

Spectrogoniomètre à réseau

Ce TP porte sur le réglage et l'utilisation d'un goniomètre à réseau.

La spectroscopie est l'ensemble des techniques qui permettent d'analyser la lumière émise par une source lumineuse ou la lumière transmise ou réfléchiée par un corps absorbant. Le goniomètre fait partie des appareils de spectroscopie (d'où le nom de spectrogoniomètre).

Remarque : Le goniomètre n'a pas une utilité qu'en spectroscopie : il peut aussi être utilisé pour mesurer précisément des angles entre des directions de référence.

I Préambule théorique : obtention d'un spectre à l'aide d'un goniomètre (20 min)

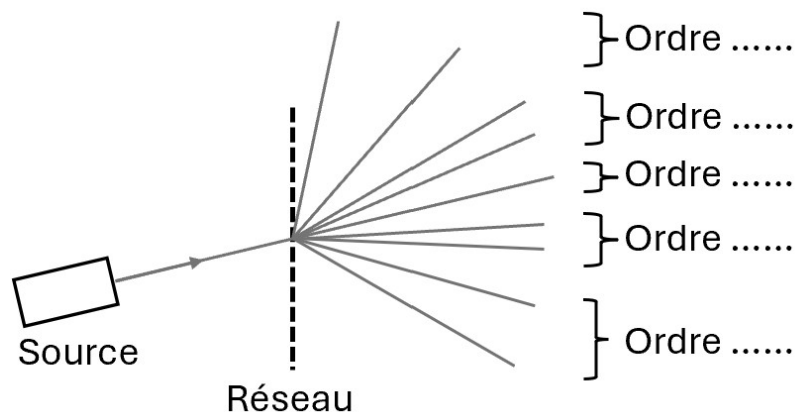
Pour obtenir un spectre, il faut un système dispersif, c'est-à-dire un système optique séparant spatialement les différentes longueurs d'onde de la lumière incidente. On distingue alors deux types de goniomètres suivant la nature du système dispersif :

- le spectrogoniomètre à prisme
- le spectrogoniomètre à réseau

1. Rappeler le nom du(des) phénomène(s) physique(s) responsables de la séparation spatiale des longueurs d'onde dans un prisme, puis dans un réseau.

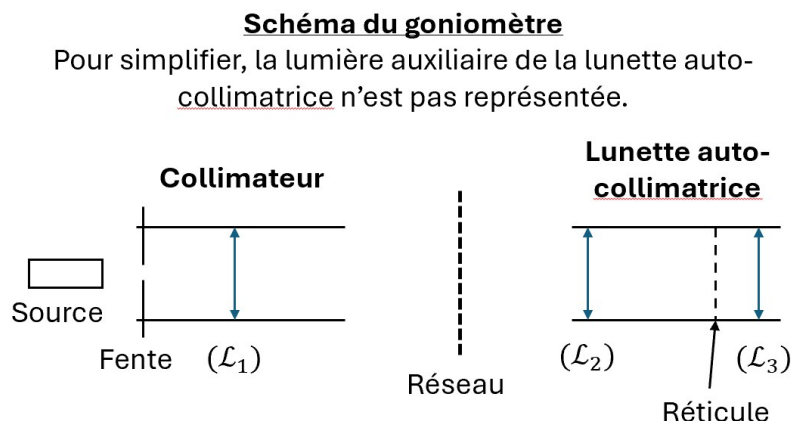
Dans toute la suite de ce TP, on ne s'intéressera qu'aux réseaux plans par transmission. La raison de ce choix (plutôt qu'un prisme) est que l'on connaît une formule théorique permettant d'obtenir les directions des ordres d'interférences connaissant la longueur d'onde et les caractéristiques du réseau (ce qui n'est aussi aisé avec un prisme).

2. Rappeler la formule des réseaux dans l'air. Définir précisément les différentes grandeurs intervenant dans cette formule.
3. Compléter la figure ci-dessous en indiquant le trajet des rayons lumineux rouge et violet pour les ordres -2 , -1 , 0 , 1 et 2 .



II Découverte du goniomètre (30 min)

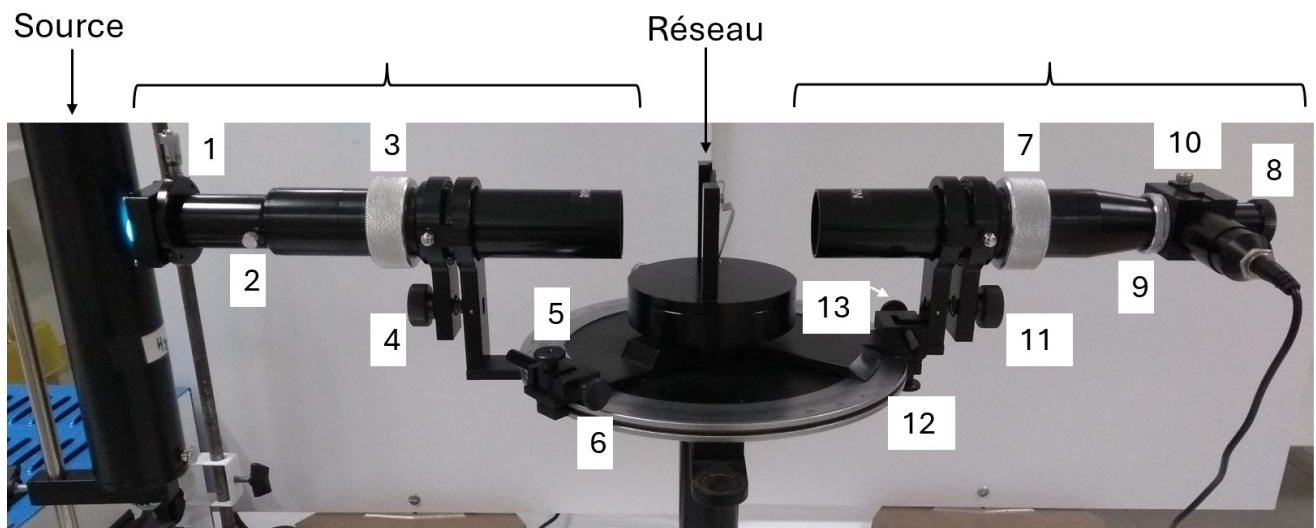
II.1 Constitution du goniomètre et vocabulaire



Le goniomètre est constitué de trois éléments :

- un **collimateur**, dont l'intérêt est d'obtenir un faisceau de rayons lumineux parallèles entre eux (on place l'objet à l'infini). Ce collimateur est ici directement muni d'une fente source de taille réglable.
 - un plateau, contenant un support porte-objet, pour fixer le réseau.
 - une **lunette auto-collimatrice**, dont l'intérêt est d'observer les interférences à l'infini, tout en grossissant les écarts angulaires entre les différents ordres d'interférences. Cette lunette est munie d'un **réticule**, c'est-à-dire de deux traits formant une croix, et permettant de repérer précisément la direction des rayons lumineux. Lorsque la lunette est réglée, on obtient en sortie un faisceau de rayons lumineux parallèles entre eux, permettant une observation sans fatigue par un œil emmétrope ; et on observe de manière nette le réticule.
- .
- Compléter le schéma du goniomètre ci-dessus en indiquant la distance séparant la fente source de la lentille convergente (\mathcal{L}_1) et les distances séparant les lentilles convergentes (\mathcal{L}_2) et (\mathcal{L}_3) du réticule.

Lorsque le goniomètre est correctement réglé, la lunette auto-collimatrice et le plateau peuvent tourner autour d'un axe vertical passant par le centre du plateau.



Chacun de ces trois éléments contient un ensemble de vis de réglage, synthétisé dans le tableau ci-après.

Element	Vis	Numéro photo
Collimateur	Position lentille Largeur fente Orientation fente Horizontalité collimateur	
Plateau	Blocage rotation Déplacement fin en rotation	
Lunette auto-collimatrice	Position objectif Position oculaire Choix mode d'éclairage Orientation réticule Blocage rotation Déplacement fin en rotation Horizontalité lunette	

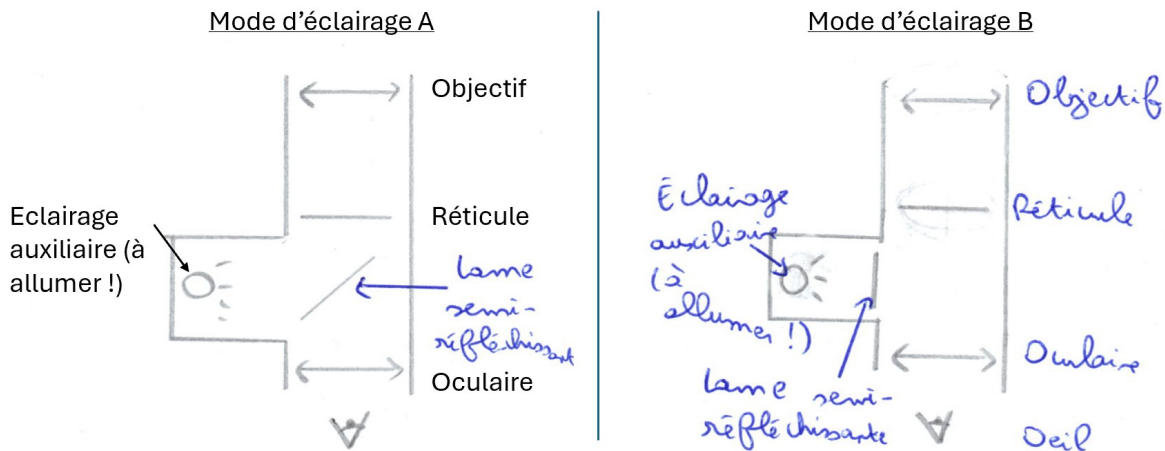
Remarque : Pour tourner de manière fine un élément autour de l'axe vertical, on bloque la vis de rotation de l'élément, puis on joue sur la vis de déplacement fin. Ce réglage permet un positionnement de l'élément à la minute d'arc près.

- Légender la photo ci-dessus en indiquant la position du collimateur et de la lunette auto-collimatrice. En jouant sur les différentes vis repérées sur la photo, compléter le tableau ci-dessus en indiquant le numéro adéquat pour chaque vis.

II.2 Deux modes d'éclairage de la lunette auto-collimatrice

La lunette auto-collimatrice dispose de deux modes d'éclairage différents.

Schémas des modes d'éclairage de la lunette auto-collimatrice



- Le mode d'éclairage A permet d'éclairer la lunette via une source de lumière blanche auxiliaire, située sur le côté de la lunette auto-collimatrice.
- Le mode d'éclairage B permet d'éclairer la lunette via la lumière émergent du réseau.

On bascule d'un mode d'éclairage à l'autre en faisant basculer une lame semi-réfléchissante via une languette située sur le côté de la lunette.

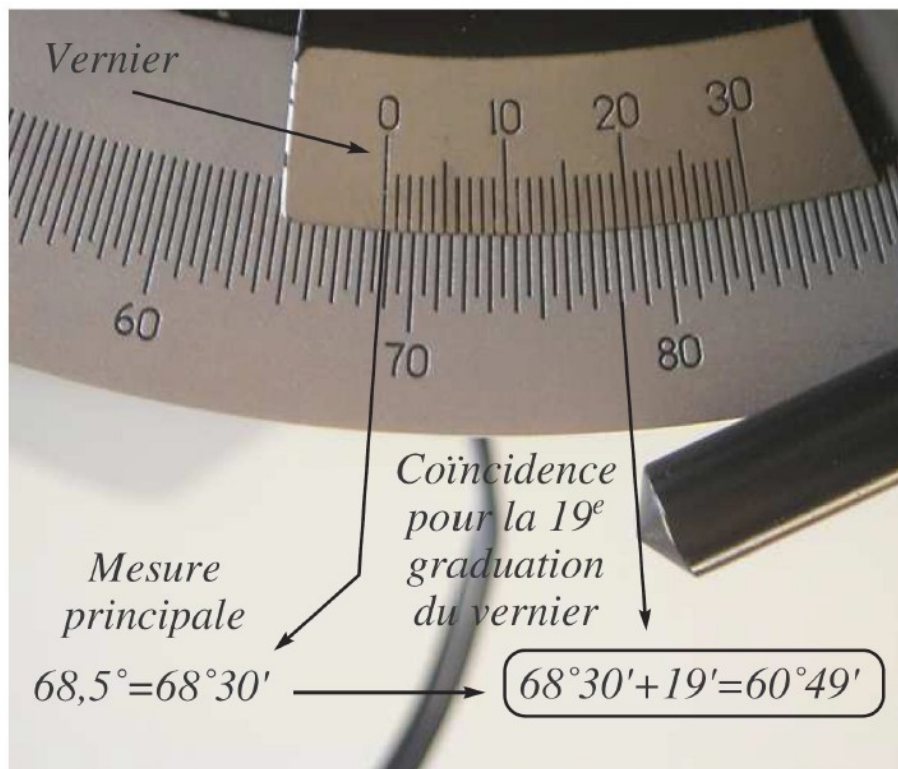
II.3 Lecture d'un vernier

Un vernier comporte deux échelles graduées, l'une fixe et l'autre mobile. L'échelle fixe donne l'unité (mm, degrés, etc), l'échelle mobile est une fraction de l'intervalle le plus petit entre deux graduations de l'échelle fixe.

On lit d'abord l'échelle fixe, pointée par le zéro de l'échelle mobile (en fait on regarde la valeur juste inférieure), puis l'échelle mobile, là où il y a coïncidence d'une graduation de l'échelle mobile avec une graduation de l'échelle fixe. On additionne ensuite les deux valeurs.

On rappelle (mais c'est à savoir) qu'une minute d'arc $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$.

Exemple : Vernier d'un goniomètre



- Lire la position indiquée actuellement par votre vernier, et demander vérification au professeur.

III Réglage du goniomètre (30 min)

Si on récapitule, le goniomètre sera réglé lorsque :

- la lentille du collimateur sera correctement positionnée.
- les deux lentilles de la lunette auto-collimatrice seront correctement positionnées.
- les axes du collimateur et de la lunette sont horizontaux (la direction verticale étant fixée par les traits du réseau).

Le protocole de réglage est détaillé dans la fiche-synthèse n°6 ("Régler le goniomètre") : ce protocole est à connaître.

IV Mesure du pas du réseau (1h15)

Il existe plusieurs protocoles de mesure du pas du réseau. Tous ces protocoles utilisent la connaissance d'au moins une longueur d'onde d'une lampe spectrale. Dans cette partie, on se propose de réaliser une mesure utilisant l'incidence normale sur le réseau. On travaille avec un réseau de 600 traits/mm.

IV.1 Préambule : mesure d'une longueur d'onde d'une lampe à vapeur de mercure via un spectromètre à fibre optique

- A l'aide d'un spectromètre à fibre optique et du logiciel Visual Spectra, mesurer la longueur d'onde de la lampe spectrale de mercure à votre disposition. Dans la suite, on supposera pour simplifier qu'on connaît cette longueur d'onde avec une précision infinie.

IV.2 Protocole de réglage du goniomètre en incidence normale

On reprend le schéma de montage donné en début de sous-partie II.1. Ce protocole est basé sur la méthode d'auto-collimation.

- *Condition d'éclairage : lampe spectrale. / Réseau sur plateau.* Faire correspondre l'image de la fente observée à travers la lunette (frange d'ordre 0) avec le réticule, en tournant la lunette. A ce stade, la lunette est en incidence normale par rapport aux rayons venant du collimateur. Bloquer la rotation de la lunette.
- *Condition d'éclairage : lumière auxiliaire. / Réseau sur plateau.* Faire correspondre l'image du réticule après réflexion sur le réseau avec le réticule, en tournant le plateau. A ce stade, le réseau est en incidence normale avec la lunette, et donc avec les rayons venant du collimateur. Bloquer le plateau et débloquer la lunette.

IV.3 Digression : effet du pas du réseau

- Utiliser momentanément le réseau de 300 traits par mm. Quel est l'effet du pas du réseau sur les directions des ordres d'interférences ?
- Dans la suite, on reviendra au réseau de 600 traits/mm.

IV.4 Détermination du pas du réseau

- Proposer un protocole utilisant le réseau en incidence normale et la connaissance d'une longueur d'onde de la lampe à vapeur de mercure et permettant de déterminer le pas du réseau.
- Mettre en œuvre ce protocole et déterminer le pas du réseau. On notera les incertitudes sur chacun des angles θ_k mesurés donnant les directions des ordres d'interférences (mais on ne cherchera pas, pour l'instant, à en déduire l'incertitude sur le pas du réseau).
- En déduire le nombre de traits par mm du réseau utilisé.

V Mesure de longueurs d'onde inconnues (1h15)

Il existe à nouveau plusieurs protocoles de mesure de longueurs d'onde inconnues. Tous ces protocoles utilisent la connaissance du pas du réseau. Dans cette partie, on se propose de réaliser une mesure utilisant le minimum de déviation. On travaille avec un réseau de 600 traits/mm.

V.1 Théorie : méthode du minimum de déviation

Expérimentalement, il n'est pas aisé de déterminer précisément la direction de la normale au réseau (cela est possible, mais un peu technique). Le souci est que tous les angles θ_k et θ_0 sont définis à partir de cette normale... Comment peut-on s'affranchir de la connaissance de la direction de la normale au réseau tout en déterminant néanmoins les longueurs d'onde λ_0 ?

L'astuce est de mesurer non pas θ_k , mais l'angle de déviation $D_k = \theta_k - \theta_0$. Cet angle dépend de l'ordre k et de la longueur d'onde λ_0 étudiés. Considérons donc k et λ_0 fixés. (Expérimentalement, cela revient à étudier l'une des raies visibles derrière le réseau.)

En faisant varier l'angle θ_0 , on se rend compte que D_k passe par un minimum, que l'on notera $D_{k,m}$. On cherche à exprimer théoriquement ce minimum de déviation.

Etape 1 : Différentions l'angle de déviation et plaçons nous au niveau du minimum de cet angle

D_k :

$$dD_k = d\theta_k - d\theta_0 = 0 \Rightarrow d\theta_k = d\theta_0$$

Etape 2 : Différentions la relation des réseaux, sachant que seuls θ_0 et θ_k peuvent être modifiés :

$$\sin(\theta_k) - \sin(\theta_0) = \frac{k\lambda_0}{na} \Rightarrow \cos(\theta_k)d\theta_k - \cos(\theta_0)d\theta_0 = 0 \Rightarrow \cos(\theta_k) = \cos(\theta_0)$$

Les angles θ_k et θ_0 étant compris dans $[-\pi/2, \pi/2]$, les deux solutions possibles sont :

- $\theta_k = \theta_0$: c'est le cas de l'ordre 0, inintéressant dans le but d'accéder aux valeurs de λ_0 . On exclut donc expérimentalement cette situation.
- $\theta_k = -\theta_0$: situation intéressante. Le maximum d'intensité est donc dans une direction symétrique à la direction de l'ordre 0 par rapport à la normale du réseau.

En se plaçant donc au minimum de déviation, on a $\theta_k = -\theta_0$, soit $D_{k,m} = \theta_k - \theta_0 = 2\theta_k$ et soit :

$$\sin(\theta_k) - \sin(\theta_0) = 2 \sin(\theta_k) = \frac{k\lambda_0}{na}$$

On aboutit à la formule des réseaux exprimée avec le minimum de déviation :

$$\sin\left(\frac{D_{m,k}}{2}\right) = \frac{k\lambda_0}{2na}$$

$D_{m,k}$ étant facile à mesurer en pratique, on en déduit aisément la valeur de λ_0 .

V.2 Détermination des longueurs d'onde de la lampe à vapeur de mercure

Protocole

Conditions d'éclairage : lampe à vapeur de mercure. / Réseau de 600 traits par mm.

- Mesurer l'azimut α_0 de la frange d'ordre 0. Estimer l'incertitude sur α_0 .
- Fixer une des franges d'ordre 2 avec la lunette. Tourner lentement le plateau portant le réseau tout en suivant la frange avec la lunette et repérer l'orientation du réseau pour laquelle le déplacement de la frange change de sens. Mesurer alors l'azimut $\alpha_2(\lambda_0)$ au minimum de déviation.
- Ré-itérer cette dernière étape pour les franges d'ordre 2 de différentes longueurs d'onde de la lampe. Estimer l'incertitude sur chaque valeur de α_2 .

Exploitation

- Quel est l'intérêt d'étudier les minima de déviation dans l'ordre 2 plutôt que dans l'ordre 1 ?
- Déduire de l'expérience les longueurs d'onde de la lampe à vapeur de mercure. On ne déterminera pas, pour l'instant, d'incertitude sur ces longueurs d'onde.

Incertitude

On cherche l'incertitude-type sur les longueurs d'onde λ_0 déterminées. Pour simplifier, on suppose dans cette partie que l'on connaît le pas du réseau a avec une précision infinie. Néanmoins, l'expression de λ_0 fait intervenir un sinus : les formules habituelles de composition des incertitudes sont inopérantes. On se propose donc de réaliser une estimation de l'incertitude $u(\lambda_0)$ par l'algorithme de Monte-Carlo de propagation des incertitudes.

Formulaire :

- $np.random.uniform(a,b)$ renvoie un flottant aléatoirement tiré dans l'intervalle $[a,b]$ avec une densité de probabilité uniforme.
 - $np.zeros(N)$ renvoie une liste numpy de N zéros
 - $np.mean(L)$ renvoie la valeur moyenne de la liste L
 - $np.std(L,ddof=1)$ renvoie l'écart-type physique des valeurs de la liste L
- .
- Ouvrir le fichier "Incertitude lambda MC propagation.py". Quel est le principe de l'algorithme de Monte-Carlo de propagation des incertitudes ?
 - En adaptant l'algorithme à vos valeurs expérimentales, estimer l'incertitude sur chacune des longueurs d'onde déterminées.

VI Retour sur la mesure du pas du réseau : algorithme de Monte-Carlo

Principe de l'algorithme d'ajustement affine de données

Considérons un cas général où l'on a mesuré expérimentalement des valeurs de deux grandeurs x et y . On notera dans la suite ces valeurs x_i et y_i . Chacune de ces valeurs est entachée d'une incertitude-type $u(x_i)$ et $u(y_i)$. On souhaite déterminer les coefficients α et β tels que $y = \alpha x + \beta$, ainsi que les incertitudes sur ces deux coefficients $u(\alpha)$ et $u(\beta)$.

L'algorithme de Monte-Carlo de régression linéaire est le suivant :

1. **Initialisation** : On entre les valeurs x_i , y_i et leurs incertitudes $u(x_i)$ et $u(y_i)$. On choisit le nombre N de tirages aléatoires que l'on va effectuer.
2. **Simulation des fluctuations des données** : On réalise alors un premier tirage aléatoire : pour chaque valeur i , on tire aléatoirement une abscisse \tilde{x}_i et une ordonnée \tilde{y}_i dans des intervalles cohérents avec les incertitudes-types. On réalise alors un premier ajustement affine et on détermine une première valeur des coefficients $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$.
3. **Itération** : On ré-itére les tirages aléatoires N fois en stockant toutes les valeurs $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$.
4. **Moyenne et écart-type** : On renvoie les valeurs moyennes et les écarts-types des valeurs $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$.

Application concrète au cas de la mesure du pas du réseau

L'algorithme très général précédent est adapté au cas de la régression permettant la détermination du pas du réseau. On trace alors $\sin(\alpha_k - \alpha_0) = f(k)$ avec k l'ordre d'interférences, α_k l'azimut de la frange d'ordre k et α_0 l'azimut de la frange d'ordre 0.

Formulaire : $np.polyfit(x,y,1)$ renvoie le tuple (α,β) tel que $y = \alpha x + \beta$ soit la "meilleure" modélisation possible des données fournies. En pratique, cette fonction minimise la somme des écarts au carré entre les données et les valeurs modélisées.

On donne l'algorithme déjà implémenté :

```

1 import numpy as np
2
3 """ Donnees experimentales (avec incertitudes-types) """
4 lambda=511e-9      # Longueur d'onde en m
5
6 az0=4.05          # Azimut d'ordre 0 en degre
7 uaz0=0.03        # Incertitude a0 en degre
8
9 az_list=np.array([326.17,346.22,21.95,41.88])    # Liste des azimuts en degres
10      pour les differents ordres
11 uazi=0.03        # Incertitude-type sur un azimut ai en degre
12
13 k_list=np.array([-2,-1,1,2])    # Liste des ordres d'interferences
14
15 """ Algorithme de Monte-Carlo pour un ajustement affine """
16
17 N=1000           #Nombre de tirages simules
18 M=len(k_list)    # Nombre de points mesures (ici : 4 mesures)
19
20 a_list=np.zeros(N)    # Initialisation des listes a remplir pour les pas du
21      reseau a de chaque regression
22 az_list_k=np.zeros(M)    # Initialisation des listes a remplir pour les azimuts
23      de chaque tirage k
24
25 for k in range(N): # Procedure de tirage
26
27     az0_k=np.random.uniform(az0-np.sqrt(3)*uaz0, az0+np.sqrt(3)*uaz0)
28
29     for i in range(M):
30         az_list_k[i]=np.random.uniform(az_list[i]-np.sqrt(3)*uazi, az_list[i]+np
31             .sqrt(3)*uazi)
32
33     y_list_k=np.sin((az_list_k-az0_k)*np.pi/180)
34
35     cd,b=np.polyfit(k_list,y_list_k,1) # Regression lineaire retournant cd et
36     b tels que y=cd*x+b
37     a_list[k]=lambda/cd
38
39 a_moy = np.mean(a_list)           #Calcul de la valeur moyenne
40 ua = np.std(a_list,ddof=1)        #Calcul de l'ecart-type
41
42 print('Pas du reseau a : ',a_moy, ' m')           #Affichage des resultats
43 print('Incertitude-type u(a) : ',ua, ' m')
```

- Repérer dans le code ci-dessus les lignes où l'on simule les fluctuations des valeurs $\sin(\alpha_k - \alpha_0)$. Pourquoi ne simule-t-on pas de fluctuation sur les ordres d'interférences ?
- Expliquer l'intérêt des lignes 31 et 32.
- Combien de fois réalise-t-on la boucle des lignes 22 à 32 ? Pourquoi ce nombre de fois doit-il être élevé ?
- Modifier le code fourni pour l'adapter à vos mesures expérimentales et déterminer la valeur du pas du réseau ainsi que son incertitude. Commentaire.