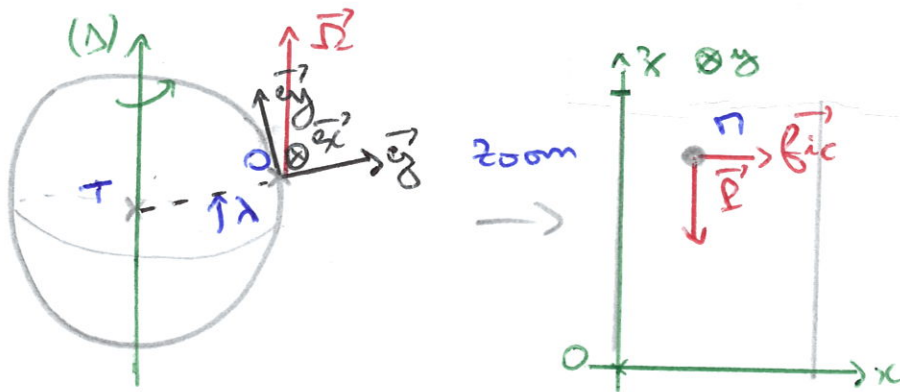


DÉVIATION VERS L'EST PAR LA MÉTHODE DES PERTURBATIONS



- Référentiel R géocentrique galiléen
- Référentiel R' terrestre, en rotation uniforme autour de l'axe des pôles, fixe dans R
- Repère cartésien associé à R' : $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
- Système: $\{ \text{Bille } m \}$ de masse m

1) a) Principe fondamental de la dynamique ^(PFD) dans R' , sans Coriolis:

$$m \vec{a}'(m)_{R'} = \vec{P} = -mg \vec{e}_z \quad (\text{chute libre})$$

si on néglige le frottement de l'air.

En projection:
$$\begin{cases} m \ddot{x} = 0 \\ m \ddot{y} = 0 \\ m \ddot{z} = -mg \end{cases}$$

Après intégrations, en supposant le lâcher depuis $(x=0, y=0, z=0)$:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + 0 \end{cases} \quad (A)$$

b) On en déduit, qu'à l'ordre 0: $\vec{v} = \dot{z} \vec{e}_z = -gt \vec{e}_z$.

La force d'inertie de Coriolis sera maximale quand $\|\vec{v}\|$ sera maximale, soit à l'instant t_f de l'impact. On détermine t_f avec (A):

$$g(t_f) = 0 = R - \frac{1}{2} g t_f^2 \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$\text{D'où: } \|\vec{v}\|_{\max} = g t_f \\ = \sqrt{2Rg}$$

• En utilisant le schéma de gauche:

$$\vec{\Omega}' = \Omega (\cos(\lambda) \vec{e}_y + \sin(\lambda) \vec{e}_z) \quad \text{avec } \Omega = \frac{2\pi}{T_{\text{rot}}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s.}$$

$$\text{Donc: } \vec{a}_c = 2 \vec{\Omega}' \wedge \vec{v}(t)/_{R'} \\ = 2 \Omega \dot{g} \cos(\lambda) \vec{e}_x \cdot (B) \Rightarrow \|\vec{a}_c\|_{\max} = 2 \Omega \cos(\lambda) \sqrt{2Rg} \\ \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$$

$$\text{• Ainsi, en ordg: } \frac{\|\vec{f}_{ic}\|}{\|\vec{P}\|} \sim \frac{\|\vec{a}_c\|}{g} \sim 5 \cdot 10^{-4} \ll 1$$

Cela valide le traitement perturbatif du problème: la force d'inertie de Coriolis modifie faiblement le vecteur vitesse.

$$2) a) \text{ En reprenant (B): } \vec{f}_{ic} = -m \vec{a}_c \\ = +2m \Omega \cos(\lambda) g t \vec{e}_x$$

Cette force est selon $+\vec{e}_x$: déviation vers l'Est!

b) PFD dans R' , avec Coriolis:

$$m \vec{a}(t)/_{R'} = \vec{P} + \vec{f}_{ic}$$

$$\text{En projection: } \begin{cases} m \ddot{x} = 2 \Omega \cos(\lambda) g t & (c) \\ m \ddot{y} = 0 \\ m \ddot{z} = -m g \end{cases}$$

On a toujours l'instant d'impact t_f lorsque $z = 0$:

$$t_f = \sqrt{\frac{2R}{g}}. \quad \text{On intègre (c) deux fois:}$$

$$x = \frac{\Omega}{3} \cos(\lambda) g t^3.$$

$$\text{À } t = t_f: x = \frac{\Omega}{3} \cos(\lambda) g \left(\frac{2R}{g}\right)^{3/2}. \quad \text{A.N: } x = 27 \text{ mm}$$

Ce résultat est conforme avec l'expérience: $f = 28 \text{ mm}$!

3) Si $\lambda < 0$, on a néanmoins toujours $\omega(t) > 0$: $\vec{f}_{ic}$ est selon $+\vec{e}_x$. Dans l'hémisphère Sud, la déviation se fait aussi vers l'Est.