

Corrigé : modélisation de l'effet Doppler

1. A l'instant t_k , l'émetteur émet un signal qui est reçu à l'instant t'_k par le récepteur. Donc, l'onde a parcouru la distance d_k durant l'intervalle de temps $t'_k - t_k$: $d_k = c(t'_k - t_k)$.
De même, $d_{k+1} = c(t'_{k+1} - t_{k+1})$.
On en déduit en soustrayant les deux expressions précédentes :

$$c \left(t'_{k+1} - t'_k - \underbrace{(t_{k+1} - t_k)}_{=T_e} \right) = d_{k+1} - d_k$$

Or, $d_{k+1} - d_k$ est la distance parcourue par le récepteur entre les instants t'_k et t'_{k+1} à la vitesse v : $d_{k+1} - d_k = v(t'_{k+1} - t'_k)$. Ainsi :

$$t'_{k+1} - t'_k = \frac{T_e}{1 - \frac{v}{c}}$$

2. Comme $t'_{k+1} - t'_k$ est une constante indépendante de k , on en déduit que la réception est périodique de période $T_r = t'_{k+1} - t'_k$. Ainsi :

$$f_r = \frac{1}{T_r} = f_e \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

Remarque : On retrouve les caractéristiques usuelles de l'effet Doppler : la fréquence perçue est plus faible que la fréquence émise si le récepteur s'éloigne de l'émetteur et est plus grande si le récepteur se rapproche de l'émetteur. La différence entre les fréquences émise et perçue devient importante si $|v|$ se rapproche de c .