

Ex. 2 (D'après écrit CCINP PSI 2021) Tornado

Remarque : Pour ce sujet, la calculatrice était interdite. Je vous conseille donc de réaliser cet exercice sans calculatrice.

Donnée : Masse volumique de l'air dans les conditions ambiantes $\rho_0 = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$

Formulaire : $(\vec{A} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\vec{A} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \wedge \vec{A} + \frac{1}{2} \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{A}^2)$

On peut modéliser simplement une tornade (**photo 3**) en considérant l'air comme un fluide parfait en écoulement stationnaire et incompressible de masse volumique ρ_0 . Cet écoulement est qualifié de rotationnel à l'intérieur d'un cylindre C d'axe Oz et de rayon R_T . On définit le vecteur tourbillon $\vec{\omega}$, tel que : $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v}) = 2\vec{\omega}$.

On a : $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$, avec $\begin{cases} \omega = \omega_0 & \text{pour } r < R_T \\ \omega = 0 & \text{pour } r > R_T \end{cases}$.



Photo 3 - Tornado

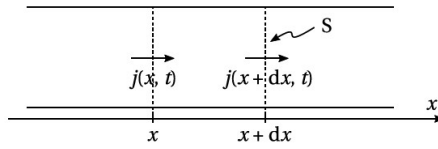
1. Enoncer les deux équations de Maxwell pour un champ magnétique en régime permanent.
2. Etablir l'équation locale traduisant la conservation de la charge électrique en coordonnées cartésiennes à une dimension. Par analogie, on admettra l'équation locale de conservation de la masse pour un fluide en écoulement : $\text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$.
3. Que devient l'équation locale de conservation de la masse dans le cadre d'un écoulement stationnaire incompressible ? Par analogie avec l'électromagnétisme ou par application du théorème de Stokes-Ampère, proposer une formulation analogue au théorème d'Ampère en régime permanent qui permet de déterminer le champ des vitesses $\vec{v}$ en tout point de l'espace.
4. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}$ en tout point de l'espace et tracer l'allure de la courbe $v(r)$.
5. Dans la zone $r > R_T$, l'écoulement est irrotationnel. Montrer, à partir de l'équation d'Euler et en précisant clairement les hypothèses utilisées, que la quantité $P + \frac{1}{2}\rho_0 v^2 + \rho_0 g z$ est constante et uniforme dans toute la zone $r > R_T$. En considérant la pression de l'air égale à P° loin du cyclone, préciser l'expression de la pression $P(R_T)$ à la surface de la tornade, en fonction de P° , ρ_0 , ω_0 et R_T .
6. Evaluer dans le cadre de ce modèle simplifié la dépression $\Delta P = P^\circ - P(R_T)$ pour des vents de 180 km h^{-1} à la surface de la tornade en R_T .
7. La masse d'une tuile en terre cuite est d'environ 2.8 kg. Le faible recouvrement des tuiles sur le toit d'une habitation offre une densité surfacique de masse réduite de la couverture de l'ordre de 40 kg m^{-2} . Justifier de la nécessité du collage des tuiles dans les zones particulièrement ventées.

Correction de l'exercice 2

21. Les équations relatives au champ magnétostatique s'écrivent :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\vec{B}) &= 0 \quad (\text{Maxwell-Thomson}) \\ \operatorname{rot}(\vec{B}) &= \mu_0 \cdot \vec{j} \quad (\text{Maxwell-Ampère}). \end{aligned} \quad \blacksquare \quad (34)$$

22. Soit une tranche de conducteur comprise entre x et $x + dx$.



▲ **Figure C6.** Schéma de principe.

Entre t et $t + dt$, il entre par le plan d'abscisse x une charge :

$$\delta Q_{\text{entrant}} = j(x, t) \cdot S \cdot dt, \quad \blacksquare \quad (35)$$

tandis qu'il sort par le plan d'abscisse $x + dx$ une charge :

$$\delta Q_{\text{sortant}} = j(x + dx, t) \cdot S \cdot dt. \quad \blacksquare \quad (36)$$

La variation globale de charge s'écrit donc, au premier ordre en dx et en dt :

$$dQ = \delta Q_{\text{entrant}} - \delta Q_{\text{sortant}} = -\frac{\partial j}{\partial x}(x, t) \cdot S \cdot dx \cdot dt. \quad \blacksquare \quad (37)$$

Cette variation peut également s'exprimer de façon plus directe :

$$dQ = Q(t + dt) - Q(t) = (\rho(x, t + dt) - \rho(x, t)) \cdot S \cdot dx = \frac{\partial \rho}{\partial t}(x, t) \cdot S \cdot dx \cdot dt, \quad \blacksquare \quad (38)$$

soit en identifiant les deux relations :

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0.} \quad \blacksquare \quad (39)$$

23. Pour un écoulement incompressible, $\text{div}(\mu \cdot \vec{v}) = \mu \cdot \text{div}(\vec{v})$, tandis que pour un écoulement stationnaire, $\partial \mu / \partial t = 0$, donc pour un écoulement incompressible et stationnaire :

$$\boxed{\text{div}(\vec{v}) = 0.} \quad \blacksquare \quad (40)$$

Soit un contour fermé Γ de l'espace et soit une surface $\mathcal{S}$ s'appuyant sur Γ , orientée dans le sens direct par rapport à celui-ci. D'après le théorème de Stokes,

$$\oint_{\Gamma} \vec{v} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{\mathcal{S}} \vec{\text{rot}}(\vec{v}) \cdot d\vec{S} = \iint_{\mathcal{S}} 2 \cdot \vec{\omega} \cdot d\vec{S}, \quad \blacksquare \quad (41)$$

soit :

$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{v} \cdot d\vec{\ell} = 2 \cdot \iint_{\mathcal{S}} \vec{\omega} \cdot d\vec{S}.} \quad \blacksquare \quad (42)$$

24. On utilise les coordonnées cylindriques d'axe (O_z) . Le champ de vecteur tourbillon est invariant par rotation autour de l'axe (O_z) ainsi que par translation le long de cet axe, donc le champ des vitesses $\vec{v}$ de dépend que de r . Par ailleurs, pour un point M donné de l'espace, le plan tangent à l'axe (O_z) et passant par M est un plan de symétrie pour le champ de vecteur tourbillon. Par analogie avec le champ magnétique, on en déduit que c'est un plan d'antisymétrie pour le champ des vitesses, si bien que finalement,

$$\boxed{\vec{v}(M) = v(r) \cdot \vec{e}_{\theta}.} \quad \blacksquare \quad (43)$$

Soit $\mathcal{C}$ le cercle d'axe (O_z) passant par $M(r, \theta, z)$, orienté dans le sens direct par rapport à $\vec{e}_z$, et soit $\mathcal{D}$ le disque inscrit dans le cercle, orienté dans le sens direct par rapport à celui-ci.

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{v} \cdot d\vec{\ell} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v(r). \quad \blacksquare \quad (44)$$

Par ailleurs, si $r < R_T$,

$$\iint_{\mathcal{D}} \vec{\omega} \cdot d\vec{S} = \pi \cdot r^2 \cdot \omega_0, \quad \blacksquare \quad (45)$$

tandis que si $r \geq R_T$,

$$\iint_{\mathcal{D}} \vec{\omega} \cdot d\vec{S} = \pi \cdot R_T^2 \cdot \omega_0. \quad \blacksquare \quad (46)$$

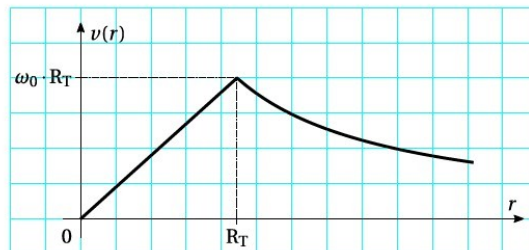
On applique le théorème établi à la question précédente. Si $r < R_T$, alors $2 \cdot \pi \cdot r \cdot v(r) = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \omega_0$, soit :

$$\boxed{\vec{v}(M) = \omega_0 \cdot r \cdot \vec{e}_r.} \quad \blacksquare \quad (47)$$

Si $r \geq R_T$, alors :

$$\boxed{\vec{v}(M) = \frac{\omega_0 \cdot R_T^2}{r} \cdot \vec{e}_r.} \quad \blacksquare \quad (48)$$

On donne l'allure du profil de vitesse sur la Fig. C7.



▲ Figure C7. Profil de vitesse (allure).

25. Pour un fluide parfait, l'équation d'Euler s'écrit :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = - \text{grad}(P) - \rho_0 g \vec{e}_z$$

en considérant uniquement le champ extérieur de pesanteur uniforme, avec un axe (Oz) ascendant. En utilisant le caractère stationnaire de l'écoulement et le formulaire fourni :

$$\rho_0 \left(\text{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v} + \frac{1}{2} \text{grad}(\vec{v}^2) \right) = - \text{grad}(P) - \rho_0 g \vec{e}_z$$

L'écoulement est irrotationnel pour $r > R_T$: $\text{rot}(\vec{v}) = \vec{0}$. Enfin, en supposant l'écoulement incompressible et homogène, $\rho_0 = \text{cste}$ et donc :

$$\text{grad} \left(\frac{1}{2} \rho_0 \vec{v}^2 + P + \rho_0 g z \right) = \vec{0} \Rightarrow P + \frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \rho_0 g z = \text{cste}$$

dans toute la zone $r > R_T$.

En prenant deux points d'altitude z identique, l'un à la surface de la tornade et l'autre à l'infini, on obtient :

$$P(R_T) + \frac{1}{2} \rho_0 v^2(R_T) = P^\circ + 0 \Rightarrow P(R_T) = P^\circ - \frac{1}{2} \rho_0 v^2(R_T) = P^\circ - \frac{1}{2} \rho_0 R_T^2 \omega_0^2$$

26. La dépression s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{\rho_0 \cdot v^2(R_T)}{2} = \frac{1,2 \cdot 180^2}{3,6^2 \cdot 2} = \frac{180^2}{3 \cdot 3,6 \cdot 2} = \frac{180 \cdot 60 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 1,2 \cdot 2} \\ &= \frac{180 \cdot 10}{1,2} = \frac{3 \cdot 60 \cdot 10}{1,2} = \underline{1500 \text{ Pa.}} \end{aligned} \quad \blacksquare \quad (52)$$

27. La densité surfacique de poids vaut environ $400 \text{ N} \cdot \text{m}^2 = 400 \text{ Pa}$, donc la dépression engendrée par une tornade l'emporte largement sur la gravité, d'où la nécessité de fixer les tuiles!

Ex. 3 (Ecrit E3A-Polytech PSI 2024) Mesure du temps : la clepsydre



Figure 4 – Clepsydre

Les candidats réalisent des épreuves en durée limitée, mesurée à l'aide d'une clepsydre. Utilisée depuis l'Antiquité, la clepsydre est une horloge reposant sur la vidange d'un récipient contenant de l'eau colorée qui s'écoule à travers un petit orifice sous l'effet de la gravité.

On considère tout d'abord un écoulement d'eau dans un récipient cylindrique, percé d'un orifice en $z = 0$ et placé dans l'air atmosphérique à pression P_0 (voir figure 5, à gauche). On note S la section du cylindre, $s \ll S$ la section de l'orifice, $h(t)$ la hauteur d'eau dans le récipient à l'instant t , ρ la masse volumique de l'eau, $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur, $V(t)$ la vitesse de l'interface eau/air dans le cylindre et $v(t)$ la vitesse de l'eau s'écoulant à travers l'orifice.

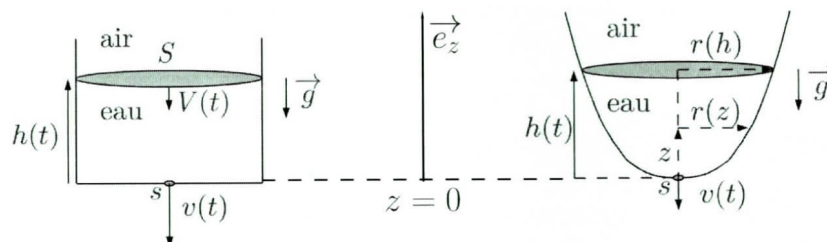


Figure 5 – À gauche : vidange d'un récipient cylindrique. À droite : schéma de la clepsydre

Q10. Rappeler la relation de Bernoulli ainsi que ses conditions d'application. On suppose ces conditions remplies dans la suite.

Q11. En exploitant l'hypothèse $s \ll S$, établir l'expression de $v(t)$ en fonction de g et de $h(t)$.

Q12. L'écoulement étant supposé incompressible, en déduire l'expression de $V(t)$ en fonction de S , s , g et de $h(t)$. Préciser **qualitativement** le sens d'évolution de $V(t)$ lors de la vidange.

On attend d'une horloge à eau que le niveau d'eau baisse à vitesse constante dans le récipient, malgré la diminution du débit dans le temps. On souhaite adapter la forme du récipient afin de satisfaire cette condition (voir figure 5, à droite). Le profil de la clepsydre, à symétrie de révolution, s'écrit :

$$\forall z > 0, \quad r(z) = K z^{1/n} \quad \text{avec} \quad K > 0 \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{N}^*. \quad (1)$$

Q13. En supposant que l'expression de $v(t)$ obtenue à la **question Q11** reste valable, montrer que l'évolution de $h(t)$ est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{s\sqrt{2g}}{\pi K^2} \frac{\sqrt{h}}{h^{2/n}}. \quad (2)$$

Q14. Sans chercher à résoudre cette équation différentielle, déterminer la valeur de l'entier n en imposant que dh/dt ne dépende pas du temps. En déduire l'unité de K .

Q15. Trouver la valeur de K permettant d'assurer une vitesse constante $|dh/dt| = 1,0 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données pour la partie II

Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Section de l'orifice : $s = 1,0 \text{ cm}^2$

Correction de l'exercice 3

10. Pour un écoulement parfait, stationnaire, homogène et incompressible, dans le champ de pesanteur dans un référentiel galiléen, alors, entre deux points A et B d'une même ligne de courant :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B$$

11. On applique la relation de Bernoulli entre un point à l'interface eau/air et un point au niveau de l'orifice de sortie :

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho V(t)^2 + \rho g h(t) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v(t)^2 + 0$$

en considérant que la pression de l'eau au niveau de l'orifice de sortie est la pression atmosphérique (jet libre). L'écoulement étant incompressible, il y a conservation du débit volumique $SV(t) = sv(t)$. Comme $s \ll S$, alors $V(t) \ll v(t)$. On simplifie alors la relation de Bernoulli précédente et on obtient :

$$v(t) = \sqrt{2gh(t)}$$

12. L'écoulement étant incompressible : $SV(t) = sv(t)$, d'où

$$V(t) = \frac{s}{S} \sqrt{2gh(t)}$$

Lors de la vidange, $h(t)$ diminue, donc $V(t)$ diminue : le débit volumique est de moins en moins fort.

13. On appelle à nouveau $V(t)$ la vitesse de l'interface eau/air. On a donc toujours (cf. Q12) : $V(t) = \frac{s}{S} \sqrt{2gh(t)}$ avec $S = \pi r(h)^2 = \pi K^2 h^{2/n}$ la surface de l'interface eau/air.

Or, $V(t)$ est relié à la variation de la hauteur d'eau dans la clepsydre : $V(t) = -\frac{dh}{dt}$. Donc :

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{s\sqrt{2gh(t)}}{\pi K^2 h^{2/n}}$$

14. $\frac{dh}{dt}$ sera indépendant du temps si $\frac{\sqrt{h}}{h^{2/n}}$ ne dépend pas du temps, i.e. ne dépend pas de h . Cela implique que $n = 4$.

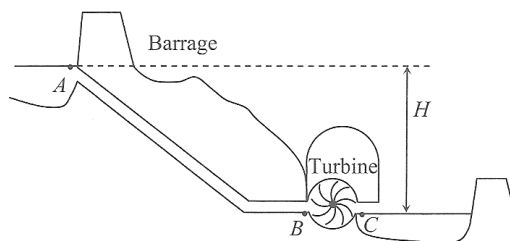
En reprenant l'équation de $r(z)$, on en déduit que K est en $m^{3/4}$.

15. Ainsi, on a : $\frac{dh}{dt} = -\frac{s\sqrt{2g}}{\pi K^2}$. Donc :

$$K = \sqrt{\frac{s\sqrt{2g}}{\pi \left| \frac{dh}{dt} \right|}} = 0.38 \text{ m}^{3/4}$$

Ex. 4 Étude simplifiée d'un barrage

Lors de la phase de vidange du barrage de Grand'Maison, l'eau s'écoule dans une conduite forcée reliant le lac de retenue en amont de Grand'Maison à la retenue du Verney en aval. La conduite a une longueur de 1450 m. Elle se termine par un coude la ramenant à l'horizontal pour alimenter une turbine Pelton qui assure la conversion d'une partie de l'énergie potentielle de l'eau en énergie cinétique de rotation de la turbine. Dans cet exercice, on négligera l'effet du coude sur l'écoulement. La conduite a un diamètre constant de $D = 3$ mètres. La vitesse dans la conduite est $v = 3,6 \text{ m.s}^{-1}$. L'écoulement étudié est stationnaire.



La masse volumique de l'eau est $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. La hauteur de chute est prise égale à $H = 922$ mètres.

- On suppose l'écoulement parfait, incompressible et homogène. En un point A à la surface de la retenue amont, la vitesse est supposée nulle. Déterminer la pression P_B au point B .
- On suppose pour simplifier qu'en sortie de la turbine Pelton au point C , la pression est égale à la pression atmosphérique et la vitesse est négligeable. En considérant que la Pelton a un rendement de 75 %, quelle est la puissance disponible sur l'arbre de la turbine ?

Correction de l'exercice 4

- L'écoulement dans la conduite est supposé parfait, quasi-stationnaire, homogène et incompressible. On applique alors le théorème de Bernoulli sur une ligne de courant entre A et B :

$$P_B + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z_B = P_A + \rho g z_A \iff P_{B,\text{parfait}} = P_A + \rho g H - \frac{1}{2}\rho v^2 = 91 \text{ bar} \quad (\text{Ex.1})$$

- Vu qu'il y a un travail utile échangé entre le fluide et la turbine, la relation de Bernoulli n'est pas applicable. On réalise alors un bilan d'énergie entre B et C , pour le fluide supposé parfait, en écoulement stationnaire, incompressible et homogène. Il y a deux façons de procéder :

Méthode A : Utilisation du premier principe des fluides en écoulement stationnaire

Pas de variation de l'énergie potentielle massique entre B et C (même altitude). Variation d'enthalpie massique : $du = Tds - Pdv_{\text{mass}} = 0$ car l'écoulement est parfait (évolution isentropique) et incompressible. Donc, $dh = v_{\text{mass}} dP = \frac{dP}{\rho}$. L'écoulement étant de plus homogène $\rho = \text{cste}$.

L'écoulement étant stationnaire, le premier principe des fluides en écoulement stationnaire entre B et C (même ligne de courant) donne :

$$\frac{P_C}{\rho} - \frac{P_B}{\rho} - \frac{1}{2}v^2 = w_u \Rightarrow D_m \left(\frac{P_C}{\rho} - \frac{P_B}{\rho} - \frac{1}{2}v^2 \right) = D_m w_u = -P_{\text{utile fluide}}$$

avec $D_m = \rho D_v = \rho v S = \rho v \pi \frac{D^2}{4}$ où D_v est le débit volumique à travers la section S de la conduite et D le diamètre de la conduite. On en déduit : $P_{\text{utile fluide}} = 2.3 \times 10^8 \text{ W}$. Enfin, sachant que le rendement de la turbine Pelton est de 75 %, on en déduit la puissance disponible sur l'arbre de rotation : $P_{\text{disponible}} = 1.7 \times 10^8 \text{ W}$, ce qui est un bon odg pour une centrale hydroélectrique.

Méthode B : Utilisation d'un bilan d'énergie cinétique sur un système fermé

On construit un système fermé (Σ) tel que :

- à l'instant t , il soit constitué du volume de contrôle (Σ_c) contenant le fluide entre B et C et du volume de fluide (Σ_e) entrant en B pendant dt .
- à l'instant $t + dt$, il soit constitué de (Σ_c) et du volume de fluide sortant (Σ_s) en C pendant dt .

Variation de l'énergie cinétique pendant dt (pas de variation d'énergie potentielle de (Σ)) : Par additivité :

- $E_c(t) = E_{c,(\Sigma_c)}(t) + \frac{1}{2}D_m dt v^2 = E_{c,(\Sigma_c)}(t) + \frac{1}{2}\rho\pi\frac{D^2}{4}v^3 dt$
- $E_c(t + dt) = E_{c,(\Sigma_c)}(t + dt)$

Or, l'écoulement étant stationnaire : $E_{c,(\Sigma_c)}(t) = E_{c,(\Sigma_c)}(t + dt)$. Donc :

$$E_c(t + dt) - E_c(t) = \frac{1}{2}\rho\pi\frac{D^2}{4}v^3 dt$$

Puissance des forces non conservatives s'exerçant sur (Σ) :

- Puissance des forces intérieures nulle, car l'écoulement est parfait.
- Puissance des forces extérieures de pression : $P_p = P_B D_v - P_C D_v$ car $D_v = S v = \frac{\pi D^2}{4} v$ se conserve (écoulement incompressible)
- Puissance que la turbine fournit au fluide : $-P_{\text{utile fluide}}$

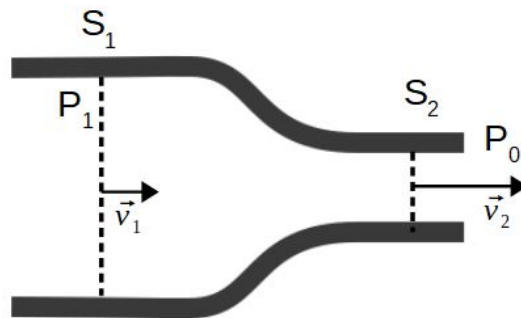
Ainsi, le théorème de la puissance cinétique dans le référentiel de la conduite galiléen :

$$\frac{E_c(t + dt) - E_c(t)}{dt} = \frac{1}{2}\rho\pi\frac{D^2}{4}v^3 = \pi\frac{D^2}{4}v(P_B - P_C) - P_{\text{utile fluide}} \Rightarrow P_{\text{utile fluide}} = \pi\frac{D^2}{4}v\left(P_B - P_C - \frac{1}{2}\rho v^2\right)$$

soit la même expression qu'avec la méthode A.

Ex. 5 Force sur une lance à incendie

L'objectif de cet exercice est de calculer la force qu'un pompier exerce sur une lance à incendie pour la maintenir fixe dans le référentiel terrestre galiléen, en étudiant un système simplifié.



L'étude est réalisée en régime stationnaire. On considère un écoulement d'eau, supposé parfait, homogène et incompressible. L'eau circule avec un débit massique $D_m = 1 \text{ kg/s}$. On adopte la modélisation suivante :

- Sur la surface $S_1 = 1.0 \times 10^3 \text{ cm}^2$, le fluide est à la vitesse $\vec{v}_1$ et la pression est P_1 , uniforme.
- Sur la surface $S_2 = 10 \text{ cm}^2$, le fluide est à la vitesse $\vec{v}_2$ et la pression est égale à la pression atmosphérique (jet libre) P_0 .

En faisant des approximations jugées utiles, exprimer la force exercée par le pompier sur le tuyau en fonction de D_m , la masse volumique ρ , S_1 et S_2 , et en calculer la norme.

Correction de l'exercice 5

Difficultés attendues

- Soit on part dans des calculs longs et fastidieux pour exprimer en fonction des bonnes variables, qui se font, mais faut se poser. Soit, on voit que $S_1 \gg S_2$, et donc que $v_1 \ll v_2$ (conservation du débit volumique).

- Plusieurs systèmes sont possibles : tuyau + fluide OU fluide seul, puis tuyau seul. La résolution est plus directe en prenant le système tuyau + fluide.

Stratégie

1. Bilan de quantité de mouvement sur un système (Σ) fermé.
2. Expression en fonction des bonnes variables grâce à la conservation du débit volumique + Bernoulli + expression débit massique.

Résolution



Dans la suite, je ne prends pas le temps de rédiger proprement. Il faut rajouter les différents arguments usuels que l'on a utilisés dans le cours.

1. Avec le volume de contrôle tuyau + fluide entre S_1 et S_2 , on construit un système fermé (usuel). On obtient ($\vec{e}_x$ vers la droite) (le tuyau est fixe) :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = D_m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \vec{F}_{pomp \rightarrow tuy} + \vec{F}_{air \rightarrow tuy} + (P_1 S_1 - P_0 S_2) \vec{e}_x$$

Méthode du fluide virtuel : On détermine $\vec{F}_{air \rightarrow tuy}$ en considérant la situation fictive où l'air, de pression P_0 , entoure la surface fermée délimitée par (S_1) et (S_2). On trouve alors que $\vec{F}_{air \rightarrow tuy} = P_0(S_2 - S_1)\vec{e}_x$.

Ainsi :

$$\vec{F}_{pomp \rightarrow tuy} = \left(D_m \underbrace{(v_2 - v_1)}_{\simeq v_2} + (P_0 - P_1) S_1 \right) \vec{e}_x$$

2. On utilise Bernoulli (hypothèses ?) : $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow P_0 - P_1 = \frac{1}{2} \rho \underbrace{(v_1^2 - v_2^2)}_{\simeq -v_2^2}$ et $v_2 = \frac{D_m}{\rho S_2}$. On

aboutit alors à

$$\vec{F}_{pomp \rightarrow tuy} = \frac{D_m^2}{\rho S_2} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{S_1}{S_2} \right) \vec{e}_x \simeq -\frac{D_m^2 S_1}{2 \rho S_2^2} \vec{e}_x$$

, de norme 50 N

Validation

- Le pompier doit retenir le tuyau, qui a tendance à l'entraîner vers l'incendie... Et cette force n'est pas négligeable (équivalente au fait de maintenir une masse de 5 kg).
- On vérifie la cohérence avec le sens physique : si le débit massique augmente, la force à exercer augmente également.