DM 1	**Mécanique et électronique** *A rendre pour le mardi 5 novembre 2024*

Calculatrices autorisées

Les objectifs de ce DM sont les suivants :

- S'entraîner sur de véritables sujets de concours, et donc avec des questions qui s'enchaînent les unes les autres

- Revenir sur des savoirs et savoir-faire évalués dans le DS1 : il est donc très fortement conseillé de retravailler le DS1 ***avant*** *de faire ce DM !*

- Revoir des notions de première année

- Rédiger correctement ses réponses, sans contrainte de temps

Ce DM est à rendre obligatoirement, mais : il n'est pas noté (et n'aura aucun impact sur mon appréciation semestrielle) et vous pouvez en discuter en binômes. Si vous le travaillez en binômes, je veux en revanche que vous ayez chacun réfléchi individuellement à tous les exercices et que votre rédaction soit vraiment de vous : ne recopiez pas ce que l'autre a écrit car cela ne vous aiderait pas à vous améliorer. Donc, échangez, mais uniquement sur les méthodes/résultats.

P.S. : Et n'oubliez pas, l'ordre de priorité pour ces vacances est : 1) dormir ; 2) se remettre à jour dans tous les cours ; 3) retravailler les DS ; 4) faire le DM ; 5) terminer les exercices de TD que vous n'avez pas repris.

EXERCICE 1 : Un modèle simplifié de sismographe *[E3A-Polytech PC 2022]*

Le sismographe est un instrument chargé d'enregistrer les mouvements de l'écorce terrestre par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen.

Il peut être modélisé par un ressort de constante de raideur k dont l'extrémité supérieure est solidaire d'un boîtier posé sur le sol. **(Voir Figure 1)**

Une masse m de centre d'inertie G, attachée à l'autre extrémité du ressort est reliée à un amortisseur exerçant une force de frottement visqueux que l'on écrira $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$.

Une partie non représentée permet d'enregistrer les mouvements de la masse.

Lorsque l'appareil détecte un tremblement de terre, le boîtier est animé d'un mouvement de translation rectiligne par rapport au référentiel du laboratoire.

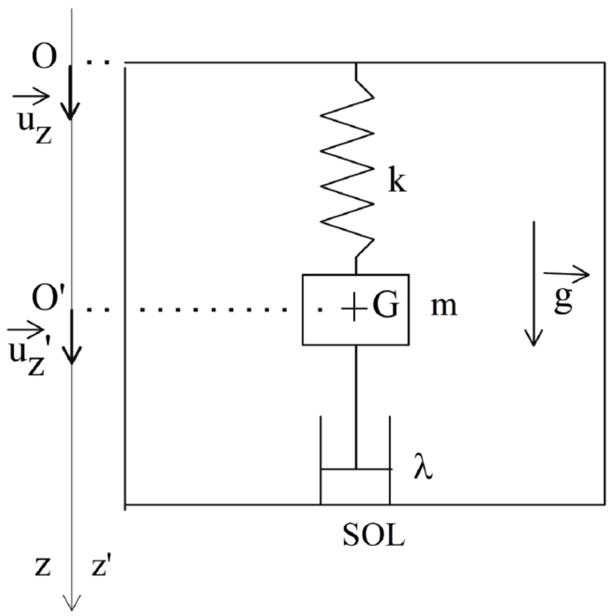

Figure 1 - Modèle du sismographe

L'axe **(Oz)** est un axe fixe lié au référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$.

L'axe **(O'z')** est un axe mobile lié au référentiel boîtier $\mathcal{R}'$.

La cote de l'origine **O'** du repère $\mathcal{R}'$ représentée sur le schéma correspond à la position d'équilibre du centre d'inertie de la masse lorsque le boîtier est immobile, c'est-à-dire en absence de mouvement de l'écorce terrestre.

Q1. Que représente le coefficient λ dans l'expression de $\vec{f}$? Quelle est son unité ?

Q2. La longueur à vide du ressort est notée ℓ_0. On considère dans cette question que le sol ne vibre pas.
Appliquer la seconde loi de Newton à la masse m dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié au boîtier qui est alors galiléen.
Quelle est la longueur à l'équilibre ℓ_1 du ressort en fonction des données ?

Q3. Lorsque le sol vibre, le référentiel lié au boîtier n'est plus galiléen.
Rappeler les expressions des forces d'inertie à prendre alors en compte et donner leurs expressions dans le cas du sismographe étudié.

Q4. Effectuer le bilan des forces s'exerçant sur la masse dans $\mathcal{R}'$ et les représenter en supposant que les valeurs de l'allongement du ressort, de la vitesse du point G et de l'accélération d'entraînement sont positives.

Q5. Appliquer la seconde loi de Newton à la masse dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié au boîtier.
On notera z'_G la cote du point G dans le repère $\mathcal{R}'$.
Projeter cette relation sur l'axe vertical.
On supposera que l'expression de $z_S(t)$ décrivant le mouvement du sol est :

$$z_S(t) = E_m cos(\omega t + \phi).$$

Q6. On écrit cette relation sous la forme suivante :

$$\frac{d^2 z'_G}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dz'_G}{dt} + \omega_0^2 z'_G = E_m \omega^2 cos(\omega t + \phi).$$

Comment appelle-t-on ω_0 et Q ? Donner leurs expressions littérales.

Q7. Pour un sismographe, le facteur de qualité est toujours très élevé.
Quelle est alors l'équation obtenue en simplifiant la relation précédente si on se place dans le cas idéal où le facteur de qualité est infini ?

8. En régime permanent, la solution de cette équation s'écrit $z'_G(t) = Z_m \cos(\omega t + \Phi')$ avec $Z_m > 0$.
   (a) Dans le cas idéal du facteur de qualité infini, déterminer l'expression de Z_m.
   (b) On se place désormais dans le cas réel d'un facteur de qualité fini. Déterminer la nouvelle expression de $Z_{\text{m, non idéal}}$.

Q9. On donne la représentation graphique de $Z_m(u)$ avec $u = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.**Figure 2**)
Justifier l'allure de cette courbe à partir des résultats de la question précédente.

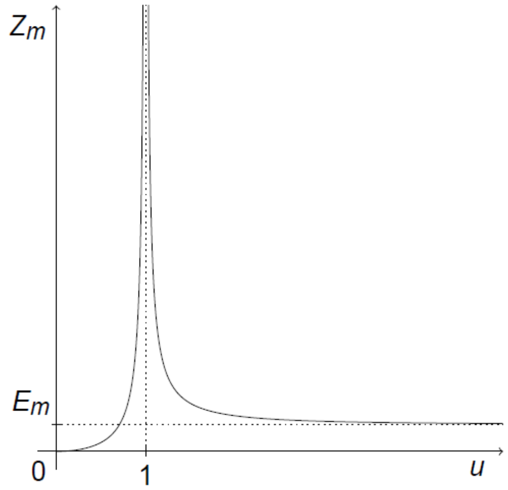

Figure 2 - Représentation graphique de $Z_m(u)$

Q10. Il faut distinguer trois zones sur cette courbe : zone I (u << 1), zone II (*u tend vers 1*) et zone III (u >> 1)
Comment appelle-t-on le phénomène mis en évidence pour *u = 1* ?
À quelle partie de la courbe correspond la zone de fonctionnement du sismographe ?
Citer un exemple de la vie courante correspondant à la zone restante de cette courbe.

EXERCICE 2 : Transfert d'un astéroïde de la ceinture d'astéroïdes vers Mars	*[Centrale PC 2024]*

Des données utiles à la résolution se trouvent en fin d'exercice.

Pour constituer une atmosphère martienne suffisante, on imagine récupérer la masse nécessaire depuis la ceinture d'astéroïdes. Il s'agit d'une région du Système solaire, distante (en moyenne) de r_{ast} du Soleil, située entre les orbites de Mars et de Jupiter. Elle contient des astéroïdes dont la taille varie du grain de poussière au planétoïde de quelques centaines de kilomètres de diamètre. Sa masse totale est estimée à 3×10^{21} kg.

On envisage d'amener un astéroïde de la ceinture depuis son orbite circulaire de rayon r_{ast} jusqu'à l'orbite martienne, ces deux orbites étant coplanaires. On considère pour la suite l'astéroïde Patientia, de masse $m_p = 1 \times 10^{19}$ kg, que l'on assimilera à un point matériel M. On imagine le faire passer par une demi-ellipse de transfert, dite de Hohmann, dont le périhélie P (point au plus près du Soleil) se trouve sur l'orbite martienne et l'aphélie A (point le plus éloigné) sur la ceinture d'astéroïdes.

Q 35. Réaliser un schéma légendé précisant les orbites et la demi-ellipse de transfert en jeu. Les points A et P seront indiqués, ainsi que le centre S du Soleil.

Q 36. Rappeler et justifier les deux lois de conservation usuelles dans le cadre de l'étude mécanique d'un point matériel en mouvement dans un champ de force centrale conservatif.

Q 37. Déterminer une expression de l'énergie mécanique E_{m1} que possède l'astéroïde Patientia, relativement au référentiel héliocentrique d'étude galiléen, lorsqu'il est en orbite circulaire au niveau de la ceinture.

On s'intéresse à présent à la trajectoire de Hohmann. Il s'agit ici de trouver une expression de l'énergie mécanique E_m de l'astéroïde Patientia en mouvement sur la demi-ellipse correspondante. Le point M sur cette trajectoire est repéré par ses coordonnées polaires d'origine au centre S du Soleil.

Q 38. Expliciter le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ du point M et son vecteur moment cinétique $\overrightarrow{L}$ par rapport au centre S en coordonnées polaires. Exprimer ensuite le moment cinétique en fonction de la constante des aires notée C.

Q 39. Mettre E_m sous la forme $E_m = \frac{1}{2}m_p\dot{r}^2 + E_{\text{eff}}(r)$ et donner l'expression de $E_{\text{eff}}(r)$.

Q 40. En utilisant le résultat de la question précédente, obtenir la relation donnant l'énergie mécanique E_m de l'astéroïde Patientia sur la trajectoire de Hohmann en fonction de son demi-grand axe a, ainsi que de G, m_p et m_s.

Le passage de l'astéroïde de l'orbite de la ceinture à la trajectoire de Hohmann s'effectue en lui appliquant une brusque variation Δv de la valeur de sa vitesse.

Q 41. Indiquer, avec justification, si ce passage correspond à une diminution ou à une augmentation de l'énergie mécanique de l'astéroïde.

Q 42. Exprimer Δv en fonction des différentes données de l'énoncé. En faire une application numérique.

Données et formulaire

Caractéristiques de la planète Mars :

Rayon moyen de l'orbite martienne autour du Soleil	r_m	$2{,}28 \times 10^8$ km

Caractéristiques du Soleil :

Rayon moyen du Soleil	R_s	$6{,}96 \times 10^5$ km
Masse du Soleil	m_s	$1{,}99 \times 10^{30}$ kg

Ceinture d'astéroïdes :

Rayon moyen de la ceinture d'astéroïdes	r_{ast}	$4{,}6 \times 10^8$ km

Autres données utiles :

Constante de gravitation universelle	G	$6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3·kg^{-1}·s^{-2}

EXERCICE 3 : Dispositif de charge d'une cellule électrochimique *[CCINP PC 2024 - Modélisation]*

On se propose de mesurer la charge maximale d'une cellule lithium ion NMC 811 lors d'une charge complète.

La charge comporte deux phases comme le montre la **figure 11** :

- la première phase, rapide, s'effectue à courant I constant et égal à 2,8 A jusqu'à ce que la tension aux bornes de la cellule atteigne 3,7 V ;
- la seconde phase, plus lente, à tension U constante et égale à 3,7 V.

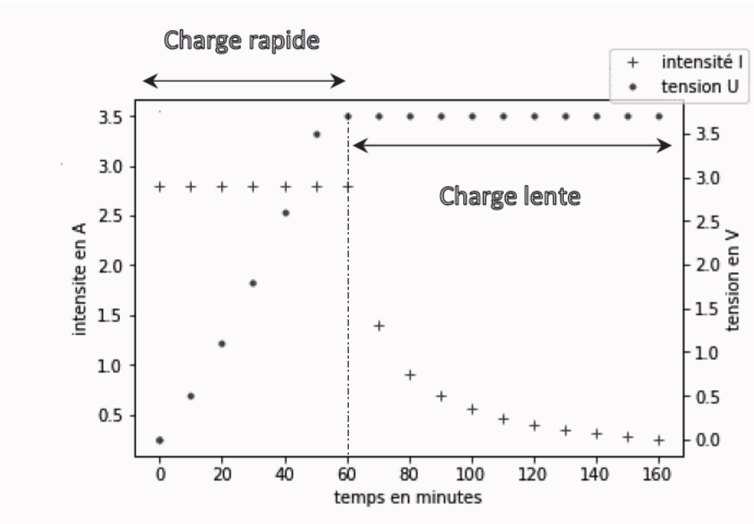

Figure 11 - Evolution de l'intensité et de la tension de la cellule au cours du temps

Dispositif de charge

Pour réaliser cette charge, on place la cellule dans le dispositif suivant composé de deux générateurs de tension délivrant les tensions V_1 et V_2, des résistances et de deux ALI (Amplificateurs Linéaires Intégrés) comme l'illustre la **figure 12**.

Les ALI sont supposés idéaux et fonctionner en régime linéaire.

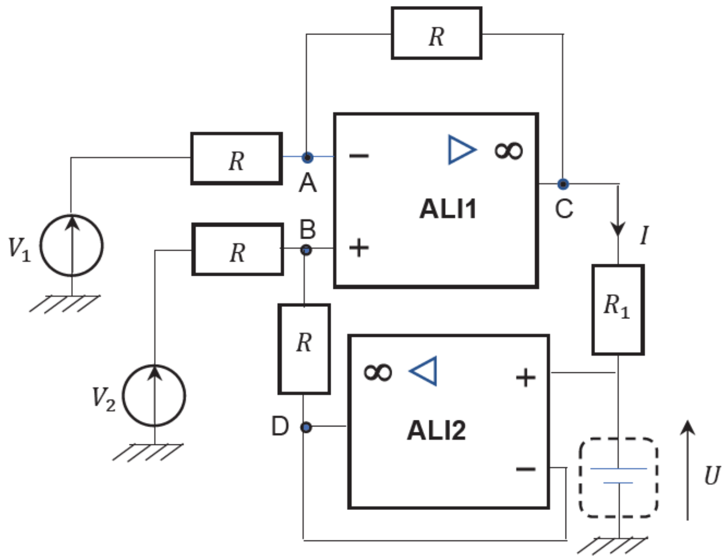

Figure 12 - Dispositif de charge

Préambule :

Ce préambule (qui n'était pas présent dans le sujet original) a pour but de revoir des propriétés de base sur les ALI idéaux en régime linéaire. Il prépare les réponses aux questions suivantes. Durant tout ce préambule, on s'intéresse uniquement à l'ALI 1 et à ses connexions avec le reste du circuit.

1. **ALI idéal :** Une des hypothèses du modèle de l'ALI idéal consiste à considérer que l'impédance d'entrée de l'ALI est infinie. Quelle est la conséquence sur les valeurs des courants d'entrée de l'ALI 1 ?
   Pour rappel, le courant d'entrée inverseur est le courant circulant dans la (toute petite) branche entre le point A et l'entrée inverseuse de l'ALI (borne − de l'ALI). Le courant d'entrée non inverseur est le courant circulant entre B et l'entrée non inverseuse (borne +).
2. **ALI idéal en régime linéaire :**
   (a) Identifier la connexion électrique de l'ALI 1 qui est un indice de probable fonctionnement en régime linéaire de l'ALI.
   (b) Donner la relation existant entre les potentiels aux points A et B, V_A et V_B, du fait du fonctionnement linéaire de l'ALI idéal.

51. A l'aide d'une loi des nœuds au point A, exprimer le potentiel V_A au nœud A en fonction de la tension V_1 et du potentiel V_C au point C.

On note U la tension aux bornes de la cellule.

Q52. Montrer que le potentiel au point D est égal à U.

Q53. En déduire l'expression du potentiel V_B au point B en fonction de U et de V_2.

Q54. Exprimer le potentiel V_C au point C en fonction de U, I et de R_1. En déduire la relation entre l'intensité I, la résistance R_1 et les tensions V_1 et V_2. À quelle condition l'intensité I est-elle constante ?

Pour réaliser la seconde phase, un microcontrôleur non représenté sur le schéma fait varier les tensions V_1 et V_2 de manière à maintenir la tension U constante.