fluide en écoulement stationnaire

Sommaire

I	Bilan thermodynamique d'énergie et d'entropie	2
I.1	Cadre de l'étude	2
I.2	Bilan de masse (V1) : avec un système ouvert	2
I.3	Définir un système fermé	3
I.4	Bilan de masse (V2) : avec un système fermé	3
I.5	1er principe des fluides en écoulement stationnaire (= 1er principe industriel)	3
I.6	2nd principe des fluides en écoulement stationnaire	5
II	Application du 1er principe en écoulement stationnaire aux machines thermiques	6
II.1	Rappels de sup' : machines thermiques réversibles	6
II.2	Description succincte des éléments actifs usuels	7
II.3	Exemple d'une machine réelle : machine frigorifique à compression	8
II.4	Diagramme $(\log(P), h)$ (= diagramme enthalpique ou diagramme de Mollier ou diagramme des frigoristes)	9
II.5	Diagramme (T, s) (= diagramme entropique)	12
II.6	Exemple d'une machine réelle : turbine à vapeur	15
	Exercices	17

Questions de cours

- Après avoir explicité la notion de surface de contrôle et de définition d'un système fermé à partir d'un système ouvert, démontrer le premier principe en écoulement. Citer l'équivalent en terme de puissances.
- Présenter la détente de Joule-Kelvin.
- Présenter l'intérêt d'un diagramme $(\log(P), h)$ pour l'étude d'une machine thermique, constituée d'un compresseur, d'un détendeur et de deux échangeurs thermiques.
- Présenter l'intérêt d'un diagramme (T, s) pour l'étude d'une machine thermique, constituée d'un compresseur, d'un détendeur et de deux échangeurs thermiques.

Prise de notes : L'objectif de ce thème est d'étudier des systèmes dans lesquels un fluide circule en permanence à travers différents éléments. On étudiera uniquement le cas d'écoulements stationnaires.

- ★ Ce fluide transporte, entre autres, de l'énergie (cinétique, potentielle, interne) et peut l'échanger avec les différents éléments mis dans la conduite (turbine, pompe, échangeur thermique, etc). Il s'agit donc d'un transport d'énergie par convection. Le formalisme sera donc radicalement différent de celui du chapitre de diffusion thermique ! (Mais le principe reste le même, faire des bilans d'énergie.) On va donc faire un lien entre la thermodynamique et la mécanique des fluides. :D

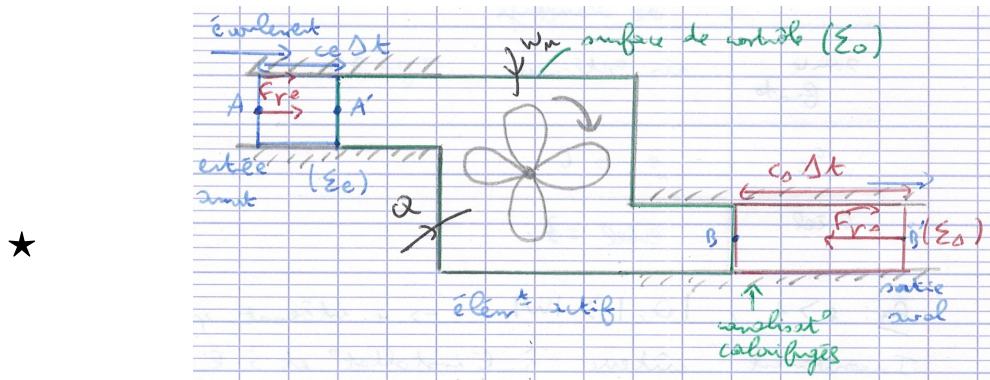
Ce chapitre a deux objectifs principaux :

1. Passer d'un système ouvert (échange de matière du fait de l'écoulement) à un système fermé adapté aux bilans.
2. Rappeler la démarche d'étude des machines thermiques réversibles. Utiliser les diagrammes $(\log(P), h)$ et (T, s) pour étudier les machines thermiques réelles.

I Bilan thermodynamique d'énergie et d'entropie

I.1 Cadre de l'étude

On considère un élément actif à travers lequel circule un fluide **en écoulement stationnaire**. Le fluide peut échanger du travail et/ou du transfert thermique avec cet élément actif.



(Indiquer W_u depuis la turbine.)

La surface de contrôle (S_c) (en vert) est une surface fermée, indéformable et fixe dans le référentiel de la conduite galiléen. Elle délimite un système (Σ_c) ouvert.

Définitions (rappels) : Un système est ouvert s'il échange de la matière avec l'extérieur. Sinon, le système est fermé.

On définit alors la pression, le volume massique, la vitesse, l'énergie cinétique massique, l'énergie potentielle massique, l'énergie interne massique, l'enthalpie massique, l'entropie massique et la température :

- en entrée : $P_e, v_e, c_e, e_{c,e}, e_{p,e}, u_e, h_e, s_e$ et T_e
- en sortie : $P_s, v_s, c_s, e_{c,s}, e_{p,s}, u_s, h_s, s_s$ et T_s

On choisit une surface de contrôle (S_c) suffisamment grande pour que ces grandeurs soient uniformes.

I.2 Bilan de masse (V1) : avec un système ouvert

Il y a plusieurs manières d'effectuer des bilans de masse. La première façon est d'effectuer ce bilan sur le système ouvert (Σ_c). C'est la méthode que l'on utilise depuis le début de l'année dans les chapitres de transport (T2, EM1, MF1).

On réalise un bilan de masse sur le système (Σ_c) entre t et $t + dt$: $d^2m = \delta^2m$.

Variation temporelle : L'écoulement étant stationnaire, la masse dans (Σ_c) ne varie pas avec le temps : $d^2m = 0$.

Echanges spatiaux :

$$\delta^2m = \delta m_{\text{entrant}} - \delta m_{\text{sortant}}$$

Remarque : Dans le chapitre MF1, on avait alors exprimé $\delta m_{\text{entrant}}$ et $\delta m_{\text{sortant}}$ à l'aide du vecteur densité de courant de masse $\vec{j}_m$.

Bilan : On en déduit que : $\delta m_{\text{entrant}} = \delta m_{\text{sortant}}$.

I.3 Définir un système fermé

Néanmoins, on ne peut PAS effectuer de bilan thermodynamique sur le système ouvert (Σ_c) car les principes de la thermodynamique ne s'appliquent qu'à des systèmes fermés. On définit alors le système fermé (Σ) tel que :

- ★
 - à l'instant t , $(\Sigma)(t) = (\Sigma_c) \cup (\Sigma_e)$ avec (Σ_e) le fluide pénétrant à travers (S_c) entre t et $t + dt$
 - à l'instant $t + dt$, $(\Sigma)(t + dt) = (\Sigma_c) \cup (\Sigma_s)$ avec (Σ_s) le fluide sortant de (S_c) entre t et $t + dt$
- Ce système fermé est donc mobile.

I.4 Bilan de masse (V2) : avec un système fermé

On peut à nouveau effectuer un bilan de masse, mais cette fois, sur le système fermé (Σ) .

On effectue un bilan de masse sur (Σ) entre t et $t + dt$:

$$m_{(\Sigma)(t)} = m_{(\Sigma)(t+dt)} \quad \text{car le système est fermé}$$

$$\Rightarrow m_{(\Sigma_c)(t)} + \delta m_{(\Sigma_e)} = m_{(\Sigma_c)(t+dt)} + \delta m_{(\Sigma_s)} \quad \text{par extensivité}$$

Or, l'écoulement étant stationnaire : $m_{(\Sigma_c)(t)} = m_{(\Sigma_c)(t+dt)}$. Donc :

$$\delta m_{(\Sigma_e)} = \delta m_{(\Sigma_s)} = \delta m$$

I.5 1er principe des fluides en écoulement stationnaire (= 1er principe industriel)

a Énoncé

On applique le 1er principe au système fermé (Σ) entre t et $t + dt$:

$$dE = dE_c + dE_p + dU = \delta W + \delta Q = \delta W_p + \delta W_u + \delta Q$$

On calcule dE :

$$\begin{aligned} \star \quad dE &= E_{(\Sigma)(t+dt)} - E_{(\Sigma)(t)} \\ &\stackrel{\text{car extensivité}}{=} E_{(\Sigma_c)(t+dt)} + \delta E_{(\Sigma_s)} - (E_{(\Sigma_c)(t)} + \delta E_{(\Sigma_e)}) \\ &\stackrel{\text{car stationnaire}}{=} \delta E_{(\Sigma_s)} - \delta E_{(\Sigma_e)} \\ &= \delta m [(e_{c,s} + e_{p,s} + u_s) - (e_{c,e} + e_{p,e} + u_e)] \end{aligned}$$

On calcule les termes d'échanges énergétiques :

- transfert thermique (oralement : tout le transfert thermique a lieu au niveau de l'élément actif, car sinon les canalisations sont calorifugées et la température est uniforme) :

$$\delta Q = \delta m \times q$$

avec q : le transfert thermique massique.

- travail utile (aussi appelé travail indiqué) :

$$\delta W_u = \delta m \times w_u$$

avec w_u : le travail utile massique

- le travail des forces de pression :

$$\delta W_p = \delta W_{p,(\Sigma_e)} + \delta W_{p,(\Sigma_s)} + \delta W_{p,(\Sigma_c)}$$

★

où :

$$\delta W_{p,(\Sigma_e)} = \vec{F}_{p,e} \cdot \overrightarrow{AA'} = P_e S_e c_e dt = P_e v_e \delta m > 0$$

(le travail est moteur)

$$\delta W_{p,(\Sigma_s)} = \vec{F}_{p,s} \cdot \overrightarrow{BB'} = -P_s S_s c_s dt = -P_s v_s \delta m < 0$$

(le travail est résistant)

$$\delta W_{p,(\Sigma_c)} = 0 \quad \text{car isochore}$$

Donc, finalement,

$$\delta W_p = \delta m \times (P_e v_e - P_s v_s)$$

aussi appelé travail de transvasement.

On ré-injecte dans le 1er principe :

$$\begin{aligned} \delta m [(e_{c,s} + e_{p,s} + u_s) - (e_{c,e} + e_{p,e} + u_e)] &= \delta m [q + w_u + P_e v_e - P_s v_s] \\ \Rightarrow (e_{c,s} + e_{p,s} + (u_s + P_s v_s)) - (e_{c,e} + e_{p,e} + (u_e + P_e v_e)) &= q + w_u \\ \Rightarrow (e_{c,s} + e_{p,s} + h_s) - (e_{c,e} + e_{p,e} + h_e) &= q + w_u \end{aligned}$$

1er principe des fluides en écoulement stationnaire

$$(e_{c,s} + e_{p,s} + h_s) - (e_{c,e} + e_{p,e} + h_e) = [e_c + e_p + h]_e^s = w_u + q$$

Il est souvent pratique d'utiliser une autre formulation de ce 1er principe faisant intervenir des puissances :

$$\begin{aligned} \delta m [e_c + e_p + h]_e^s &= \delta W_u + \delta Q \\ \Rightarrow \frac{\delta m}{dt} [e_c + e_p + h]_e^s &= \frac{\delta W_u}{dt} + \frac{\delta Q}{dt} \\ \Rightarrow D_m [e_c + e_p + h]_e^s &= P_u + P_{th} \end{aligned}$$

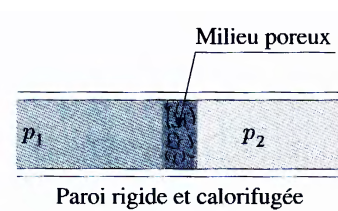
★

avec D_m le débit massique, P_u la puissance utile échangée et P_{th} la puissance thermique échangée.

b Quelques exemples d'utilisation

i) Détente de Joule-Kelvin (= détente de Joule-Thomson)

Un premier exemple simple est la détente de Joule-Kelvin, qui modélise bien la transformation d'un fluide qui s'écoule dans un détendeur. On fait circuler, en régime stationnaire, un gaz dans une conduite horizontale, rigide et calorifugée. Le gaz traverse lentement un orifice ou un milieu poreux, provoquant une diminution de pression.



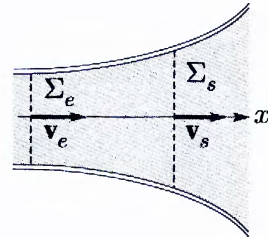
Si on suppose que l'écoulement est incompressible, comme la section de la paroi est constante, alors l'énergie cinétique massique est inchangée. De même, l'énergie potentielle massique reste constante. Sans travail utile ou échange thermique (adiabatique), le premier principe en écoulement stationnaire s'écrit donc

$$h_s - h_e = 0 \quad (\text{I.1})$$

c'est-à-dire que la transformation est *isenthalpique*. Dans le cas du gaz parfait vérifiant la deuxième loi de Joule (h ne dépend que de la température), la température du gaz parfait ne varie pas lors d'une détente de Joule-Kelvin.

ii) Détente dans une tuyère

Considérons la détente d'air ($\gamma = 1.4$, masse molaire M) dans une tuyère divergente, rigide, calorifugée et d'axe de révolution (Ox). On se place en régime stationnaire et on suppose l'écoulement incompressible. La vitesse d'entrée vaut $c_e = 100 \text{ m s}^{-1}$, et le rapport de section entre l'entrée et la sortie $\frac{S_s}{S_e} = 3$. On modélise l'air comme un gaz parfait.



Exercice : Déterminer la variation de température du gaz entre l'entrée et la sortie de la tuyère.

On peut déjà calculer la vitesse en sortie en utilisant le fait que l'écoulement est incompressible : le débit volumique est donc constant, conduisant à $c_s = c_e \frac{S_e}{S_s} = 33 \text{ m s}^{-1}$.

Appliquons ensuite le premier principe : on néglige ici la variation d'énergie potentielle malgré la variation d'altitude de certaines particules de fluide. Comme dans l'exemple précédent, $w_u = q = 0$, d'où

$$h_s + e_{c,s} - h_e - e_{c,e} = 0 \quad (\text{I.2})$$

★

On a de plus $e_c = \frac{1}{2}c^2$ et $dh = c_p dT$.

Pour un système de quantité de matière n :

$$C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \Rightarrow c_p = \frac{C_p}{m} = \frac{R\gamma}{M(\gamma - 1)}$$

D'où :

$$c_p(T_s - T_e) = \frac{c_e^2 - c_s^2}{2} \iff \Delta T = \frac{M(\gamma - 1)}{2\gamma R}(c_e^2 - c_s^2) = +8.9 \text{ K} \quad (\text{I.3})$$

I.6 2nd principe des fluides en écoulement stationnaire

a Énoncé

C'est la même démarche que pour le 1er principe. Pour le système fermé (Σ), le second principe s'écrit :

$$dS = \delta S_{ech} + \delta S_{cr} \quad (\text{I.4})$$

On se place toujours en régime stationnaire, si bien que :

$$\begin{aligned}
 dS &= S_{(\Sigma)(t+dt)} - S_{(\Sigma)(t)} \\
 &\underbrace{=}_{\text{car extensivité}} S_{(\Sigma_e)(t+dt)} + \delta S_{(\Sigma_s)} - (S_{(\Sigma_e)(t)} + \delta S_{(\Sigma_e)}) \\
 &\underbrace{=}_{\text{car stationnaire}} \delta S_{(\Sigma_s)} - \delta S_{(\Sigma_e)} \\
 &= \delta m [s_s - s_e]
 \end{aligned}$$

En notant $\delta S_{ech} = \delta m s_{ech}$ et $\delta S_{cr} = \delta m s_{cr}$, on aboutit finalement à :

2nd principe des fluides en écoulement stationnaire

$$s_s - s_e = [s]_e^s = s_{ech} + s_{cr}$$

L'entropie échangée par unité de masse entrant dans le système s'exprime *via* le transfert thermique massique : $s_{ech} = \frac{q}{T_{surf}}$ avec T_{surf} la température au niveau de la surface où a lieu le transfert thermique.

On calcule parfois le taux de création d'entropie $\frac{\delta S_{cr}}{dt} = D_m s_{cr} = D_m ([s]_e^s - \frac{q}{T_{surf}})$.

b Exemple sur la détente de Joule-Kelvin

Exprimons l'entropie créée par unité de temps dans la détente de Joule-Kelvin d'un gaz parfait. Comme la transformation est adiabatique, on a :

$$\frac{\delta S_{cr}}{dt} = D_m [s]_e^s \quad (\text{I.5})$$

On peut ensuite exprimer la variation d'entropie d'un gaz parfait de quantité de matière n , à l'aide d'une identité thermodynamique :

$$\begin{aligned}
 dH &= TdS + VdP \\
 \Rightarrow dS &= \frac{dH}{T} - \frac{VdP}{T} \\
 &= \underbrace{\frac{C_p dT}{T}}_{=0 \text{ (isotherme)}} - \frac{VdP}{T} \\
 &= -nR \frac{dP}{P}
 \end{aligned}$$

D'où :

$$S_s - S_e = -nR \ln \frac{P_s}{P_e} \Rightarrow [s]_e^s = \frac{R}{M} \ln \frac{P_e}{P_s}$$

D'où :

$$\frac{\delta S_{cr}}{dt} = D_m \frac{R}{M} \ln \frac{P_e}{P_s} > 0 \quad (\text{I.6})$$

Le signe positif est conforme au fait que la transformation est irréversible.

II Application du 1er principe en écoulement stationnaire aux machines thermiques

II.1 Rappels de sup' : machines thermiques réversibles

En guise de rappels de sup', prenons l'exemple d'une machine frigorifique ditherme (une source chaude de température T_c et une source froide de température T_f), en fonctionnement cyclique.

★ Schéma de principe

Exercice : Définir l'efficacité de la machine et montrer qu'elle est inférieure à l'efficacité de Carnot.

$$\text{Efficacité : } e = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$$

1er principe au fluide caloporteur entier sur un cycle : $0 = W + Q_f + Q_c \iff W = -Q_c - Q_f$

★ 2nd principe : $0 = S_e + S_c \Rightarrow \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \Rightarrow \frac{Q_c}{Q_f} \leq -\frac{T_c}{T_f}$

Attention à ne pas se tromper avec les inégalités :

$$1 + \frac{Q_c}{Q_f} \leq 1 - \frac{T_c}{T_f} < 0 \iff e \leq \frac{-1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = e_C$$

(égalité uniquement dans le cas réversible)



Tableau de synthèse sur les machines thermiques

Fonctionnement	Moteur	Machine frigorifique	Pompe à chaleur
Rendement ou efficacité	$\rho = \frac{W}{Q_c}$	$e = \frac{Q_f}{W}$	$e = \frac{Q_c}{W}$
Rendement ou efficacité max (théorème de Carnot)	$\rho_C = 1 - \frac{T_f}{T_c}$	$e_C = \frac{T_f}{T_c - T_f}$	$e_C = \frac{T_c}{T_c - T_f}$
Odg pour une machine réelle	40%	2 à 8	3

Problème : comment prédire le rendement ou l'efficacité d'une machine réelle ?

Comme les machines réelles ne sont pas réversibles, la démarche précédente ne nous aide pas à déterminer le rendement / efficacité réel. Le seul moyen de le déterminer est d'étudier chaque phase d'échange énergétique séparément. Suivant le type de machine, la démarche est alors différente :

- Dans le cas où le fluide est globalement statique (exemple : moteur à explosion), les outils de sup' sont applicables au système global fermé.
- Dans le cas le plus fréquent où le fluide est en écoulement stationnaire, il faut utiliser le 1er principe des fluides en écoulement stationnaire au niveau de chaque élément actif échangeant de l'énergie avec le fluide.

II.2 Description succincte des éléments actifs usuels

Les éléments trouvés dans les machines thermiques le plus couramment sont les suivants.

- **Détendeur** : l'écoulement rencontre un obstacle. Ni travail utile, ni échange thermique : l'écoulement est isenthalpique.
- **Compresseur** : élément actif destiné à augmenter la pression d'un gaz. Le temps de résidence du gaz étant bref, la compression est souvent modélisée comme adiabatique et réversible : la transformation est isentropique.
- **Pompe** : idem que le compresseur, mais pour un liquide.
- **Turbine** : mise en mouvement par le fluide, c'est l'élément actif qui convertit, via une détente, une partie de l'enthalpie du fluide en travail utile récupéré par un opérateur extérieur. On modélise souvent la transformation comme adiabatique et réversible, donc isentropique.
- **Échangeur thermique** : l'écoulement est chauffé ou refroidi, sans travail utile. Le contact thermique a lieu avec une source de chaleur ou avec un autre écoulement. On modélise souvent cette transformation comme isobare.

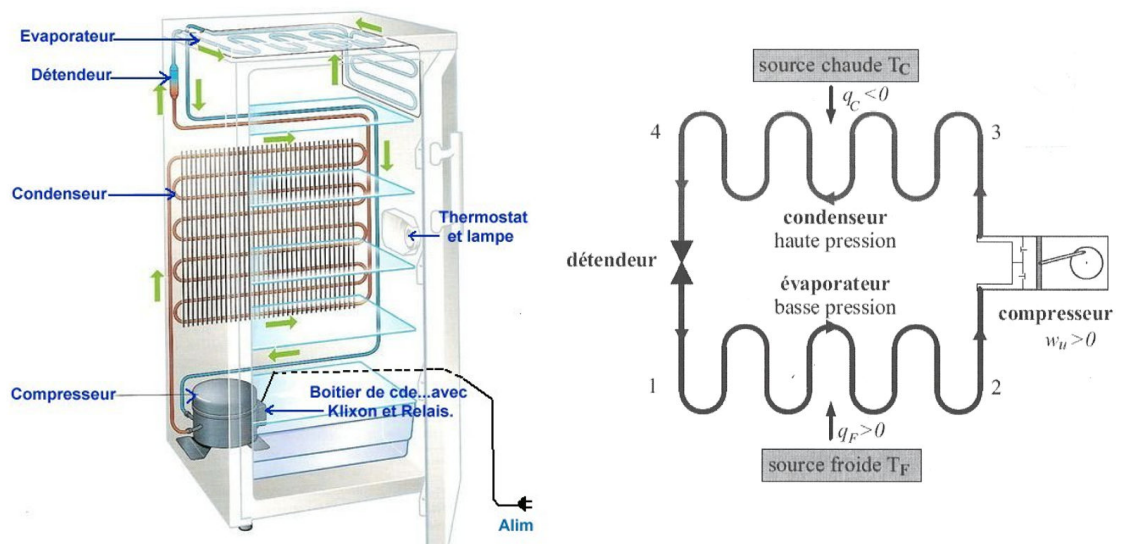
- **Évaporateur** : échangeur thermique particulier dans lequel un mélange liquide-vapeur est entièrement vaporisé.
- **Condenseur** : échangeur thermique particulier dans lequel un mélange liquide-vapeur est entièrement liquéfié.

Chaque élément actif a un rôle spécifique : soit réaliser un transfert thermique, soit échanger un travail utile. Par conséquent, au niveau de chaque élément actif, nous pourrions écrire soit $w_u = 0$, soit $q = 0$.

Élément passif ($w_u = 0$ et $q = 0$)	Élément actif adiabatique ($w_u \neq 0$ et $q = 0$)	Élément actif échangeur thermique ($w_u = 0$ et $q \neq 0$)

Élément passif ($w_u = 0$ et $q = 0$)	Élément actif adiabatique ($w_u \neq 0$ et $q = 0$)	Élément actif échangeur thermique ($w_u = 0$ et $q \neq 0$)
★ Détendeur	Compresseur ou pompe $w_u > 0$ Turbine $w_u < 0$	Évaporateur $q > 0$ Condenseur $q < 0$

II.3 Exemple d'une machine réelle : machine frigorifique à compression



Prise de notes :

- Source froide : intérieur du frigo (air + aliments)
- Source chaude : air de la pièce
- Compresseur alimenté électriquement (s'active pour faire circuler ET comprimer le fluide quand le thermostat à l'intérieur du frigo lui dit de se déclencher, puis s'arrête -> système asservi)
- ★ Le fluide est amené à une température + chaude que la source chaude, puis + basse que la source froide. C'est d'ailleurs sur ce principe qu'on choisit la nature du fluide caloporteur (en choisissant également les pressions pertinentes : à pression atmosphérique, le fluide doit avoir une température de vaporisation inférieure à -18°C (température congélateur), et en le comprimant de qq bars, doit arriver à une température de vaporisation supérieure à l'ambiante) (donc pas de l'eau !) (c'est un HCFC : hydrochlorofluorocarbure).

On peut alors caractériser les échanges énergétiques au niveau de chaque élément actif grâce au 1er principe des fluides en écoulement stationnaire.

- ★ Le plus souvent, pour les machines thermiques, la section de la conduite est identique avant et après l'élément actif. En supposant l'écoulement incompressible : $c_e = c_s \Rightarrow e_{c,e} = e_{c,s}$. De plus, on suppose que $e_{p,s} - e_{p,e} \ll h_s - h_e$.

Le 1er et le 2nd principes en écoulement stationnaire donnent alors :

- Étape 1 $\rightarrow$ 2 (évaporateur) : aucune pièce mobile ; transformation isobare :
 - ★ $\Delta h_{12} = h_2 - h_1 = q_F > 0$; $\Delta s_{12} = s_2 - s_1 = s_{cr,1 \rightarrow 2} + \frac{q_F}{T_F}$
- Étape 2 $\rightarrow$ 3 (compresseur) : transformation adiabatique et réversible, donc isentropique :
 - ★ $\Delta h_{23} = w_u > 0$; $\Delta s_{23} = 0$
- Étape 3 $\rightarrow$ 4 (condenseur) : aucune pièce mobile ; transformation isobare :
 - ★ $\Delta h_{34} = q_C < 0$; $\Delta s_{34} = s_{cr,3 \rightarrow 4} + \frac{q_C}{T_C}$
- Étape 4 $\rightarrow$ 1 (détendeur) : aucune pièce mobile et aucun transfert thermique :
 - ★ $\Delta h_{41} = 0$, donc isenthalpique ; $\Delta s_{41} = s_{cr,4 \rightarrow 1}$

On peut donc relier l'efficacité de cette machine frigorifique aux variations d'enthalpie massique :

★
$$e = \left| \frac{q_F}{w_u} \right| = \frac{q_F}{w_u} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_2}$$

II.4 Diagramme $(\log(P), h)$ (= diagramme enthalpique ou diagramme de Mollier ou diagramme des frigoristes)

Il existe alors un outil puissant permettant de déterminer la variation d'enthalpie massique associée à une transformation : le diagramme $(\log(P), h)$. Ce diagramme, caractéristique de chaque fluide, a été tabulé par les physiciens. Il représente la pression P en échelle logarithmique en fonction de l'enthalpie massique h .

Le diagramme $(\log(P), h)$ présente une zone d'équilibre liquide-vapeur délimitée par la courbe de saturation (cf. figure 1) : à droite, il y a la zone du gaz et à gauche, la zone du liquide. Le sommet de la courbe de saturation est le point critique C .

Sur ce diagramme, on trace des réseaux de courbes sur lesquelles les différentes grandeurs intensives sont constantes.

- Les **isobares** (pression $P = \text{cste}$) sont des droites horizontales.
- Les **isenthalpes** (enthalpie massique $h = \text{cste}$) sont des droites verticales.
- Les **isotitres** (titre en vapeur $x_V = \text{cste}$) n'existent que dans la zone d'équilibre liquide-vapeur. Elles vont du point critique à l'axe des abscisses.

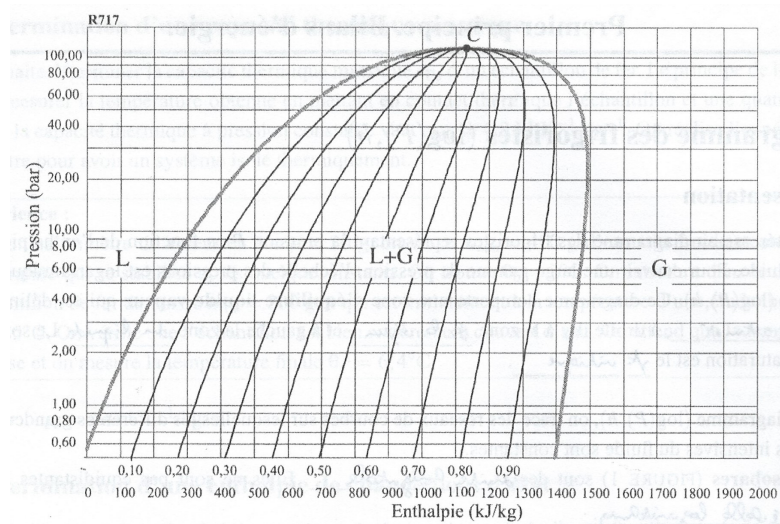


Figure 1: Diagramme $(\log(P), h)$ pour l'ammoniac (= fluide frigorigère R717) : isobares (horizontales), isenthalpes (verticales), courbe de saturation (en gris) et isotitres (en noir)

- Les **isothermes** (température $T = \text{cste}$) ont une forme différente suivant la zone du diagramme (cf. figure 2) :
 - Dans la zone liquide-vapeur, si $T = \text{cste}$, alors la pression est aussi constante : les isoT sont des paliers horizontaux. La longueur du palier est égale à l'enthalpie massique de vaporisation $\Delta_{\text{vap}}h$. (Souvent, on ne dessine que les extrémités des paliers, pour ne pas surcharger le diagramme.)
 - ★ - Dans la zone liquide, les isoT sont quasiment verticales : pour une PCII, h ne dépend que de T . (Idem, on ne représente que le début du segment vertical.)
 - Dans la zone gaz, les isoT sont courbées. Néanmoins, aux basses pressions, le gaz est assimilable à un GP, et donc h ne dépend que de T : on retrouve des droites verticales.

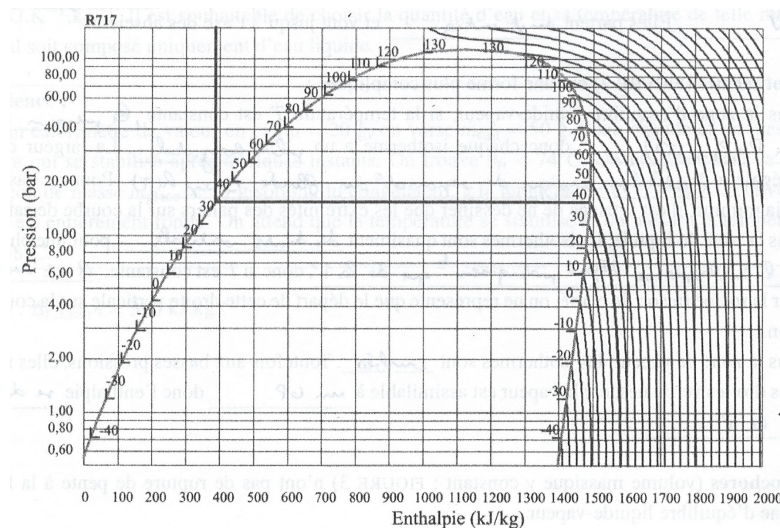


Figure 2: Réseau d'isothermes. Les parties horizontales et verticales ne sont pas représentées pour alléger le graphique. En guise d'exemple, on a complété l'isotherme $T = 40^\circ\text{C}$.

- Les **isentropes** (entropie massique $s = \text{cste}$) (cf. figure 3). Dans la zone du liquide, les courbes sont quasiment verticales : pour une PCII, h ne dépend que de s .
- Les **isochores** (volume massique $v = \text{cste}$) (cf. figure 4)

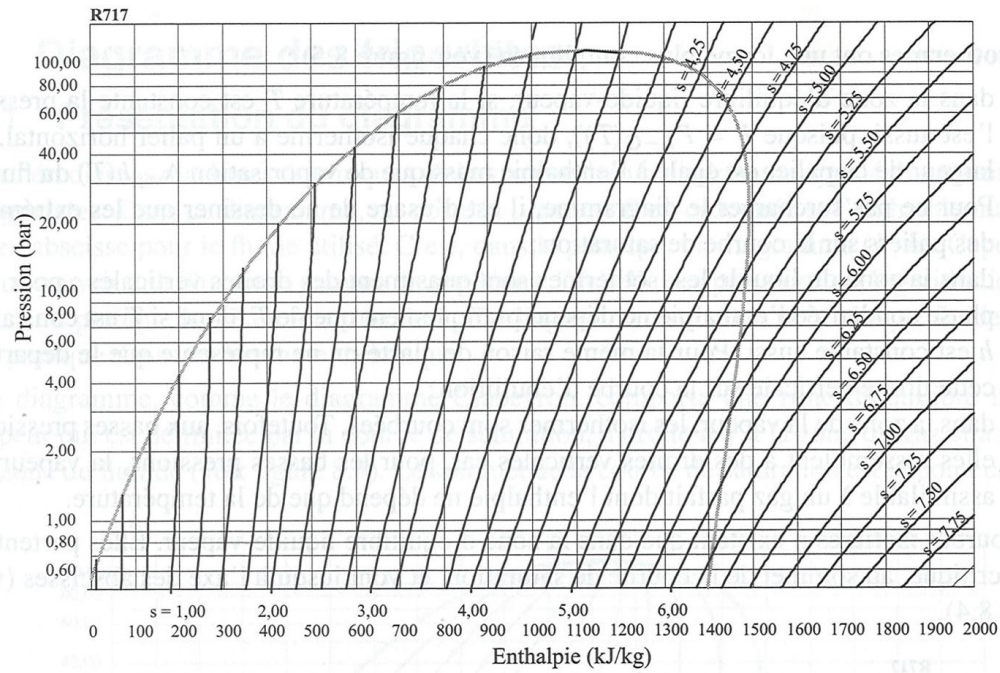


Figure 3: Réseau d'isentropes (en $\text{kJ K}^{-1} \text{kg}^{-1}$). Dans la zone du liquide, seule l'extrémité de l'isentrope est représentée.

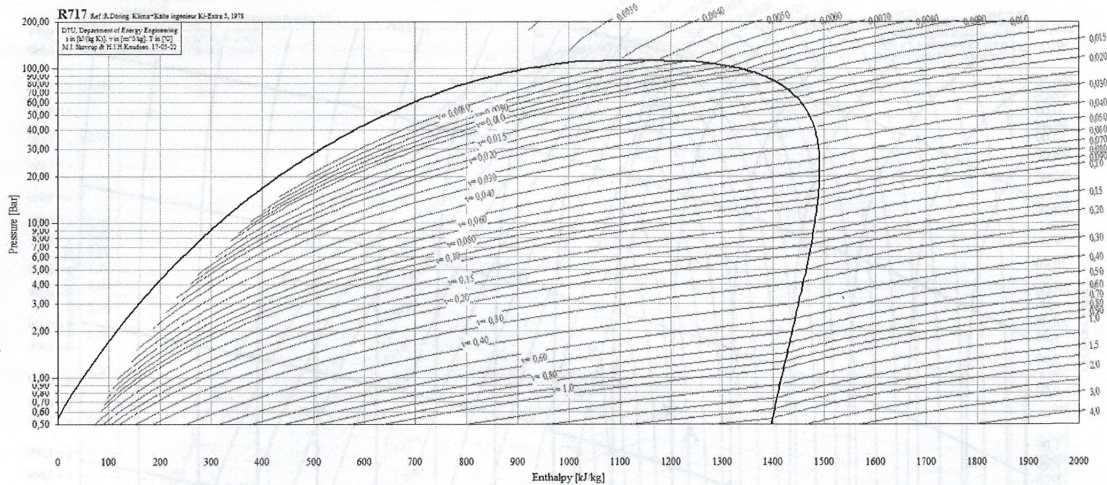
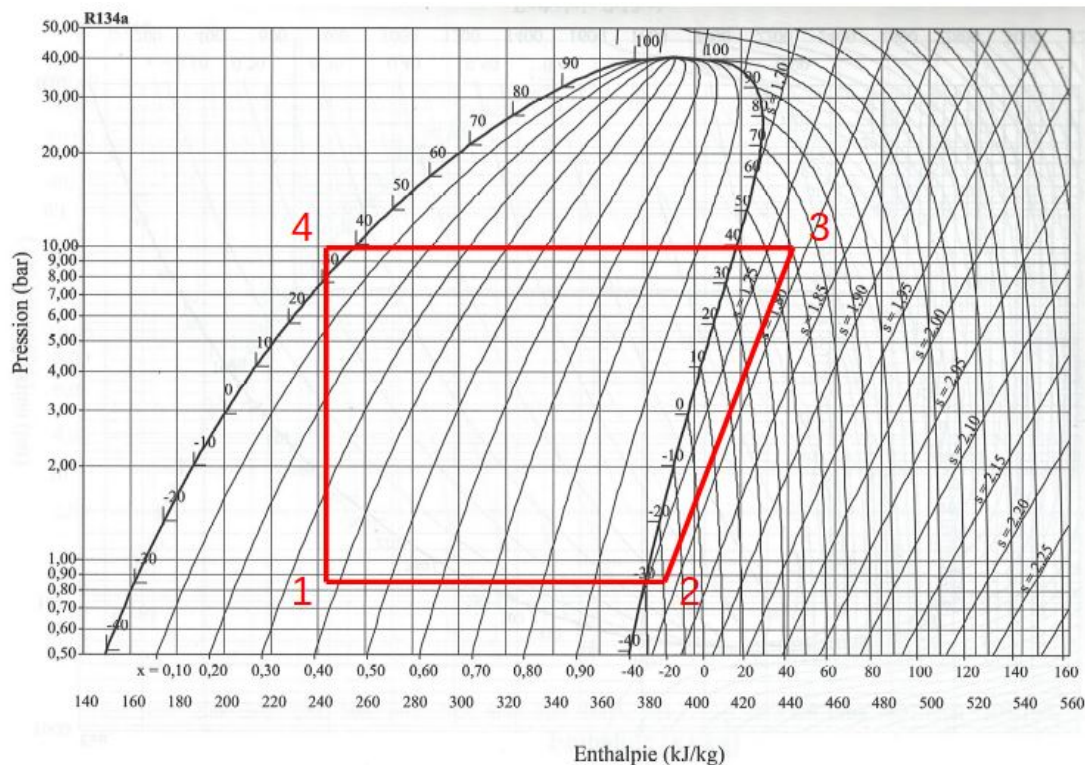


Figure 4: Réseau d'isochores (en $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$).

Reprenons le fonctionnement de la machine frigorifique. On peut alors tracer le cycle sur le diagramme $(\log(P), h)$.



Ce cycle est tracé pour une source froide de température $T_f = -18^\circ\text{C}$ et une source chaude $T_c = 20^\circ\text{C}$. Par lecture directe du diagramme, on peut en déduire un grand nombre d'informations :

Pression de l'évaporateur	$P_v =$
Pression du condenseur	$P_{\text{cond}} =$
Titre en vapeur à l'entrée de l'évaporateur	$x_1 =$
Température en entrée du condenseur	$T_3 =$
Température en entrée de l'évaporateur	$T_1 =$
Transfert thermique avec la source froide	$q_F =$
Transfert thermique avec la source chaude	$q_C =$
Travail utile du compresseur	$w_u =$
Efficacité du cycle réel	$e =$
Efficacité de Carnot	$e_C =$

L'efficacité réelle est inférieure à l'efficacité de Carnot, signe que le cycle n'est pas réversible. En effet, en regardant le diagramme, on observe que :

- ★
 - l'étape adiabatique $4 \rightarrow 1$ n'est pas réversible, car sinon, elle serait sur l'isentrope.
 - les étapes $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ sont irréversibles, car transfert thermique non isotherme.

II.5 Diagramme (T,s) (= diagramme entropique)

De même que pour le diagramme $(\log(P),h)$, le diagramme (T,s) est caractéristique de chaque fluide. Il représente la température T en fonction de l'entropie massique s .

Le diagramme (T,s) présente une zone d'équilibre liquide-vapeur délimitée par la courbe de saturation (cf. figure 5) : à droite, il y a la zone du gaz et à gauche, la "courbe" du liquide. Le sommet de la courbe de saturation est le point critique C .



Contrairement au diagramme $(\log(P),h)$, la zone à gauche de la courbe de saturation n'est pas accessible ! Si le fluide est totalement liquide, alors le point caractérisant le fluide est sur la courbe d'ébullition (et donc sur la courbe de saturation).

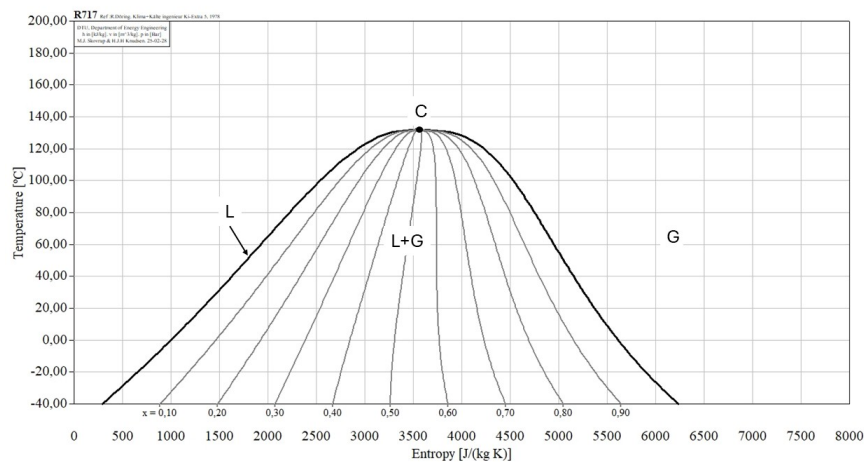


Figure 5: Diagramme (T,s) pour l'ammoniac (= fluide frigorigère R717) : isothermes (horizontales), isentropes (verticales), courbe de saturation (en noir) et isotitres (en gris)

Remarque : Cela se justifie avec l'identité thermodynamique sur l'énergie interne. Pour une phase condensée incompressible et indilatable : $du = Tds - Pdv = Tds$ et $du = cdT$ avec c la capacité calorifique massique ici. Donc, l'entropie massique s ne dépend que de la température T , ou dit autrement, T ne dépend que de s . Cela implique que pour une PCII, il n'existe qu'une seule température possible en un point d'abscisse s fixée : ce seul point accessible est sur la courbe d'ébullition.

Sur ce diagramme, on trace des réseaux de courbes sur lesquelles les différentes grandeurs intensives sont constantes.

- Les **isothermes** (température $T = \text{cste}$) sont des droites horizontales.
- Les **isentropes** (entropie massique $s = \text{cste}$) sont des droites verticales.
- Les **isotitres** (titre en vapeur $x_V = \text{cste}$) n'existent que dans la zone d'équilibre liquide-vapeur. Elles vont du point critique à l'axe des abscisses.
- Les **isobares** (pression $P = \text{cste}$) ont une forme différente suivant la zone du diagramme (cf. figure 6) :
 - Dans la zone liquide-vapeur, si $P = \text{cste}$, alors la température est aussi constante : les isobares sont des paliers horizontaux. La longueur du palier est égale à l'entropie massique de vaporisation $\Delta_{\text{vap}}s$.
 - Dans la zone liquide, les isobares sont toutes confondues avec la courbe d'ébullition.
 - Dans la zone gaz, les isobares sont courbées.
- Les **isenthalpes** (enthalpie massique $h = \text{cste}$) (cf. figure 7). En particulier :
 - Dans la zone liquide, les isenthalpes sont réduites à un point situé sur la courbe d'ébullition.
 - Dans la zone gaz, à basse pression (grande entropie massique), le gaz se comporte comme un gaz parfait. D'après la seconde loi de Joule, h ne dépend alors que de T : les isenthalpes deviennent des droites horizontales.
- Les **isochores** (volume massique $v = \text{cste}$) (cf. figure 8)

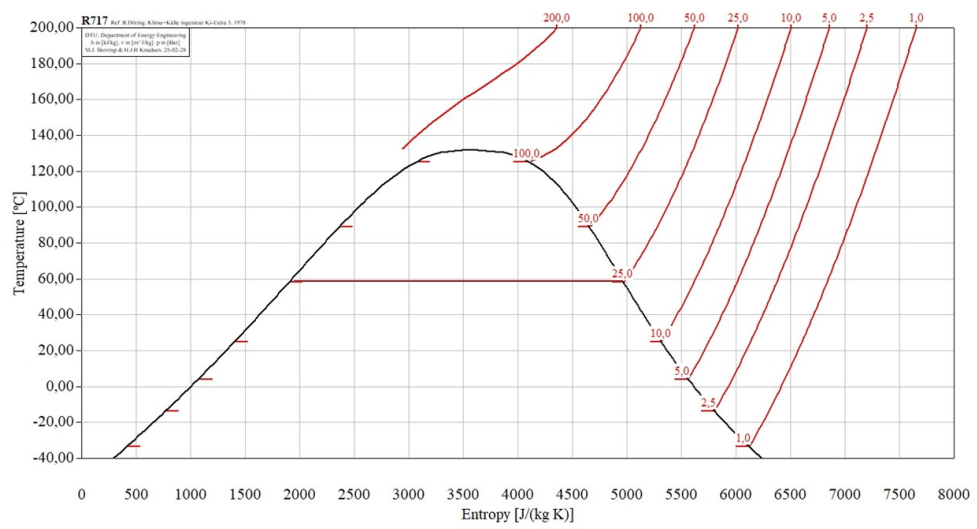


Figure 6: Réseau d'isobares (en bar). Les parties horizontales ne sont pas représentées pour alléger le graphique. En guise d'exemple, on a complété l'isobare $P = 25$ bar.

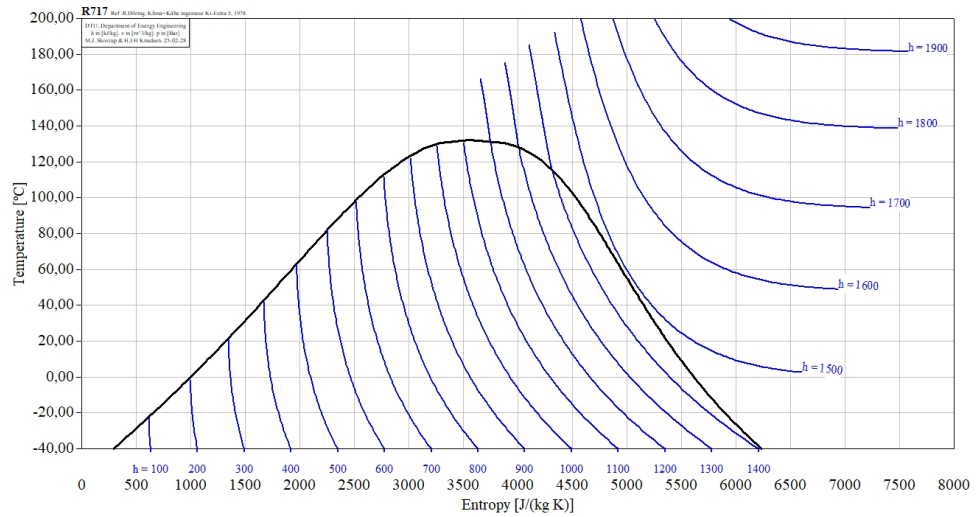


Figure 7: Réseau d'isenthalpes (en kJ kg^{-1}).

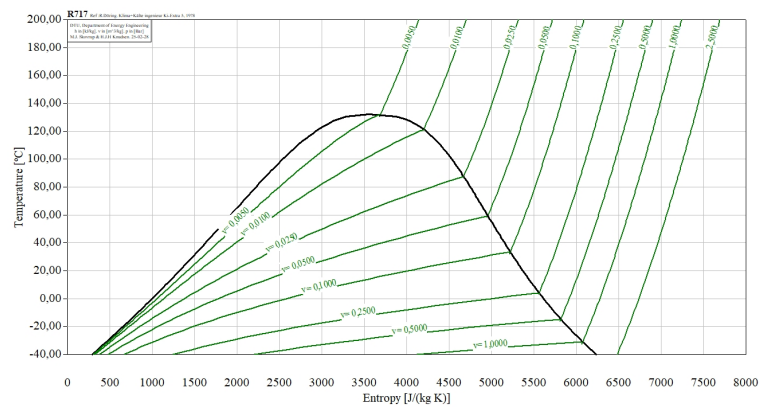
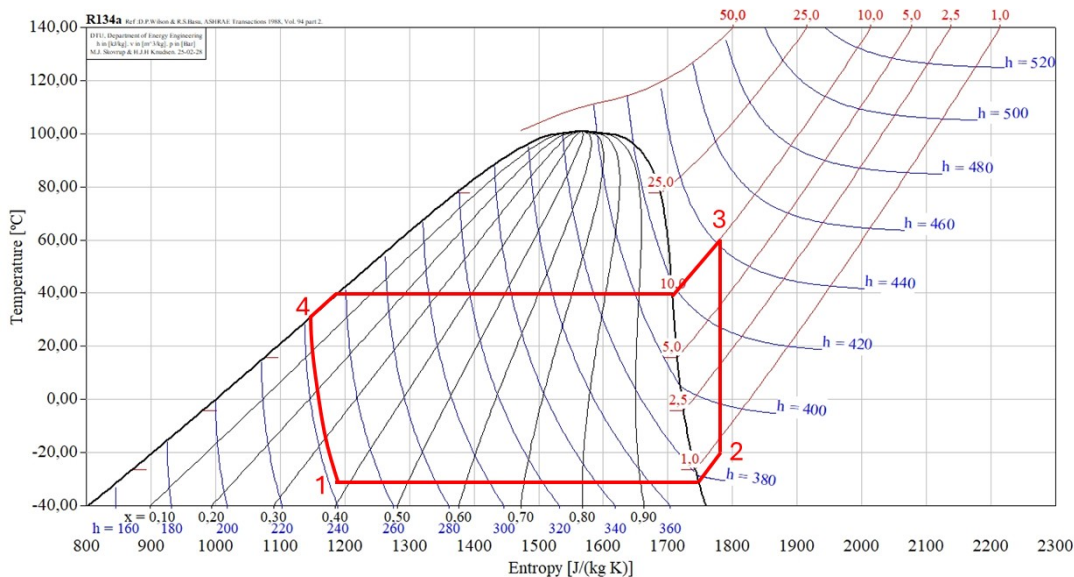


Figure 8: Réseau d'isochores (en $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$).

Reprenons le fonctionnement de la machine frigorifique précédente. On peut alors tracer le cycle sur le diagramme (T,s) .



On rappelle que ce cycle est tracé pour une source froide de température $T_f = -18^\circ\text{C}$ et une source chaude $T_c = 20^\circ\text{C}$. On retrouve des informations identiques à celles données par le diagramme $(\log(P), h)$, mais on peut désormais calculer les entropies créées lors de chaque transformation :

Pression de l'évaporateur	$P_v = 0.85 \text{ bar}$
Pression du condenseur	$P_{\text{cond}} = 10.0 \text{ bar}$
Titre en vapeur à l'entrée de l'évaporateur	$x_1 = 0.38$
Température en entrée du condenseur	$T_3 = 60^\circ\text{C}$
Température en entrée de l'évaporateur	$T_1 = -30^\circ\text{C}$
Entropie créée sur l'étape $1 \rightarrow 2$ (évaporateur)	$s_{cr,1 \rightarrow 2} =$
Entropie créée sur l'étape $2 \rightarrow 3$ (compresseur)	$s_{cr,2 \rightarrow 3} =$
Entropie créée sur l'étape $3 \rightarrow 4$ (condenseur)	$s_{cr,3 \rightarrow 4} =$
Entropie créée sur l'étape $4 \rightarrow 1$ (détendeur)	$s_{cr,4 \rightarrow 1} =$
Entropie créée sur tout le cycle réel	$s_{cr} =$
Entropie créée sur le cycle de Carnot	$s_{cr,C} =$

On peut alors vérifier que :

- le cycle proposé est effectivement réalisable en pratique, car toutes les entropies créées massiques sont bien positives.
- les étapes $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$ et $4 \rightarrow 1$ sont irréversibles (cela confirme l'étude faite dans le diagramme (P, h)). L'étape menant à l'entropie créée la plus élevée est l'étape $3 \rightarrow 4$.

II.6 Exemple d'une machine réelle : turbine à vapeur

Dans une machine à vapeur, l'eau décrit un cycle, modélisé par le cycle de Rankine :

- dans l'état A, l'eau est à l'état de liquide saturant seul, dans les conditions de pression et de température $P_1 = 0.2 \text{ bar}$ et $T_1 = 60^\circ\text{C}$.
- transformation AB : l'eau est comprimée de façon adiabatique et réversible dans une pompe, jusqu'à la pression $P_2 = 15 \text{ bar}$.
- transformation BC : l'eau est injectée dans la chaudière et s'y réchauffe de manière isobare jusqu'à la température $T_2 = 200^\circ\text{C}$. On a alors $P_2 = P_{\text{sat}}(T_2)$.
- transformation CD : l'eau se vaporise entièrement à la température T_2 .
- transformation DE : la vapeur est admise dans un cylindre à T_2 et P_2 et effectue une détente adiabatique et réversible jusqu'à la température T_1 . On obtient un mélange liquide-vapeur.
- transformation EA : le piston chasse le mélange liquide-vapeur dans le condenseur où il se liquéfie totalement.

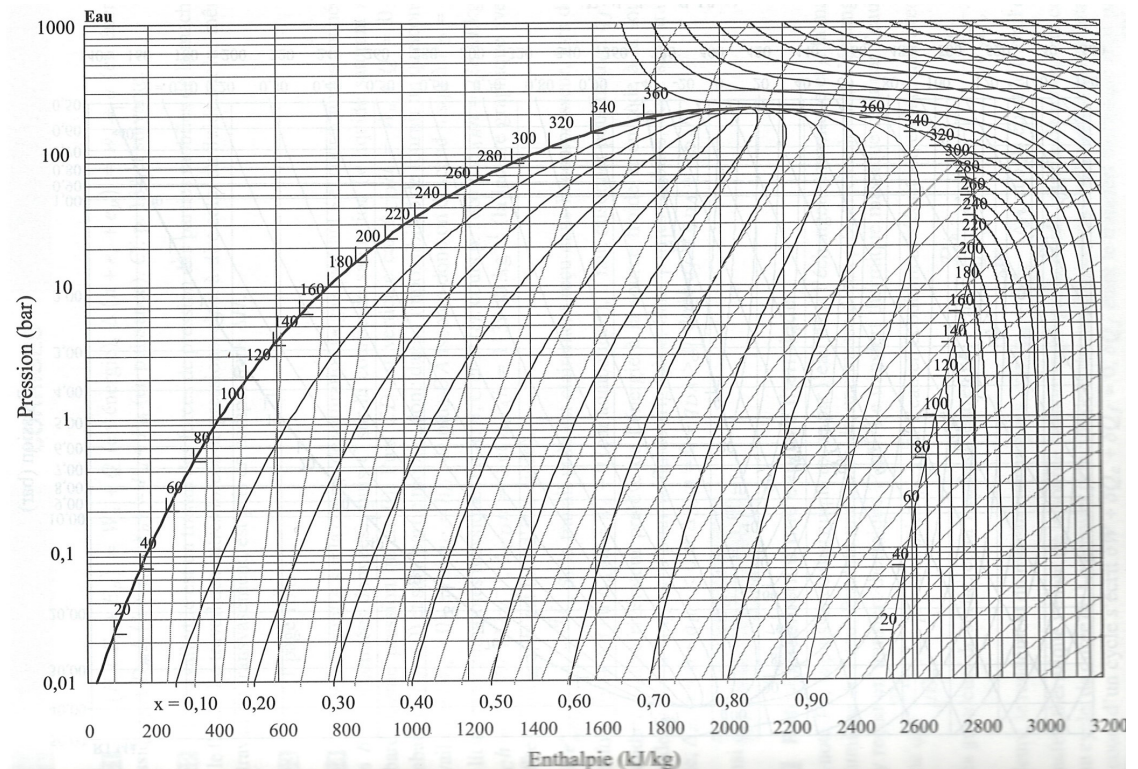


Figure 9: Diagramme $(\log(P), h)$ de l'eau. Les courbes en gris sont les isentropes.

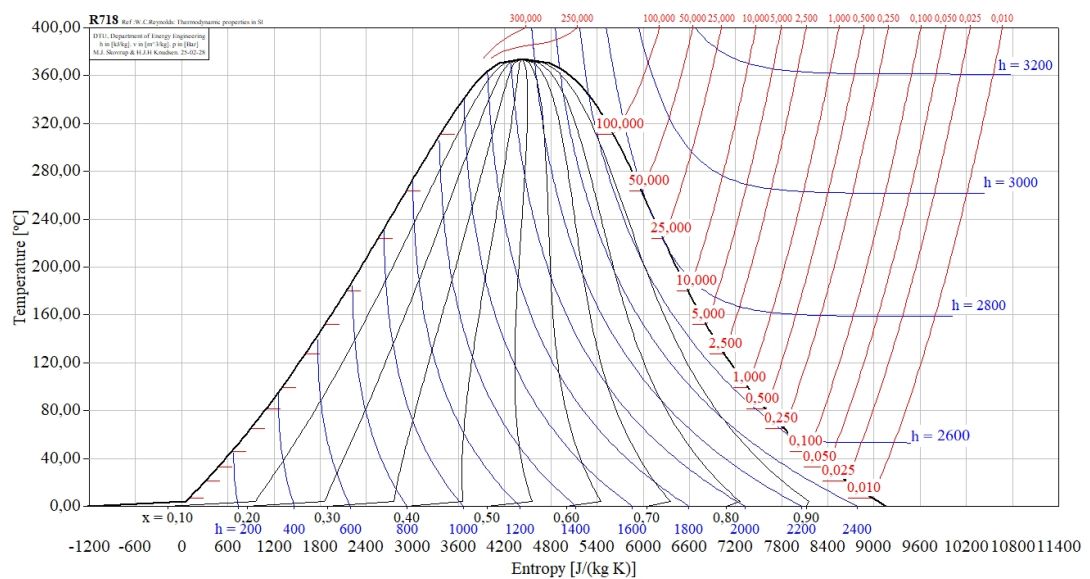


Figure 10: Diagramme (T, s) de l'eau

Exercice :

1. Représenter le cycle sur les diagrammes $(\log(P), h)$ (figure 9) et (T, s) (figure 10).
2. Calculer le rendement de ce moteur et le comparer au rendement de Carnot.
3. Déterminer l'étape irréversible et calculer l'entropie créée au cours de cette étape.

Exercices

Ex. 1 (Ecrit Centrale PC 2024) Centrale électrique ETM

On s'intéresse à une centrale électrique fonctionnant à partir de l'énergie thermique des eaux de mer (ETM : énergie thermique des mers). Un prototype de centrale ETM est installé à La Réunion. Il n'est pas raccordé à l'océan et une pompe à chaleur simule les sources d'eau chaude et d'eau froide. L'ammoniac est le fluide de travail et son évolution est représentée sur la partie centrale de la figure 2. Le cycle réel de l'ammoniac est également représenté figure 3(a), ainsi qu'un cycle virtuel figure 3(b) expliqué ensuite. Dans la suite, on utilisera principalement la figure 3.

Aide : On considère donc deux cycles différents de l'ammoniac : le cycle réel et le cycle virtuel. Les deux cycles ne passent pas exactement par les mêmes états.

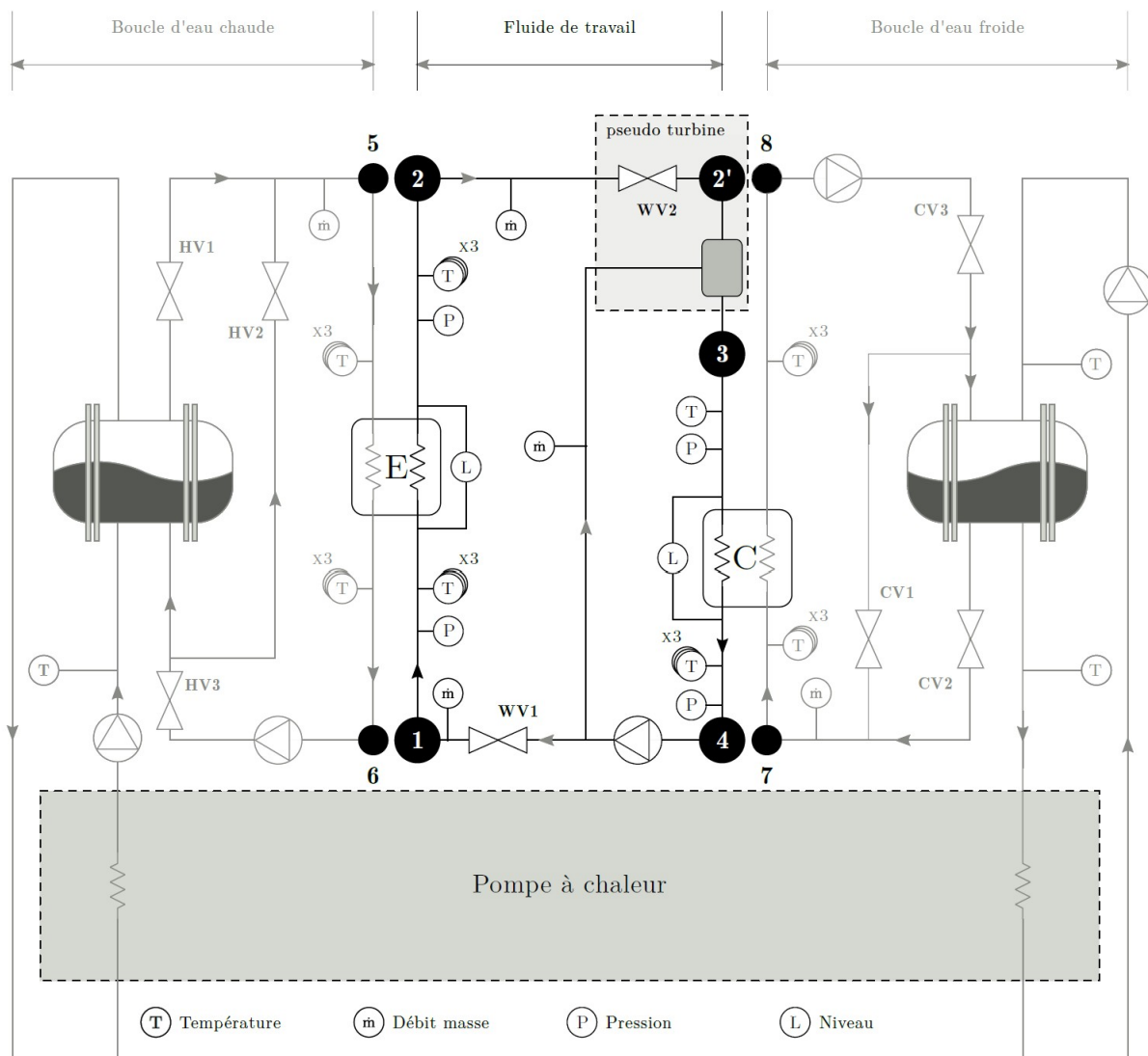


Figure 2 Schéma global du prototype ETM. Hal open science, Étude expérimentale d'un prototype ETM à La Réunion.

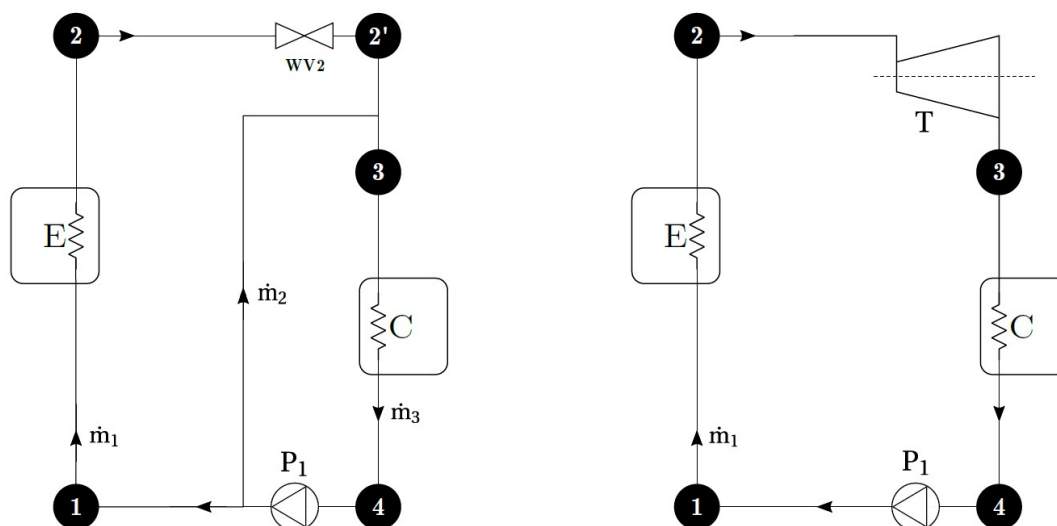


Figure 3 Cycle réel (a) à gauche et cycle virtuel (b) à droite de l'ammoniac.
Hal open science, Étude expérimentale d'un prototype ETM à La Réunion.

- L'ammoniac passe dans un évaporateur E isobare à double flux sous la pression de 9 bar où l'eau chaude le fait s'évaporer en vapeur juste saturante (point 1 à point 2). Le principe d'un évaporateur double flux est de réaliser le transfert thermique à l'aide d'un second fluide à une température supérieure à l'ammoniac (ce second fluide est représenté à gauche sur la figure 2). On supposera que cet évaporateur E est globalement calorifugé.
- La vapeur produite est détendue de manière isenthalpique dans la vanne WV2 jusqu'à la pression de 6 bar (point 2 à point 2'). Une petite quantité de liquide froid est injectée dans la vapeur chaude de façon à diminuer sa température (désurchauffe isobare) (point 2' à point 3). Ces transformations (détente et désurchauffe) sont contrôlées de telle sorte qu'elles donnent les mêmes propriétés au fluide que s'il avait été soumis à une détente isentropique dans une turbine jusqu'à la pression de 6 bar (point 2 au point 3 figure 3(b)).
- Le fluide de travail est ensuite condensé en liquide juste saturant par un condenseur C isobare à double flux, globalement calorifugé, grâce à l'eau froide (point 3 à point 4) puis ramené vers l'évaporateur avec une pompe à la pression de 9 bar (point 4 à point 1) en fonctionnement isentropique (la pompe est notée P_1 sur la figure 3).

La centrale fonctionne en régime stationnaire et on néglige les variations d'énergies potentielle et cinétique. Les liquides sont considérés comme incompressibles. Les transformations isentropiques sont supposées adiabatiques et réversibles. On note x la fraction massique en vapeur de l'ammoniac.

Données relatives aux circuits d'eau chaude et froide :

Eau chaude et eau froide ont le même débit massique. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide $c_e = 4.0 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Données	Débit massique	Température d'entrée (en °C)	Température de sortie (en °C)
Eau chaude	$\dot{m}_e$	$T_5 = 26$	$T_6 = 24,5$
Eau froide	$\dot{m}_e$	$T_7 = 5$	T_8

Tableau 1 Données et notations relatives aux circuits d'eau.

Les diagrammes thermodynamiques utiles sont donnés en annexe à la fin du TD. On utilisera les diagrammes agrandis.

1. La détente isenthalpe entre les points 2 et 2' est représentée sur le diagramme (T,s) . À l'aide du diagramme (T,s) , déterminer la température $T_{2'}$, l'enthalpie massique $h_{2'}$ et l'entropie massique $s_{2'}$. Préciser sous quelle(s) phase(s) se trouve l'ammoniac au point 2'.
2. La détente isentrope entre les points 2 et 3 est représentée sur le diagramme (P,h) . À l'aide du diagramme (P,h) , déterminer la température T_3 , l'enthalpie massique h_3 et l'entropie massique s_3 .
3. Représenter sur les diagrammes (P,h) et (T,s) le cycle effectué par l'ammoniac dans le dispositif ETM. On fera apparaître en particulier les points 1, 2, 2', 3, 4 et 1' (liquide juste saturant à 9 bar).

4. Compléter alors le tableau suivant.

Point i	T_i (°C)	P_i (bar)	x_i	h_i (kJ·kg ⁻¹)	s_i (kJ·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)
1	12	9		240	1,15
1'					
2					
2'		6			
3					
4					

5. Expliquer pourquoi on utilise l'ammoniac comme fluide de travail et non de l'eau. Donner néanmoins un inconvénient de l'utilisation de l'ammoniac.
6. Établir l'expression suivante du premier principe industriel dans le cas d'un système ouvert à une entrée et une sortie, en écoulement permanent avec un débit massique D_m , en explicitant bien toutes les hypothèses :

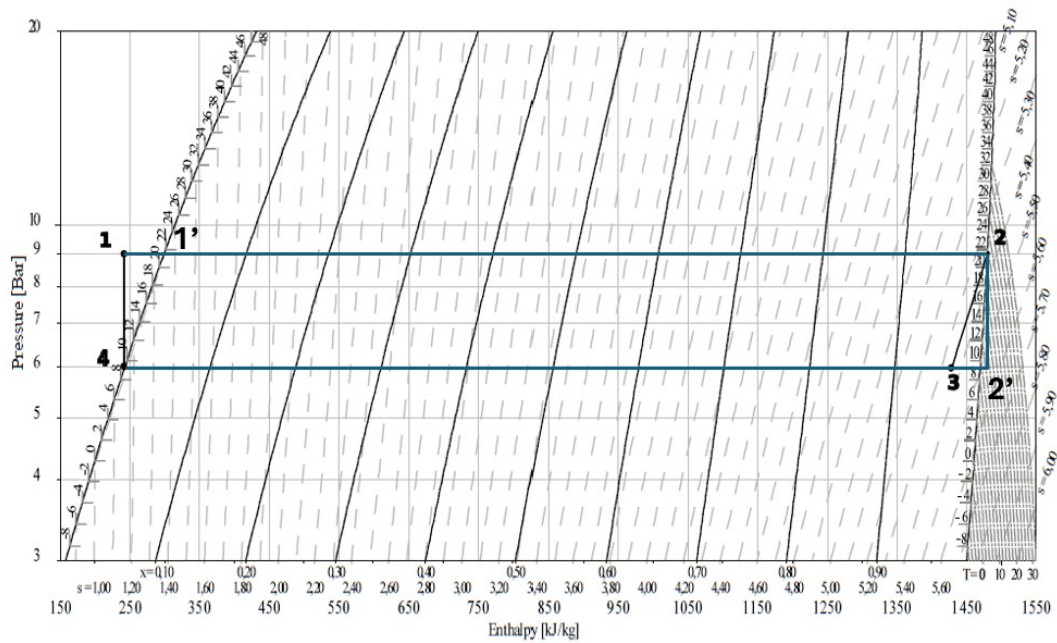
$$D_m(h_s - h_e) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$$

où h_s désigne l'enthalpie massique de sortie, h_e l'enthalpie massique d'entrée, $\mathcal{P}_u$ la puissance utile reçue par le système due aux pièces mobiles et $\mathcal{P}_{th}$ la puissance thermique reçue par le système.

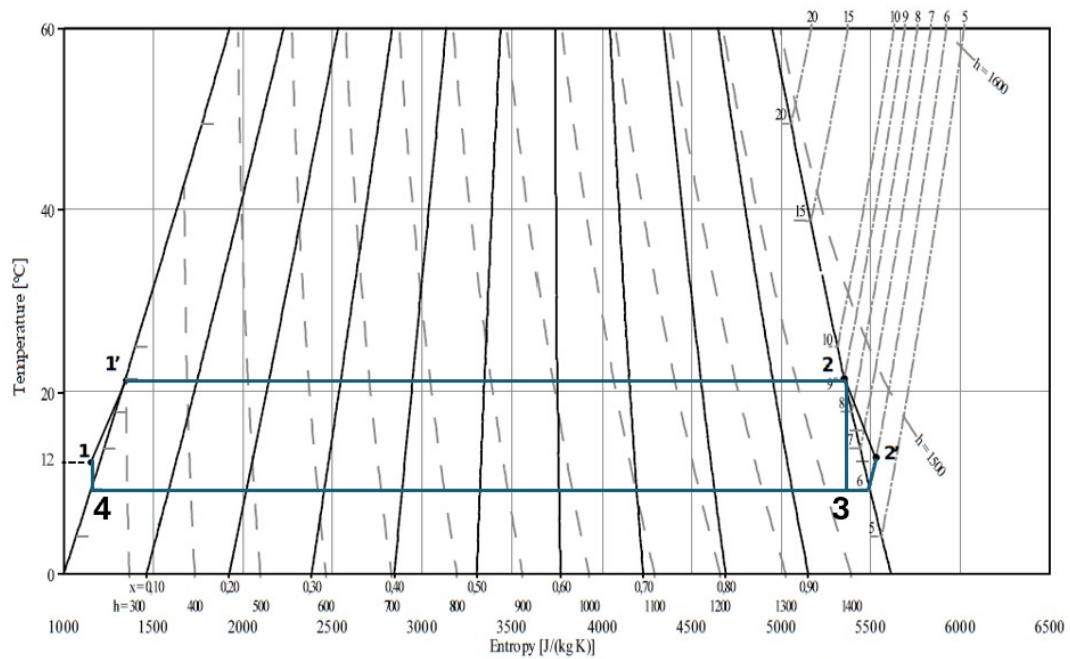
- Exprimer et calculer $\mathcal{P}_{th,E,R}$ et $\mathcal{P}_{th,E,V}$, les puissances thermiques reçues par l'ammoniac au niveau de l'évaporateur lors des cycles respectivement réel et virtuel, puis commenter leur signe. On donne le débit massique $\dot{m}_1 = 4.0 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$.
- Exprimer, en fonction des températures, $\mathcal{P}_{th,ec}$, la puissance reçue par l'eau chaude au niveau de l'évaporateur (cf. figure 2). En déduire l'expression et la valeur numérique du débit massique de l'eau chaude $\dot{m}_e$.
- Justifier que l'évolution de l'ammoniac traversant la vanne WV2 est isenthalpique.
- D'après la figure 3(a), donner une relation entre $\dot{m}_1$, $\dot{m}_2$, $\dot{m}_3$. On donne $\dot{m}_1 = 4.0 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$ et $\dot{m}_2 = 5.0 \times 10^{-2} \text{ kg s}^{-1}$. Calculer $\dot{m}_3$.
- Exprimer et calculer $\mathcal{P}_{C,R}$ et $\mathcal{P}_{C,V}$, puissances reçues par l'ammoniac au niveau du condenseur lors des cycles respectivement réel et virtuel, puis commenter leur signe.
- Exprimer dans le cas réel $\mathcal{P}_{ef}$, la puissance reçue par l'eau froide au niveau du condenseur, puis en déduire la valeur de T_8 .
- Exprimer et calculer $\mathcal{P}_{T,V}$, puissance utile reçue par l'ammoniac dans la turbine T entre les points 2 et 3 du cycle virtuel. Commenter son signe.
- Exprimer et calculer $\mathcal{P}_{P,R}$ et $\mathcal{P}_{P,V}$, puissances utiles reçues par l'ammoniac au niveau de la pompe P_1 lors des cycles respectivement réel et virtuel.
- Déduire de l'étude précédente le rendement η_V du cycle virtuel. Le rendement obtenu est surestimé. Proposer des justifications.

Correction de l'exercice 1

- On lit $T_{2'} = 14^\circ\text{C}$, $h_{2'} = 1.45 \times 10^3 \text{ kJ kg}^{-1}$, $s_{2'} = 5.5 \times 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$. Le fluide se trouve sous la phase gazeuse uniquement au point 2'.
- On lit $T_3 = 9^\circ\text{C}$, $h_3 = 1.41 \times 10^3 \text{ kJ kg}^{-1}$ et $s_3 = 5.35 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.



Agrandissement d'une partie du diagramme de l'ammoniac (P, h). DTU, Department of Energy Engineering, s en ($\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$), v en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, T en $^{\circ}\text{C}$, M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen (23-10-03).



Agrandissement d'une partie du diagramme de l'ammoniac (T, s). DTU, Department of Energy Engineering, h en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, v en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, p en bar, M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen (23-10-03).

Point i	$T_i (^{\circ}\text{C})$	P_i (bar)	x_i	$h_i (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	$s_i (\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1})$
1	12	9	0	240	1,15
1'	21,5	9	0	300	1,35
2	21,5	9	1	1450	5,35
2'	14	6	1	1450	5,5
3	9	6	0,97	1410	5,35
4	9	6	0	240	1,15

- Le principal avantage d'utiliser l'ammoniac est de pouvoir réaliser des changements d'états liquide-vapeur à des températures accessibles dans l'eau de mer tout en comprimant ou en détendant faiblement le gaz (pressions inférieures à 10 bar). L'inconvénient principal de l'ammoniac est que le gaz est toxique.
- Cours. Bien démarrer avec la définition du système fermé, puis effectuer le bilan de masse et le bilan d'énergie. Hypothèses : **écoulement stationnaire**, on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle devant la variation d'enthalpie, on suppose les grandeurs massiques uniformes en entrée et en sortie de l'élément actif.
- Au niveau de l'évaporateur, absence de pièce mobile : $\mathcal{P}_u = 0$. Donc, le 1er principe des fluides en écoulement stationnaire appliqué à l'ammoniac donne :

$$\dot{m}_1(h_2 - h_1) = \mathcal{P}_{th,E,R} \quad \text{et} \quad \dot{m}_1(h_2 - h_1) = \mathcal{P}_{th,E,V}$$

A.N. : $\mathcal{P}_{th,E,R} = \mathcal{P}_{th,E,V} = 4.8 \times 10^5 \text{ W} > 0$. Le signe positif est lié au caractère reçu de l'énergie thermique par l'ammoniac de la part de la source chaude pour réaliser la vaporisation.

- On applique le premier principe des fluides en écoulement stationnaire à l'eau chaude au niveau de l'évaporateur :

$$\dot{m}_e(h_6 - h_5) = \mathcal{P}_{th,ec} = \dot{m}_e c_e(T_6 - T_5) \Rightarrow \dot{m}_e = \frac{\mathcal{P}_{th,ec}}{c_e(T_6 - T_5)}$$

Enfin, comme l'évaporateur global est calorifugé, $\mathcal{P}_{th,E,R} + \mathcal{P}_{th,ec} = 0$. Donc :

$$\dot{m}_e = \frac{\mathcal{P}_{th,E,R}}{c_e(T_5 - T_6)} = 81 \text{ kg s}^{-1}$$

- La vanne WV2 est un système sans pièce mobile et sans échange d'énergie thermique. Le premier principe des fluides en écoulement stationnaire appliqué à l'ammoniac au niveau de ce détendeur donne alors :

$$h_{2'} - h_2 = 0$$

La détente est isenthalpique.

- En régime stationnaire, $\text{div}(\vec{j}_m) = 0$: on peut donc appliquer l'équivalent de la loi des nœuds pour les débits massiques : $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 = 4.5 \times 10^{-1} \text{ kg s}^{-1}$.
- 1er principe des fluides en écoulement stationnaire à l'ammoniac au niveau du condenseur (pas de pièce mobile) :

$$\dot{m}_3(h_4 - h_3) = \mathcal{P}_{C,R} = -5.3 \times 10^5 \text{ W} \quad \text{et} \quad \dot{m}_1(h_4 - h_3) = \mathcal{P}_{C,V} = -4.7 \times 10^5 \text{ W}$$

Le signe négatif est associé à la perte d'énergie thermique de l'ammoniac vers l'eau froide.

- Condenseur globalement calorifugé : $\mathcal{P}_{ef} = -\mathcal{P}_{C,R}$.
1er principe des fluides en écoulement stationnaire à l'eau froide au niveau du condenseur :

$$\dot{m}_e c_e(T_8 - T_7) = \mathcal{P}_{ef} = -\mathcal{P}_{C,R} \Rightarrow T_8 = T_7 - \frac{\mathcal{P}_{C,R}}{\dot{m}_e c_e} = 6.6^\circ \text{C}$$

- 1er principe des fluides en écoulement stationnaire à l'ammoniac au niveau de la turbine :

$$\dot{m}_1(h_3 - h_2) = \mathcal{P}_{T,V} = -1.6 \times 10^4 \text{ W} < 0$$

L'ammoniac fournit de la puissance mécanique à la turbine, permettant de la faire tourner. La machine thermique est un moteur thermique (cohérent avec le fait de produire de l'électricité).

- 1er principe des fluides en écoulement stationnaire à l'ammoniac au niveau de la pompe :

$$\dot{m}_3(h_1 - h_4) = \mathcal{P}_{P,R} = 0 \quad \text{et} \quad \dot{m}_1(h_1 - h_4) = \mathcal{P}_{P,V} = 0$$

(Cohérent avec le fait qu'il est très peu coûteux énergétiquement de comprimer une phase condensée.)

- On étudie un moteur thermique :

$$\eta_V = -\frac{\mathcal{P}_{T,V}}{\mathcal{P}_{th,E,V}} = 3.3\%$$

Ce rendement est surestimé, car la détente dans la turbine n'est en réalité pas isentropique (elle n'est pas réversible). De même, la compression de la pompe n'étant pas purement isentropique, elle consomme en réalité une puissance mécanique, qui diminue à nouveau le rendement.

Remarque : Néanmoins, ce système peut être intéressant dans le sens où la puissance thermique prise à la source chaude n'est pas réellement coûteuse pour le consommateur, vu qu'on récupérerait directement la puissance thermique de l'eau de mer. Il faudrait "uniquement" prendre le coût du paysage de l'eau.

Ex. 2 Moteur thermique à sources variables

Soit un moteur thermique ditherme cyclique réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité thermique $C = 4 \times 10^5 \text{ J K}^{-1}$ et de températures $T_1(t)$ et $T_2(t)$. Ces températures ne sont pas maintenues constantes (pseudo-sources). Les températures initiales sont $T_{2,0} = 10^\circ\text{C}$ et $T_{1,0} = 100^\circ\text{C}$.

On fait fonctionner ce moteur jusqu'à son arrêt. On suppose que la durée d'un cycle du fluide caloporteur est très courte devant la durée caractéristique de variation de températures des sources.

1. Montrer que les températures des sources vérifient

$$\frac{dT_1}{T_1(t)} = - \frac{dT_2}{T_2(t)}$$

2. Le moteur s'arrête lorsque les deux pseudo-sources sont à la même température $T_{1,f} = T_{2,f} = T_f$. Déterminer l'expression de T_f . Réaliser l'A.N.
3. Définir le rendement η du moteur sur toute la durée de son fonctionnement. Calculer η . Commenter.

Correction de l'exercice 2

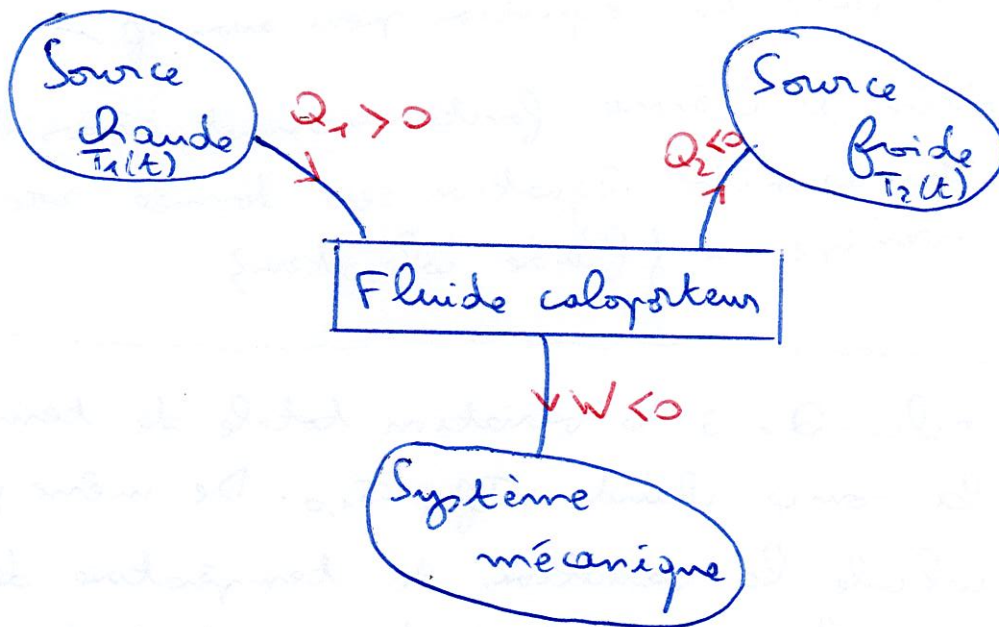
Voir correction manuscrite ci-après. A noter que la résolution est proposée sous forme de résolution de problème.

Correction de l'exercice 6 du TD T1

RÉSOLUTION DE PROBLÈME

APPROPRIATION

Fonctionnement d'un moteur:



Rendement global: $\eta = - \frac{W}{Q_1}$

avec W et Q_1 évalués sur toute la durée de fonctionnement.

STRATÉGIE

Au brouillon:

- On repère, dès le schéma, que 3 systèmes sont intéressants:
 - { source chaude } $\rightarrow$ ① Pour calculer Q_1
 - { fluide caloporteur } $\rightarrow$ ③ Pour calculer W
 - { source froide } $\rightarrow$ ② Pour calculer Q_2

On va donc appliquer le 1^{er} principe sur chacun de ces systèmes. Soient Q_1 se dépendre de $T_{f,1} - T_{1,0}$.
 Q_2 se dépendre de $T_{f,2} - T_{2,0}$.

- Le moteur va s'arrêter quand $T_{f,1} = T_{f,2}$: il n'y aura plus de transfert thermique possible. Donc il nous manque juste une équation pour avoir T_f .
- Hypothèse de l'énoncé : fonctionnement réversible.
 La dernière équation sera donnée avec le 2nd principe sur le fluide opérant.

- On relie Q_1 à la variation totale de température de la source chaude : $T_{f,1} - T_{1,0}$. De même pour Q_2 .
- On calcule les variations de température des sources grâce à la réversibilité du moteur (2nd principe sur fluide opérant).
- On détermine W en appliquant le 1^{er} principe sur fluide opérant.
- On calcule le rendement γ .

RÉSOLUTION

- 1^{er} principe à la source chaude sur toute la durée de fonctionnement :

$$\Delta U_1 = C (T_{f,1} - T_{1,0}) = Q_1 \quad (1)$$

De même pour la source froide :

$$\Delta U_2 = C (T_{f,2} - T_{2,0}) = Q_2 \quad (2)$$

Q_1 est défini + s'il est reçu par le fluide (cf. schéma).

② Hypothèse: On suppose que la durée d'un cycle du fluide caloporteur est bien plus faible que la durée de variation caractéristique des températures des sources. Donc, par rapport à la durée de variation des températures, on assimile la durée d'un cycle à une durée infinitésimale.

1^{er} et 2nd principes infinitésimaux sur le fluide caloporteur sur un cycle:

même état du fluide après un cycle
($T_1 \approx C^te$, $T_2 \approx C^te$)

$$dU = 0 = \delta W + \delta Q_1 + \delta Q_2 \quad (3)$$

$$dS = 0 = \delta S_{crée} + \delta S_{échangée} = \frac{\delta Q_1}{T_1(t)} + \frac{\delta Q_2}{T_2(t)} \quad (4)$$

⊕ Fonctions d'état

Hypothèse: Fonctionnement réversible du moteur

• Lors de l'arrêt du moteur, on a: $\delta W = 0$.

$$(3) \Rightarrow \delta Q_2 = -\delta Q_1$$

$$\Rightarrow (4): \delta Q_1 \left(\frac{1}{T_{F,1}} - \frac{1}{T_{F,2}} \right) = 0 \Rightarrow \boxed{T_{F,1} = T_{F,2} = T_F}$$

Ceci est cohérent: le moteur s'arrête quand les transferts thermiques sont nuls.

• En ré-écrivant (1) et (2) de manière infinitésimale:

$$C dT_1 = -\delta Q_1 \quad (1')$$

$$C dT_2 = -\delta Q_2 \quad (2')$$

D'où:

$$(4) \Rightarrow \frac{dT_1}{T_1(t)} = - \frac{dT_2}{T_2(t)}$$

On intègre entre l'état initial et l'arrêt du moteur:

$$\int_{T_{1,0}}^{T_F} \frac{dT_1}{T_1(t)} = - \int_{T_{2,0}}^{T_F} \frac{dT_2}{T_2(t)} \Rightarrow \ln\left(\frac{T_F}{T_{1,0}}\right) = - \ln\left(\frac{T_F}{T_{2,0}}\right)$$

$$\Rightarrow T_f^2 = T_{1,0} T_{2,0} \Rightarrow T_f = \sqrt{T_{1,0} T_{2,0}} \quad \text{A.N.: } T_f = 52^\circ\text{C}$$

! Passer en Kelvin! !

- ③ Hypothèse: Le fonctionnement dure pendant un nombre entier de cycles.

On intègre (3):

$$\int_{\text{EI}}^{\text{EF}} \delta W = W = -Q_1 - Q_2$$

Avec (1) et (2): $W = +C (2T_f - T_{1,0} - T_{2,0})$

- ④ Rendement global:

$$\eta = -\frac{W}{Q_1} = \frac{-2T_f + T_{1,0} + T_{2,0}}{-T_f + T_{1,0}}$$

$$= 1 + \frac{T_{2,0} - T_f}{T_{1,0} - T_f}$$

$$\eta = 1 - \frac{\sqrt{T_{1,0} T_{2,0}} - T_{2,0}}{T_{1,0} - \sqrt{T_{1,0} T_{2,0}}} < 1 \quad (\text{cohérent})$$

A.N.: $\eta = 0,13$

VALIDATION

- Signes: $Q_1 > 0$; $Q_2 < 0$; $W < 0 \rightarrow$ cohérents.
- Comparaison avec le rendement de Carnot si les sources étaient maintenues à une température fixe:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{2,0}}{T_{1,0}} \quad \text{A.N.: } \eta_c = 0,24 > \eta$$

- Ceci est cohérent: au cours du fonctionnement, l'écart de températures diminue, et donc le rendement aussi.
- Si on mettait directement les 2 sources en contact, on aurait: $T_f = \frac{T_{1,0} + T_{2,0}}{2} = 55^\circ\text{C} > T_f$. C'est logique, car une partie de l'énergie thermique de la source chaude sert à faire tourner le moteur ($W \neq 0$).

Ex. 3 (Ecrit CCINP PC 2023) VMC double flux

Bilan énergétique pour un fluide en écoulement stationnaire :

On considère l'écoulement parfait et stationnaire d'un fluide à travers un système ouvert (S), définissant un volume de contrôle indéformable et fixe dans le référentiel d'étude $\mathcal{R}$ et présentant une entrée et une sortie (**figure 1**).

On définit comme système d'étude le système fermé, noté (S^*), constitué du fluide contenu à l'instant t dans le volume de contrôle et du fluide de masse δm_1 qui y rentre entre les instants t et $t+dt$, situé entre les sections droites (Σ'_1) et (Σ_1) , et définissant un sous-système (S_1). À l'instant $t+dt$, il est constitué du fluide contenu dans le volume de contrôle et du fluide de masse δm_2 qui en sort entre les instants t et $t+dt$, situé entre les sections droites (Σ_2) et (Σ'_2) , et définissant un sous-système (S_2).

On note T_i , p_i , ρ_i , $e_{c,i}$, $e_{p,i}$, u_i et h_i respectivement la température, la pression, la masse volumique, l'énergie cinétique massique, l'énergie potentielle de pesanteur massique, l'énergie interne massique et l'enthalpie massique du fluide contenu dans chaque sous-système (S_i) où $i=1,2$.

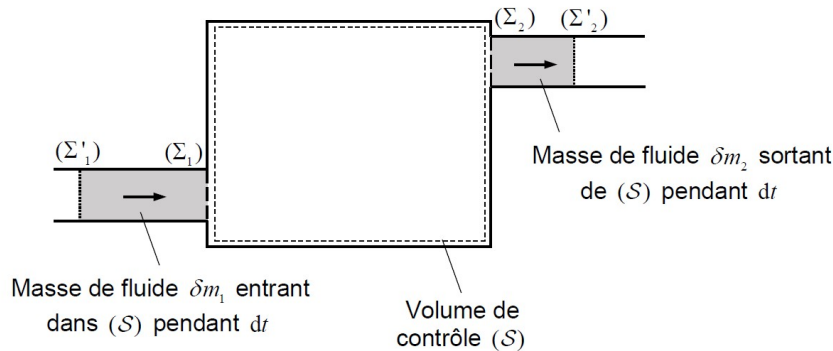


Figure 1 - Fluide en écoulement stationnaire : système fermé étudié

1. En traduisant la conservation de la masse du fluide contenu dans le système (S^*), justifier que le débit massique du fluide en entrée est égal à celui en sortie : $\frac{\delta m_1}{dt} = \frac{\delta m_2}{dt} = D_m$.
2. Montrer que le travail massique des forces pressantes reçu par le fluide contenu dans le système (S^*) pendant la durée dt s'écrit : $w_p = \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}$.
3. Montrer que la variation d'énergie interne du fluide contenu dans le système (S^*) pendant la durée dt s'écrit : $dU = D_m(u_2 - u_1)dt$.
Donner, sans calculs supplémentaires, les expressions des variations d'énergie cinétique macroscopique dE_c et d'énergie potentielle de pesanteur dE_p du fluide.
4. À partir d'un bilan énergétique pour le fluide contenu dans le système (S^*) pendant la durée dt , établir l'expression du premier principe pour un écoulement stationnaire :

$$D_m [(h_2 + e_{c,2} + e_{p,2}) - (h_1 + e_{c,1} + e_{p,1})] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$$

où $\mathcal{P}_u$ et $\mathcal{P}_{th}$ sont respectivement la puissance mécanique des forces extérieures non conservatives autre que celle des forces pressantes (puissance dite utile) et le flux thermique reçus par le fluide contenu dans le volume de contrôle.

Application : étude d'une VMC double flux :

On modélise une habitation par une pièce unique, de température intérieure supposée uniforme $T_{int} = 20.0^\circ\text{C}$ et maintenue constante grâce à un chauffage. L'air à l'extérieur de l'habitation est à la température constante $T_{ext} = 0.0^\circ\text{C}$. L'habitation est munie d'une ventilation mécanique contrôlée (VMC) à double flux. Elle se distingue d'une VMC simple flux qui insuffle dans l'habitation de l'air froid neuf à la température T_{ext} et extrait de l'air chaud vicié (c'est-à-dire ayant "servi") à la température T_{int} . Une VMC double flux comporte en effet un échangeur thermique tel que l'air chaud vicié sortant préchauffe l'air froid neuf entrant (figure 2).

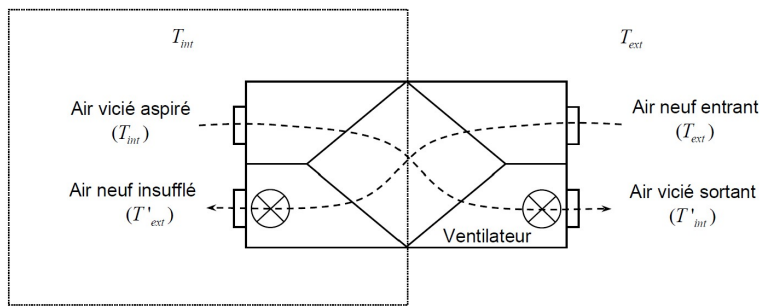


Figure 2 - Schéma de principe d'une VMC double flux

En régime stationnaire, l'air neuf entrant dans le système à la température $T_{ext} = 0,0\text{ °C}$ traverse l'échangeur avec un débit massique $D_m = 150\text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ avant d'être insufflé dans l'habitation à la température $T'_{ext} = 15,0\text{ °C}$. Quant à l'air vicié aspiré dans l'habitation à la température $T_{int} = 20,0\text{ °C}$, il sort du système à la température T'_{int} après traversée de l'échangeur avec le même débit D_m . Au sein de l'échangeur parfaitement isolé du reste du système, l'air neuf circule dans une conduite plane en contact avec une autre conduite plane dans laquelle circule l'air vicié de façon à assurer les échanges thermiques (figure 3). On néglige toute variation de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur de l'air circulant dans chacune des deux conduites.

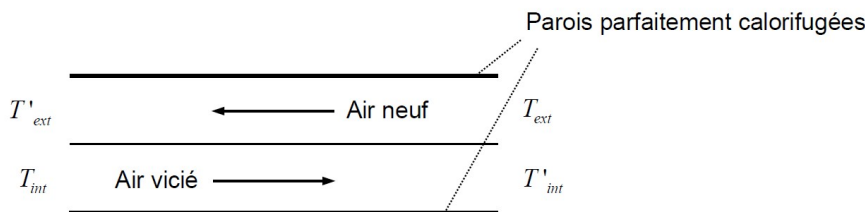


Figure 3 - Échangeur thermique

On note c_p la capacité thermique massique à pression constante de l'air, que l'on supposera être un gaz parfait.

- Montrer à l'aide de l'expression établie à la Q4 et en précisant les systèmes ouverts choisis que $T_{int} - T'_{int} = T'_{ext} - T_{ext}$. Calculer T'_{int} .
- Donner l'expression littérale du flux thermique $\mathcal{P}_{th,a}$ reçu par l'air insufflé à la température T'_{ext} pour le réchauffer à la température T_{int} de la pièce. Calculer $\mathcal{P}_{th,a}$.
- Dans le cas d'une VMC simple flux, calculer le flux thermique $\mathcal{P}'_{th,a}$ reçu par l'air insufflé pour le réchauffer à la température de la pièce. En déduire la valeur numérique de la puissance économisée en installant une VMC double flux plutôt qu'une VMC simple flux $\mathcal{P}'_{th,a} - \mathcal{P}_{th,a}$.

Pour donner un ordre de grandeur, certaines habitations dépensent une puissance totale de chauffage de l'ordre de 5 kW. L'économie liée à l'installation d'une VMC double flux peut donc représenter une dizaine de pourcentages de l'énergie dépensée en chauffage, ce qui n'est pas négligeable.

Données numériques :

- Masse molaire de l'air sec : $M_{as} = 29\text{ g mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,3\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$
- Rapport entre les capacités thermiques à pression et volume constants d'un gaz parfait diatomique pour les températures considérées : $\gamma = 1,4$

Correction de l'exercice 3

Remarque : Cet exercice est très bien pour retravailler la démonstration du 1er principe des fluides en écoulement stationnaire avec une formulation un peu différente du cours.

1. Le système (S^*) étant fermé, sa masse se conserve entre t et $t + dt$:

$$\begin{aligned}
 m_{(S^*)(t+dt)} &= m_{(S^*)(t)} \\
 \underbrace{\Rightarrow}_{\text{par extensivité}} \quad m_{(S)(t+dt)} + \delta m_2 &= m_{(S)(t)} + \delta m_1 \\
 \underbrace{\Rightarrow}_{\text{régime stationnaire}} \quad \delta m_2 &= \delta m_1 \\
 \Rightarrow \frac{\delta m_2}{dt} &= \frac{\delta m_1}{dt} = D_m
 \end{aligned}$$

2. On décompose le travail des forces pressantes δW_p en trois composantes :

- le travail des forces pressantes sur le fluide contenu dans (S) : $\delta W_{p,(S)} = 0$ car évolution isochore de (S).
- le travail des forces pressantes sur le fluide dans (S_1) : $\delta W_{p,1}$
- le travail des forces pressantes sur le fluide dans (S_2) : $\delta W_{p,2}$

Deux méthodes sont alors possibles :

- (a) On exprime la force pressante exercée par le fluide extérieur sur (S_i), puis on en déduit le travail en faisant le produit scalaire avec le déplacement élémentaire associé à (S_i).
- (b) On exprime directement les travaux des forces pressantes en utilisant $\delta W_p = -p_{ext}dV$, mais **en faisant bien attention au signe de dV** . Je réalise cette méthode dans la suite.

En entrée, le volume de (S_1) diminue avec le temps : $dV_1 = -\frac{\delta m_1}{\rho_1}$. En sortie, le volume de (S_2) augmente

avec le temps : $dV_2 = +\frac{\delta m_2}{\rho_2}$. Donc :

$$\delta W_{p,1} = -p_1 dV_1 = +\frac{p_1 \delta m_1}{\rho_1} \quad \text{et} \quad \delta W_{p,2} = -p_2 dV_2 = -\frac{p_2 \delta m_2}{\rho_2}$$

On en déduit enfin le travail massique total sur (S^*) pendant dt , en utilisant $\delta m_1 = \delta m_2$ (cf. Q.1) :

$$w_p = \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}$$

- 3.

$$\begin{aligned}
 dU &= U_{(S^*)(t+dt)} - U_{(S^*)(t)} \\
 \underbrace{\Rightarrow}_{\text{par extensivité}} \quad dU &= U_{(S)(t+dt)} + \delta U_2 - (U_{(S)(t)} + \delta U_1) \\
 \underbrace{\Rightarrow}_{\text{régime stationnaire}} \quad dU &= \delta U_2 - \delta U_1 \\
 \Rightarrow dU &= \delta m_2 u_2 - \delta m_1 u_1 \\
 \Rightarrow dU &= D_m dt (u_2 - u_1)
 \end{aligned}$$

De manière similaire, $dE_c = D_m dt (e_{c,2} - e_{c,1})$ et $dE_p = D_m dt (e_{p,2} - e_{p,1})$

4. On applique le 1er principe de la thermodynamique au système fermé (S^*) entre les instants t et $t + dt$:

$$dE_c + dE_p + dU = \delta W_p + \delta W_u + \delta Q$$

Or, $\delta W_u = \mathcal{P}_u dt$ et $\delta Q = \mathcal{P}_{th} dt$. Donc, en utilisant les Q.2 et 3 :

$$D_m dt ((e_{c,2} + e_{p,2} + u_2) - (e_{c,1} + e_{p,1} + u_1)) = D_m dt \left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right) + \mathcal{P}_u dt + \mathcal{P}_{th} dt$$

En reconnaissant que $h_i = u_i + \frac{p_i}{\rho_i}$, on aboutit bien à :

$$D_m [(h_2 + e_{c,2} + e_{p,2}) - (h_1 + e_{c,1} + e_{p,1})] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$$

5. On considère deux systèmes ouverts différents.

Remarque : On ne peut pas considérer le système global, car celui-ci possède deux entrées et deux sorties : ce n'est pas le cadre d'établissement du premier principe des fluides en écoulement stationnaire tel qu'établi au début de l'exercice.

- Système ouvert : air vicié. En l'absence de pièce mobile, comme la variation d'énergies cinétique et potentielle massiques est négligée : $D_m (h_2 - h_1) = D_m c_p (T'_{int} - T_{int}) = \mathcal{P}_{th,vicié}$
- Système ouvert : air neuf. De même : $D_m c_p (T'_{ext} - T_{ext}) = \mathcal{P}_{th,neuf}$

• Système global calorifugé : $\mathcal{P}_{th,vicie} + \mathcal{P}_{th,neuf} = 0$
 Ainsi : $\boxed{T_{int} - T'_{int} = T'_{ext} - T_{ext}} \Rightarrow T'_{int} = T_{int} + T_{ext} - T'_{ext} = 5.0^\circ\text{C}$

6. Une fois dans l'habitation, l'air neuf est quasiment statique, on n'applique donc pas le 1er principe des fluides en **écoulement** stationnaire.

Pendant dt , une masse $D_m dt$ d'air est insufflée à T'_{ext} . Appliquons le 1er principe au système fermé constitué de la masse $D_m dt$ d'air insufflée, entre les instants t et $t + dt$:

$$dH = D_m dt c_p (T'_{ext} - T_{int}) = \mathcal{P}_{th,a} dt$$

car évolution isobare. On a donc :

$$\mathcal{P}_{th,a} = D_m c_p (T'_{ext} - T_{int})$$

Pour l'A.N., il faut donner l'expression de c_p . Pour n moles de GP, on a $C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \Rightarrow c_p = \frac{R}{M_{as}} \frac{\gamma}{\gamma - 1}$.

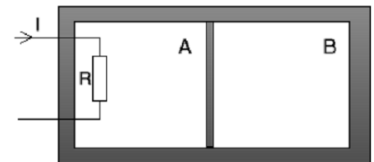
Donc : $\mathcal{P}_{th,a} = \frac{D_m R \gamma}{M_{as}(\gamma - 1)} (T'_{ext} - T_{int})$. A.N. : $\mathcal{P}_{th,a} = 2.1 \times 10^2 \text{ W}$

7. En raisonnant de manière similaire à la Q.6 : $\mathcal{P}'_{th,a} = \frac{D_m R \gamma}{M_{as}(\gamma - 1)} (T_{ext} - T_{int})$. A.N. : $\mathcal{P}'_{th,a} = 8.3 \times 10^2 \text{ W}$,
 i.e. $\mathcal{P}'_{th,a} - \mathcal{P}_{th,a} = 6.2 \times 10^2 \text{ W}$.

Ex. 4 Révisions de PCSI : Chauffage adiabatique

Aide à la résolution de l'exercice en bas de page⁴

Une enceinte calorifugée est constituée de deux volumes V_0 identiques séparés par une paroi mobile, elle-même calorifugée. Chaque enceinte contient initialement un gaz parfait (de coefficient $\gamma = C_P/C_V$) dans le même état P_0, V_0, T_0 . L'enceinte de gauche contient en plus une résistance électrique R_e , de volume et de capacité calorifique négligeables, alimentée par un générateur de courant constant I .



On suppose que les échanges thermiques entre la résistance et le gaz, et l'homogénéisation de température dans les gaz sont rapides, alors que le mouvement du piston est lent. Ceci permet de supposer les transformations des gaz réversibles.

On note $P_A(t)$, $T_A(t)$ et $V_A(t)$ la pression, la température et le volume du compartiment A et $P_B(t)$, $T_B(t)$ et $V_B(t)$ celles du compartiment B.

- Relier $V_A(t)$, $V_B(t)$ et V_0 .
- Justifier que la pression P_A dans le compartiment A et la pression P_B dans le compartiment B vérifient à tout instant $P_A(t) = P_B(t) = P(t)$.
- Montrer alors que $P(t) = P_0 \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)$ avec τ un temps caractéristique que l'on exprimera en fonction de P_0 , V_0 , γ , R_e et I .
- En déduire les expressions de $T_B(t)$ et $V_B(t)$.
- Représenter sur un même graphique $V_B(t)/V_0$, $P_B(t)/P_0$, $T_B(t)/T_0$.

Correction de l'exercice 4

- Le système {enceinte A + enceinte B} a un volume de $2V_0$. Par additivité : $V_A(t) + V_B(t) = 2V_0$.
- Le caractère mécaniquement réversible du déplacement du piston implique un équilibre mécanique permanent du piston : $P_A(t) = P_B(t) = P(t)$.
- Stratégie :**
 - Gaz B : GP en évolution adiabatique + réversible : loi de Laplace applicable, et on connaît le volume, la pression et la température initiale. Si on trouve, par une autre méthode $P(t)$ ou $V_B(t)$ ou $T_B(t)$, on connaîtra donc toutes les grandeurs du compartiment B à chaque instant. Cependant, ceci ne nous aide pas à connaître $P(t)$.
 - On n'a pas vraiment d'autre possibilité : on va appliquer le premier principe. Le système le plus simple à prendre ici est le système {enceinte A + enceinte B}, car il permet de s'affranchir de notre méconnaissance de $\delta W_A = -P_B dV_A$.

⁴ Il faut appliquer le premier principe entre l'instant initial et un instant t quelconque + la relation des GP. Prenez, comme toujours en thermo, le temps de réfléchir au choix du système le plus pertinent.

Résolution :

Appliquons le premier principe au système {enceinte A + enceinte B}, qui reçoit un transfert thermique de la résistance $Q_r = R_e I^2 t$ entre l'instant 0 et t (évolution isochore : pas de travail des forces de pression) :

$$\Delta U = Q_r \quad (\text{Ex.1})$$

avec, par additivité, et comme on considère des GP $\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = C_V(T_A - T_0) + C_V(T_B - T_0)$. D'où :

$$C_V(T_A + T_B - 2T_0) = Q_r \quad (\text{Ex.2})$$

D'autre part, le mouvement mécanique du piston étant lent, il y a constamment équilibre mécanique de part et d'autre du piston : $P_A = P_B = P(t)$. D'où, en notant n la quantité de matière dans un compartiment et en utilisant la loi des gaz parfaits :

$$C_V \left(\frac{PV_A}{nR} + \frac{PV_B}{nR} - 2 \frac{P_0 V_0}{nR} \right) = Q_r \quad (\text{Ex.3})$$

d'où après simplifications, en utilisant $V_A + V_B = 2V_0$:

$$P(t) = P_0 + \frac{nR}{2V_0 C_V} Q_r = P_0 \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) \quad (\text{Ex.4})$$

en posant $\tau = \frac{2P_0 V_0}{(\gamma - 1)R_e I^2}$ vu que $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$.

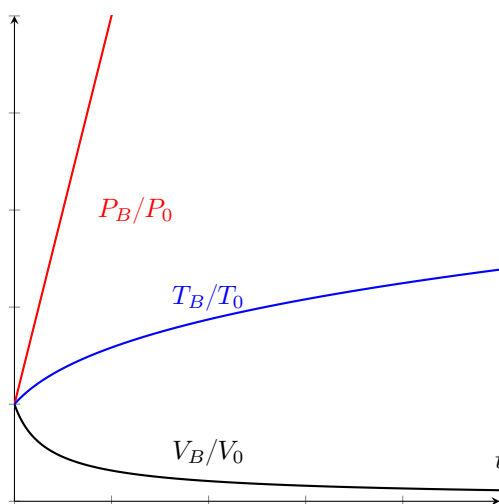
4. Pour le compartiment B, on a une transformation **isentropique d'un gaz parfait**, donc la loi de Laplace s'applique :

$$P(t)V_B(t)^\gamma = P_0 V_0^\gamma \iff V_B(t) = V_0 \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{-1/\gamma} \quad (\text{Ex.5})$$

Enfin la température s'obtient par exemple avec la loi des gaz parfaits :

$$T_B(t) = \frac{P(t)V_B(t)}{nR} = T_0 \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{1-1/\gamma} \quad (\text{Ex.6})$$

5.



Ex. 5 (Inspiré de Ecrit Centrale PC 2024) Analyse de diagrammes thermodynamiques

Cet exercice a pour objectif de lire graphiquement des données thermodynamiques sur les diagrammes thermodynamiques de l'ammoniac. **Ces diagrammes sont fournis en annexe à la fin du TD.**

1. Sur les deux diagrammes (P, h) et (T, s) non agrandis, mentionner les noms des courbes de saturation, puis indiquer la phase stable associée à chaque domaine. Faire apparaître le point critique que l'on définira et donner sa température et sa pression.

Dans la suite, nous utiliserons les agrandissements des diagrammes thermodynamiques.

- Déterminer $T_{vap,HP}$ et $T_{vap,BP}$, les températures de vaporisation aux pressions respectives de 9 bar et 6 bar.
- Déterminer les valeurs numériques des enthalpies massiques de vaporisation $\Delta h_{vap,HP} = \Delta h_{vap}(9 \text{ bar})$ et $\Delta h_{vap,BP} = \Delta h_{vap}(6 \text{ bar})$.
- Déterminer les valeurs numériques des entropies massiques de vaporisation $\Delta s_{vap,HP} = \Delta s_{vap}(9 \text{ bar})$ et $\Delta s_{vap,BP} = \Delta s_{vap}(6 \text{ bar})$. Rappeler la relation entre les enthalpies massiques de vaporisation et les entropies massiques de vaporisation et la vérifier numériquement.
- La compression isentropique entre les points 4 et 1 est représentée sur le diagramme (P,h) . Justifier sa forme.

On se propose enfin de retrouver la relation des moments, démontrée en première année sur le diagramme de Clapeyron, mais concernant le diagramme (P,h) . Considérons un point M du diagramme (P,h) correspondant à un mélange diphasé liquide-vapeur, avec un titre massique x en gaz, à la température T_0 et la pression P_0 . h est l'enthalpie massique du mélange. On note M_L (respectivement M_G) le point correspondant à la phase liquide seule (respectivement phase gazeuse seule) à la température T_0 et la pression P_0 . On note alors h_L (respectivement h_G) l'enthalpie massique du liquide seul (abscisse de M_L) (respectivement du gaz seul (abscisse de M_G)). La relation des moments à démontrer est alors :

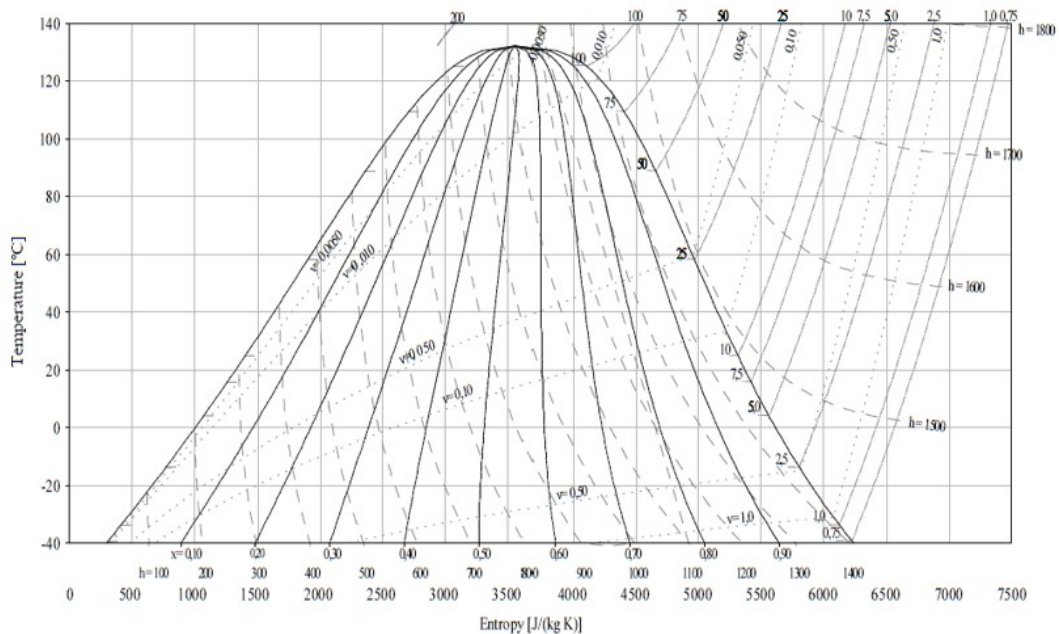
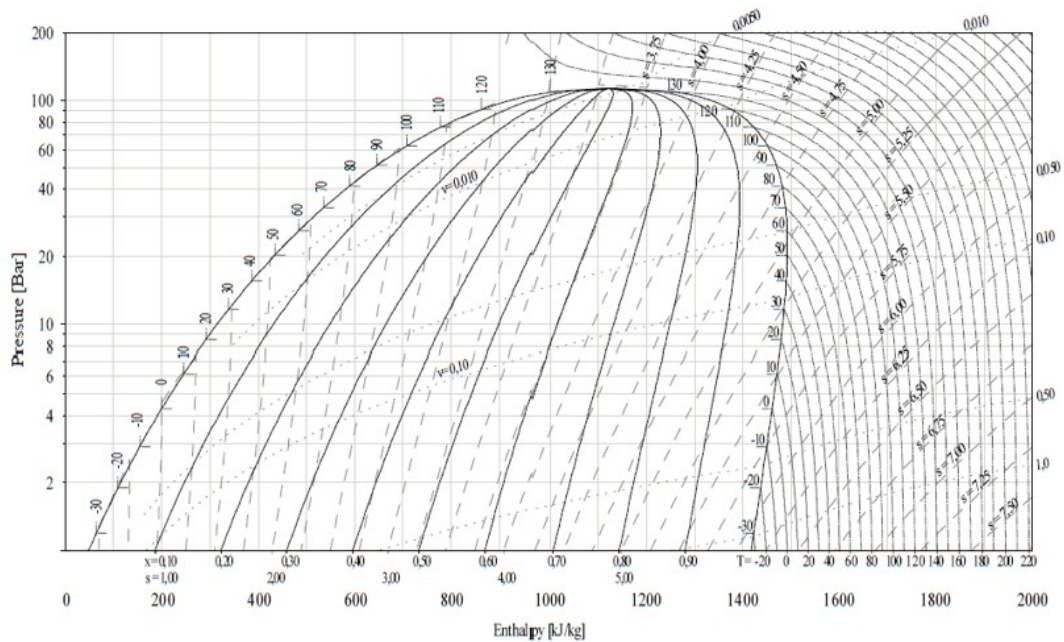
$$x = \frac{h - h_L}{h_G - h_L}$$

- Considérons que l'échantillon au point M a la masse m . Donner la masse de liquide et de gaz composant l'échantillon. En déduire la valeur de l'enthalpie H de l'échantillon en fonction de m , x , h_L et h_G .
- Démontrer la relation des moments.
- Proposer une interprétation graphique de la relation des moments utilisant les points M , M_L et M_G .

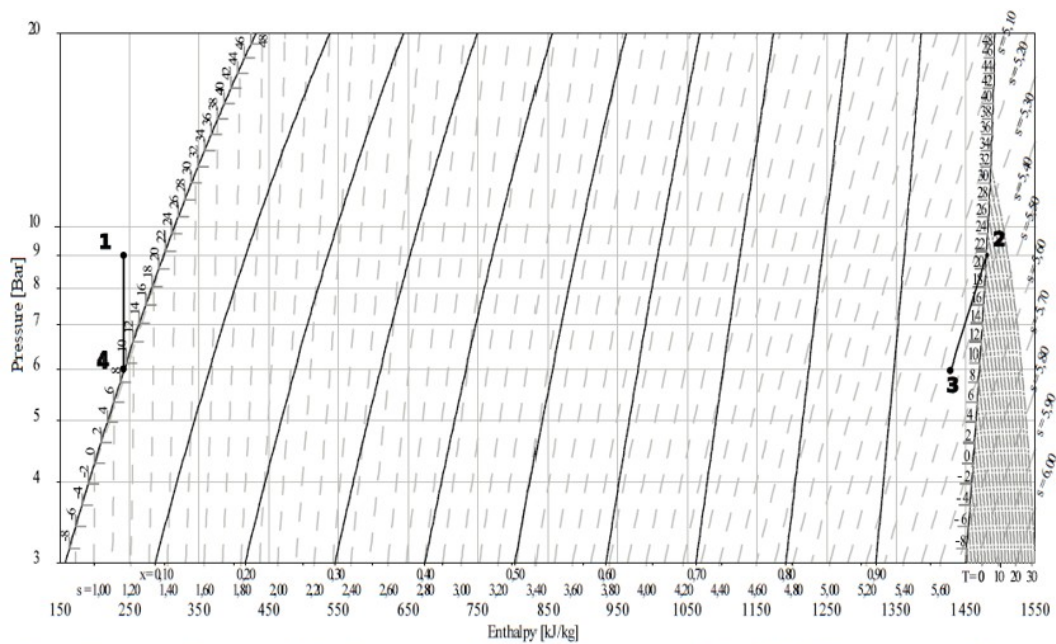
Correction de l'exercice 5

- Courbe d'ébullition du côté gauche, courbe de rosée du côté droit. Phases stables (de gauche à droite) : Liquide / Liquide+Gaz / Gaz.
Le point critique C , qui se situe au sommet de la courbe de saturation, est l'état de plus haute pression et de plus haute température tel qu'un équilibre diphasé liquide/vapeur soit possible. On lit graphiquement : $T_C = 130 \text{ celsius}$ et $P_C = 110 \text{ bar}$.
- On lit, sur le palier de vaporisation : $T_{vap,HP} = 21.5^\circ\text{C}$ et $T_{vap,BP} = 9^\circ\text{C}$.
- On lit sur le diagramme (P,h) : $\Delta h_{vap,HP} = 1175 \text{ kJ kg}^{-1}$ et $\Delta h_{vap,BP} = 1200 \text{ kJ kg}^{-1}$.
- On lit sur le diagramme (T,s) : $\Delta s_{vap,HP} = 4.0 \times 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ et $\Delta s_{vap,BP} = 4.3 \times 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$. On vérifie bien la relation $\Delta h_{vap} = T_{vap} \Delta s_{vap}$ (à deux chiffres significatifs près).
- Dans la zone du liquide, on modélise couramment le fluide comme une phase condensée incompressible et indilatable. L'identité thermodynamique sur H est alors : $dH = TdS + VdP \simeq TdS$ car la variation de H associée à une variation de pression est négligeable devant la variation de H par une variation de température. Pour une compression isentropique, $dS = 0$ donc $dH = 0$: l'isentrope est confondue avec une isenthalpe, soit une droite verticale.
- Par définition du titre massique en vapeur : $m_G = xm$ et $m_L = (1-x)m$. Par additivité et extensivité, on en déduit que $H = m_G h_G + m_L h_L = m(xh_G + (1-x)h_L)$.
- On a aussi $H = mh$. Donc :
$$h = xh_G + (1-x)h_L \Rightarrow x = \frac{h - h_L}{h_G - h_L}$$
- $h - h_L$ est la longueur du segment $[M_L M]$, $h_G - h_L$ est la longueur du segment $[M_L M_G]$. Ainsi, on détermine la fraction massique en gaz en faisant le rapport de la longueur $M_L M$ sur $M_L M_G$ (cohérent avec les formes des isotitres).

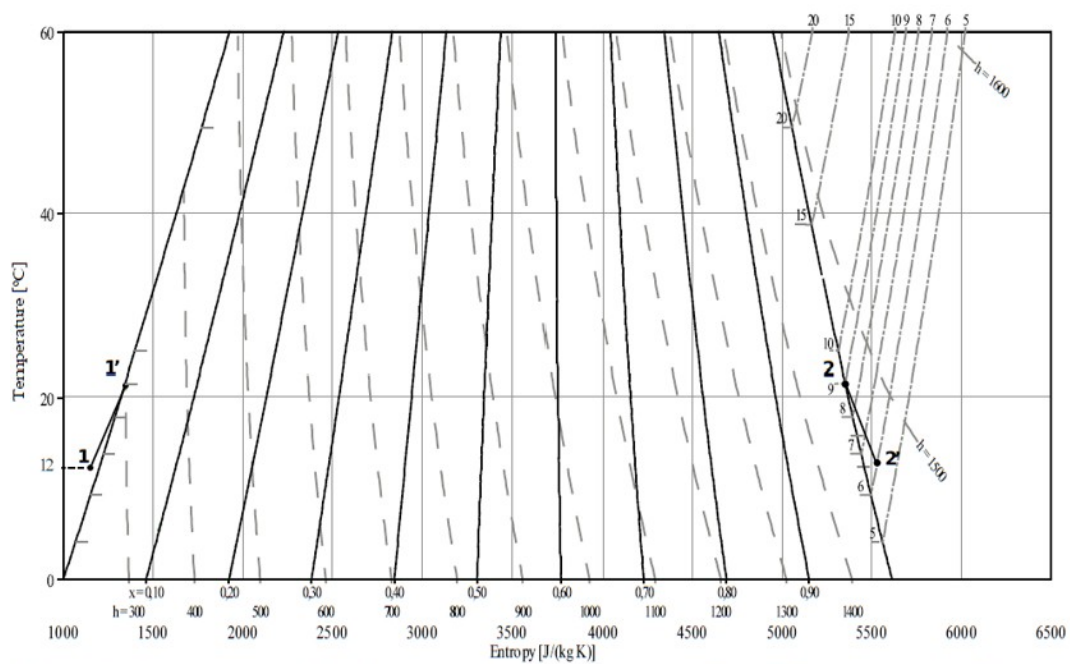
Annexe : Diagrammes thermodynamiques pour l'ammoniac



Dans la suite, on donne des agrandissements des diagrammes thermodynamiques.



Agrandissement d'une partie du diagramme de l'ammoniac (P, h). DTU, Department of Energy Engineering, s en $(\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1})$, v en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, T en $^{\circ}\text{C}$, M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen (23-10-03).



Agrandissement d'une partie du diagramme de l'ammoniac (T, s). DTU, Department of Energy Engineering, h en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, v en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, p en bar, M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen (23-10-03).