

# Interféromètre à division d'amplitude : interféromètre de Michelson

## Sommaire

<b>I Description de l'interféromètre de Michelson</b>	<b>2</b>
<b>II Configuration en lame d'air avec un éclairage monochromatique : franges d'égale inclinaison</b>	<b>3</b>
II.1 Equivalence à une lame d'air . . . . .	3
II.2 Localisation des franges . . . . .	5
II.3 Ordre d'interférences . . . . .	6
II.4 Analyse de la figure d'interférences . . . . .	7
<b>III Configuration en coin d'air avec un éclairage monochromatique : franges d'égale épaisseur</b>	<b>10</b>
III.1 Equivalence à un coin d'air . . . . .	10
III.2 Localisation des franges . . . . .	11
III.3 Ordre d'interférences . . . . .	11
III.4 Analyse de la figure d'interférences . . . . .	12
III.5 Translation des franges d'égale épaisseur . . . . .	14
<b>IV Eclairage polychromatique</b>	<b>16</b>
IV.1 Cas d'un doublet spectral . . . . .	16
IV.2 Observations en lumière blanche . . . . .	17
<b>Exercices</b>	<b>19</b>

## Questions de cours

- Interféromètre de Michelson : présentation, notion d'interféromètre à division d'amplitude. Configuration lame d'air : construction du schéma équivalent. Conditions d'éclairage et d'observation de l'interféromètre de Michelson en lame d'air.
- Interféromètre de Michelson en lame d'air : démonstration de l'ordre d'interférences, forme des franges.
- Interféromètre de Michelson en coin d'air : on donne la différence de marche  $\delta = 2e(x)$ , avec  $e(x)$  l'épaisseur du coin d'air. Exprimer  $\delta$  en fonction de l'angle de coin d'air. Conditions d'éclairage et d'observation.
- Interféromètre de Michelson en coin d'air : on donne la différence de marche  $\delta = 2e(x)$ . Analyser la figure d'interférences (forme des franges, interfrange).
- Interféromètre de Michelson en coin d'air : on donne la différence de marche  $\delta = 2e(x)$ . Effet de l'insertion d'une lame à faces parallèles dans l'un des bras du Michelson.
- Interféromètre de Michelson en lame d'air : mesure de l'écart en longueur d'onde d'un doublet spectral.
- Interféromètre de Michelson : observations en lumière blanche.

*Prise de notes* : Inspiré par la conférence de Julien Bobroff (vulgarisateur) : <https://www.youtube.com/watch?v=xDJp8ZMEAzU&t=3365s> (pour la partie utilisée ici : 43:00 à 52:00)

Principe de création d'une onde gravitationnelle (fusion d'objets massifs (trous noirs, étoiles à neutrons...)) : création d'une onde de gravité. Calcul théorique de l'effet sur Terre : amplitude du mouvement  $\sim 10^{-20}$  m... Indétectable !?!?! (Taille d'un atome :  $10^{-10}$  m.)



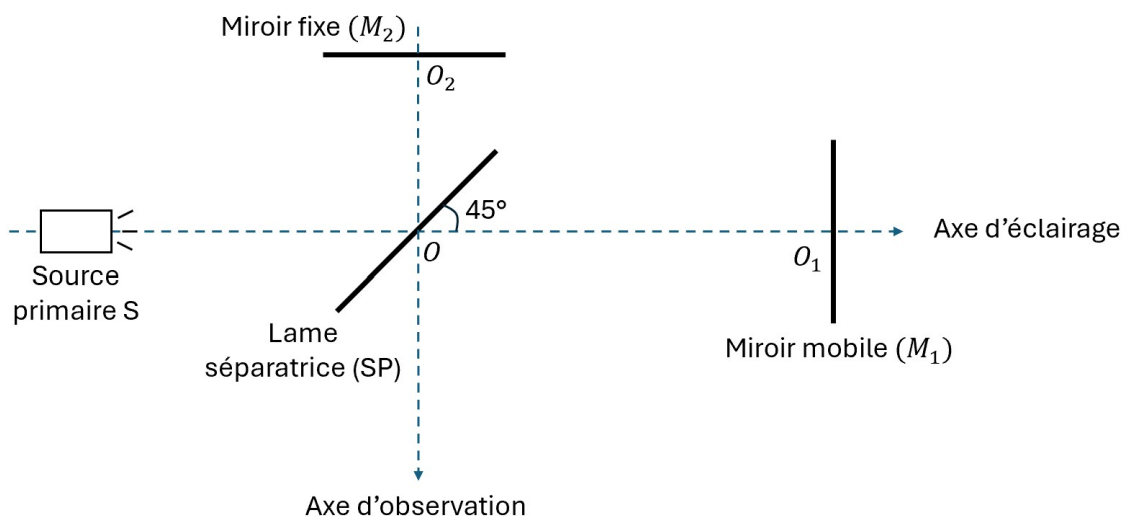
Utilisation d'interféromètres de Michelson : principe très grossier. Ligo (Etats-Unis) ou Virgo (Italie) : les bras de l'interféromètre ont une longueur de 3 km. Tout doit être hyppeeeer stabilisé : aucun mouvement des miroirs parasite, stabilité extrême de la longueur d'onde du laser... Détection en septembre 2015 de la 1ère onde gravitationnelle. A retenir : l'interféromètre de Michelson est un outil très pratique de mesure très fine (utilisé en métrologie).

Ce chapitre a trois objectifs principaux :

1. Justifier les conditions d'éclairage et d'observation expérimentale des franges suivant la configuration du Michelson (lame d'air ou coin d'air).
2. Déterminer l'ordre d'interférences dans le cas de la configuration en lame d'air et en déduire les caractéristiques des franges.
3. Décrire quantitativement plusieurs applications de l'interféromètre de Michelson : mesure d'un doublet spectral, mesure d'une épaisseur de lame, de l'indice optique d'un milieu.

## I Description de l'interféromètre de Michelson

Lors de l'étude théorique de l'interféromètre de Michelson, on supposera que la lame séparatrice est infiniment fine. Le schéma de l'interféromètre idéal est alors le suivant (des lentilles pourront être ajoutées) :



L'interféromètre de Michelson idéal est constitué de trois parties : une lame semi-réfléchissante (SP), appelée **lame séparatrice**, supposée d'épaisseur nulle, et de deux **miroirs plans** (M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>). Les angles formés par la séparatrice et les miroirs sont voisins de 45°. La source primaire est placée sur l'axe d'éclairage, les systèmes d'observation (œil, écran, détecteur) sont placés sur l'axe d'observation.

Une lame semi-réfléchissante transmet 50% de l'intensité lumineuse incidente et en réfléchit 50%.

La lumière provenant de la source atteint (SP) qui divise le faisceau incident en un faisceau transmis se dirigeant vers le miroir (M<sub>1</sub>), et un faisceau réfléchi se dirigeant vers le miroir (M<sub>2</sub>).

Après réflexion sur (M1) et (M2), les deux faisceaux séparés se recouvrent et donnent lieu à des interférences : le faisceau réfléchi par (M2) est partiellement transmis par (SP) tandis que celui issu de (M1) s'y réfléchit partiellement.

Pour décrire l'interféromètre, on parle de **deux voies ou deux bras** : ce sont les parties de l'interféromètre qui correspondent aux chemins empruntés par la lumière entre la séparation initiale et la recombinaison finale. La voie 1 ou le 1er bras correspond au rayon ayant subi sa réflexion sur (M1). La voie 2 ou 2nd bras correspond au rayon ayant subi sa réflexion sur (M2).

On peut agir sur les miroirs en les translatant ((M<sub>1</sub>) est mobile) ou en les faisant pivoter autour d'un axe vertical ((M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>) peuvent pivoter). On peut aussi interposer sur le trajet d'un des deux bras un dispositif à étudier.

Répartition de l'intensité dans les différents faisceaux : Soit  $I_0$  l'intensité du faisceau issu de la source primaire. Après la séparatrice, chaque faisceau a une intensité égale à  $I_0/2$ . Après réflexion sur chaque miroir, puis réflexion ou transmission par la séparatrice, chaque faisceau émergeant a pour intensité  $I_0/4$ .

On parle ici d'**interféromètre à division d'amplitude**. En effet, les deux ondes qui interfèrent proviennent initialement du même front d'onde, dont l'amplitude a été répartie entre les deux voies. On n'a pas prélevé les deux ondes en des points différents du front d'onde.

**Remarque :** Rôle de la lame compensatrice (cf. TP8) : Expérimentalement, la lame séparatrice a forcément une épaisseur non nulle. Cela induit un chemin optique supplémentaire pour les rayons lumineux traversant cette lame en verre. Sur le montage réel, on ajoute alors une lame compensatrice, dont le but est d'ajouter un nouveau chemin optique à certains rayons lumineux de sorte que la différence des chemins optiques soit identique à la situation théorique étudiée dans ce cours.

## II Configuration en lame d'air avec un éclairage monochromatique : franges d'égale inclinaison

Dans la configuration "lame d'air" de l'interféromètre de Michelson, les deux miroirs sont orthogonaux entre eux.

### II.1 Equivalence à une lame d'air

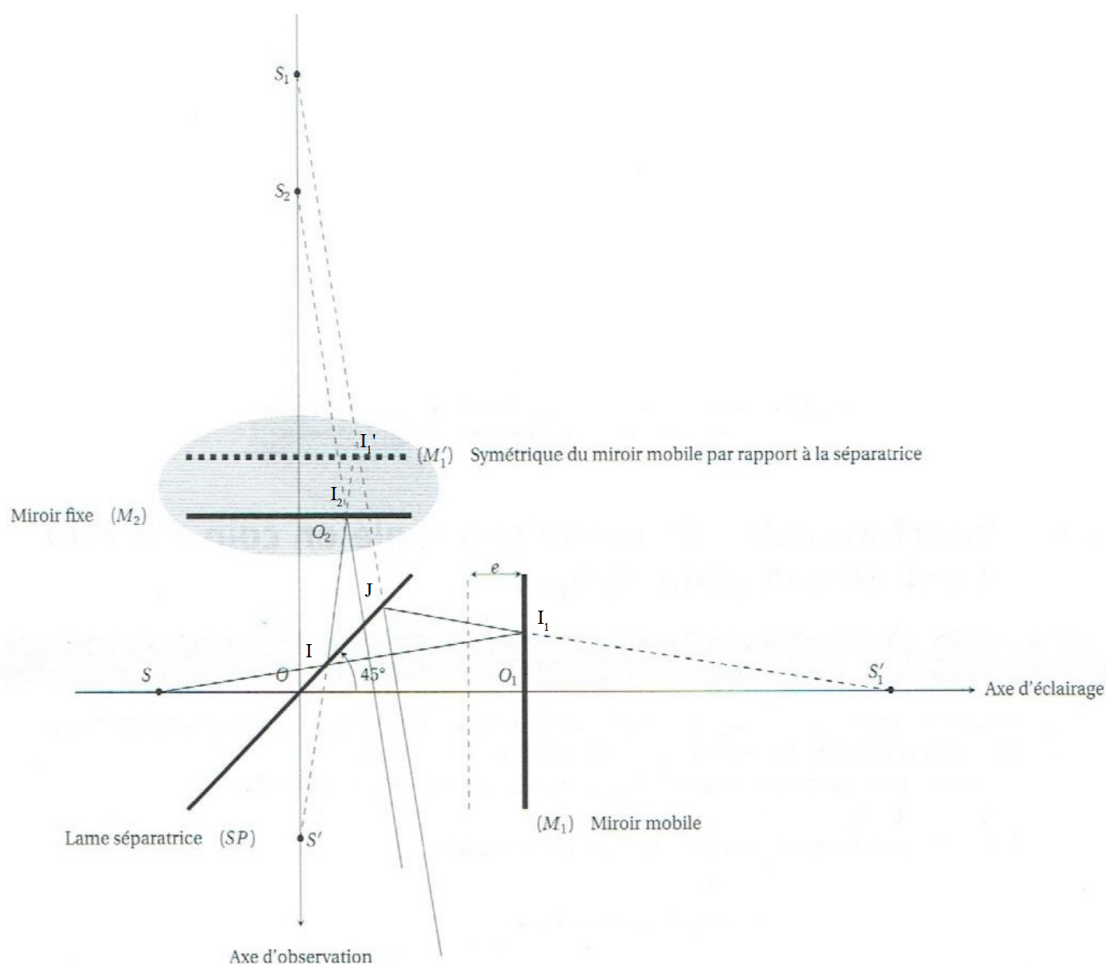
#### a Préambule : image d'un point par un miroir plan

Commençons par rappeler la construction géométrique de l'image d'un point par un miroir plan.

- ★ Schéma.  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport au miroir plan.  
Du point de vue des rayons émergents, tout se passe comme s'ils étaient émis depuis  $A'$  et ignoraient la présence du miroir.

Dans la suite, nous allons utiliser ce principe pour simplifier le trajet géométrique des rayons lumineux, et construire un schéma équivalent plus simple, tout en conservant le même chemin optique pour ces rayons.

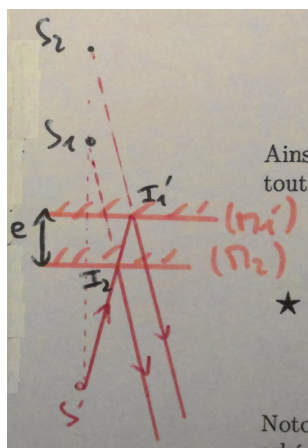
## b Simplification du schéma du Michelson en lame d'air



### ★ Flécher le schéma

- **Rayon (2) :** En I, le rayon (2) est réfléchi par la séparatrice. Tout se passe comme si le rayon émergent était émis depuis S', symétrique de S par rapport à la séparatrice, et ignorait la présence de la séparatrice dans son trajet géométrique.
- **Rayon (1) :** En J, le rayon (1) est réfléchi par la séparatrice. Tout se passe comme si le rayon émergent était émis depuis I<sub>1</sub>', symétrique de I<sub>1</sub> par la séparatrice, et ignorait la présence de la séparatrice dans son trajet géométrique. I<sub>1</sub>' est situé sur (M<sub>1</sub>'), qui est le symétrique du miroir (M<sub>1</sub>) par rapport à la séparatrice. De même, tout se passe comme si le rayon arrivant en I<sub>1</sub> avait été émis depuis S' et ignorait la présence de la séparatrice.

Ainsi, du point de vue des trajets géométriques des rayons lumineux et de leur chemin optique, tout se passe comme si le Michelson en lame d'air était équivalent au montage suivant :



$S'$  est la source primaire équivalente de la configuration lame d'air. La distance entre les deux miroirs ( $M_1'$ ) et ( $M_2$ ), notée  $e$ , est appelée **épaisseur de la lame d'air**. Elle équivaut, par construction, à la distance  $e = OO_1 - OO_2$ .  $S_1$  et  $S_2$  sont les symétriques de  $S'$  par rapport à ( $M_1'$ ) et ( $M_2$ ) : tout se passe comme si les rayons lumineux étaient émis par  $S_1$  et  $S_2$ , et ignoraient la présence des miroirs.

Notons qu'en pratique, dans le cas de la configuration lame d'air, nous raisonnerons soit sur le schéma avec les rayons lumineux issus de  $S'$  et se réfléchissant sur les miroirs ( $M_1'$ ) et ( $M_2$ ), soit sur le schéma avec les rayons lumineux issus de  $S_1$  et  $S_2$ , et ne subissant aucune réflexion. De par la construction de  $S_1$  et  $S_2$ , on considère que les ondes émises par ces deux points sources sont cohérentes entre elles.

**Remarque :** En se rappelant du raisonnement sur les hyperboloïdes, qui représentent les franges d'interférences, on peut déjà connaître la forme des franges en configuration lame d'air. En effet, nous placerons l'écran d'observation dans un plan parallèle à ceux des miroirs ( $M_1'$ ) et ( $M_2$ ) : les sources  $S_1$  et  $S_2$  étant sur un axe orthogonal au plan de l'écran, les franges d'interférences seront des anneaux. Nous allons le vérifier par la suite.

## II.2 Localisation des franges

Eclairage par une source  $S$  ponctuelle monochromatique :

Le dispositif se ramène à deux sources  $S_1$  et  $S_2$  cohérentes entre elles. Dans ce cas, les franges sont non localisées : elles sont visibles sur un écran placé n'importe où dans la zone de recouvrement des vibrations lumineuses.

Eclairage par une source  $S$  étendue monochromatique :

Pour des raisons de luminosité, on est souvent amené à étendre la source. Dans ce cas, chaque point source donne son propre système de franges. Les ondes émises par différents points sources étant incohérentes entre elles, l'intensité totale est la somme des intensités lumineuses de chacun des systèmes de franges. Il y a brouillage des franges.

Dans le cas particulier des interféromètres à division d'amplitude, on admet qu'on peut néanmoins étendre la source tout en gardant un bon contraste. Le prix à payer est qu'il faut observer les interférences sur une surface bien précise, appelée surface de localisation.

Pour l'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue, la surface de localisation est la surface d'intersection des rayons émergents issus initialement du même rayon incident.

★ En configuration lame d'air, en partant d'un même rayon issu de  $S'$ , on se rend compte que les rayons émergents sont parallèles entre eux : ils se croisent donc en l'infini.

La surface de localisation est donc située en l'infini. Ainsi, on pourra étendre la taille de la source primaire sans perdre de contraste **à condition d'observer les interférences à l'infini**.

### Surface de localisation en configuration lame d'air

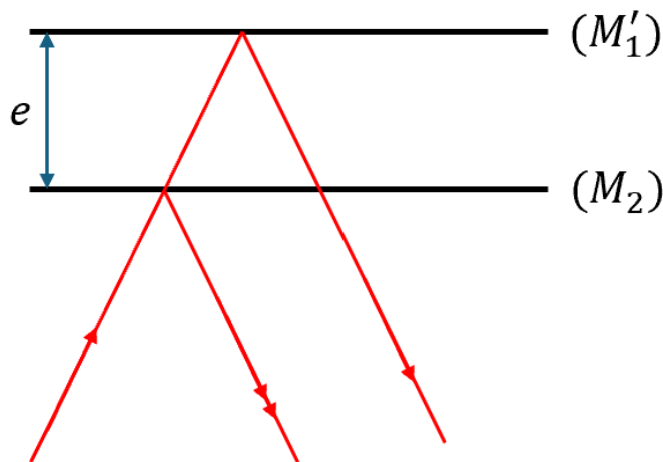
- ★ En configuration lame d'air, la surface de localisation est située à l'infini.  
★ Expérimentalement, nous placerons donc l'écran dans le plan focal image d'une lentille convergente.

## II.3 Ordre d'interférences

On considère l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air, éclairé par une source primaire étendue et monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . On appelle  $n$  l'indice optique du milieu de propagation.

La surface de localisation étant située à l'infini, on étudie les interférences à l'infini et on cherche donc l'ordre d'interférences pour les deux rayons lumineux émergents parallèles entre eux. On peut procéder de deux manières différentes pour obtenir le même résultat.

**Méthode 1 : En utilisant la source primaire  $S'$**



Compléter schéma :  $S'$ ,  $M_\infty$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $K$ ,  $H$ ,  $i$  (angle non orienté),  $n$  (même indice partout)

On choisit de définir la différence de chemins optiques  $\delta(M) = (S'M)_1 - (S'M)_2 = (I_2 I'_1 K M) - (I_2 M)$ . Ici,  $\delta(M) > 0$ .

Le point  $M$  étant à l'infini, on doit utiliser le théorème de Malus. D'après le théorème de Malus et le principe du retour inverse de la lumière,  $K$  et  $H$  sont sur la même surface d'onde relative à  $M$ . Donc :  $(KM) = (HM)$ .

Ainsi :

$$\delta(M) = ((I_2 I'_1) + (I'_1 K) + (KM)) - ((I_2 H) + (HM)) = n(I_2 I'_1 + I'_1 K - I_2 H)$$

★ Géométriquement, on a :

$$I_2 I'_1 = I'_1 K = \frac{e}{\cos(i)}$$

$$I_2 H = I_2 K \sin(i)$$

$$I_2 K = 2e \tan(i)$$

Donc :

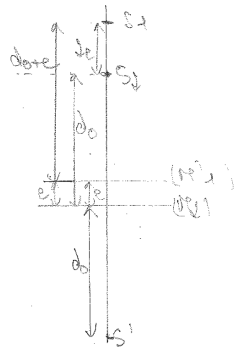
$$\delta(M) = n \left( \frac{2e}{\cos(i)} - 2e \tan(i) \sin(i) \right) = 2ne \frac{1 - \sin^2(i)}{\cos(i)} = 2ne \cos(i)$$

A savoir par coeur ! On vérifie qu'ici  $\delta(M) > 0$ .

On remarque que la différence de marche ne dépend que de l'angle émergent  $i$ , et donc que de la position du point  $M$  sur l'écran, et pas de la position de la source. Cela explique le fait, qu'à l'infini, il n'y a pas brouillage du système d'interférences lorsqu'on étend la source.

## Méthode 2 : En utilisant les sources secondaires $S_1$ et $S_2$

★



Les 2 sources secondaires  
sont distantes de  $2e$ .  
On est ramené au schéma  
suivant :



$$\delta = n S_1 H = 2ne \cos i$$

### Ordre d'interférences :

Connaissant la différence de chemins optiques, on en déduit l'ordre d'interférences :

$$p(M) = \frac{2ne \cos(i)}{\lambda_0}$$

### Intensité lumineuse en un point de l'écran :

Les ondes qui interfèrent en  $M$  sont de même intensité  $\frac{I_0}{4}$ . Ainsi :

$$I(M) = 2 \frac{I_0}{4} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right) \right) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cos(i) \right) \right)$$

## II.4 Analyse de la figure d'interférences

### a Forme des franges

Considérons toujours l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air ( $e$  fixé), éclairé par une source étendue monochromatique, et analysons la figure d'interférences obtenue à l'infini.

Les franges vérifient  $p(M) = \text{cste} \Rightarrow \cos(i) = \text{cste}$ . Nécessairement,  $i \in [0; \pi/2[$ . Donc :  $i = \text{cste}$ .

★

Schéma rapide avec axe optique, angle  $i$  en sortie des miroirs et cercle sur l'écran.  
Les franges sont des cercles concentriques centrées sur la droite  $(S_1 S_2)$ .

#### Franges d'égale inclinaison

Lorsque l'interféromètre de Michelson est réglé en configuration lame d'air et est éclairé par une source étendue monochromatique, les franges sont localisées à l'infini. Les franges vérifient que l'angle d'inclinaison  $i = \text{cste}$  et sont donc appelées **franges d'égale inclinaison**. Sur l'écran, on observe des anneaux brillants et sombres, de même centre.

### b Observation expérimentale

Expérimentalement, on observe les interférences à l'infini en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente ( $L$ ).

★

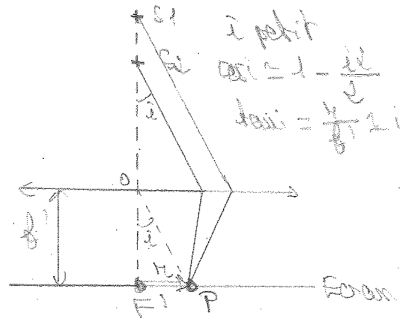
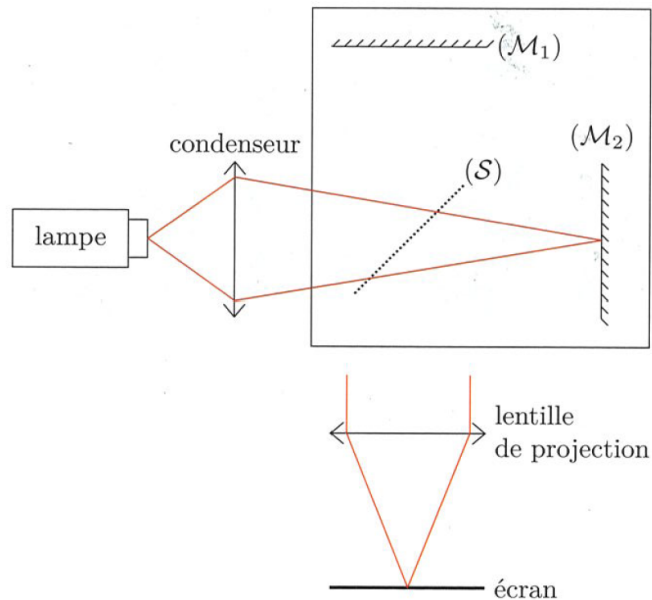


Schéma avec  $\tan(i) = r/f' \simeq i$  car  $i \ll 1$  rad

### Conséquences :

- Les anneaux sont centrés autour du foyer image  $F'$  de la lentille convergente.
- Pour une épaisseur  $e$  de lame d'air fixée, les franges (brillantes ou sombres) vérifient  $i = \text{cste}$ . Ainsi, on augmente le rayon des franges (brillantes ou sombres) sur l'écran en choisissant une lentille de projection de grande distance focale  $f'$ .
- Pour augmenter le champ d'interférences et observer beaucoup d'anneaux sur l'écran, il faut augmenter les angles d'inclinaison  $i$  où l'intensité lumineuse sera non nulle. Expérimentalement, on éclaire alors l'interféromètre de Michelson via un condenseur.

En guise de synthèse sur les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air, voici le schéma de principe du montage :



Voici alors le type de figures d'interférences obtenues sur un écran :



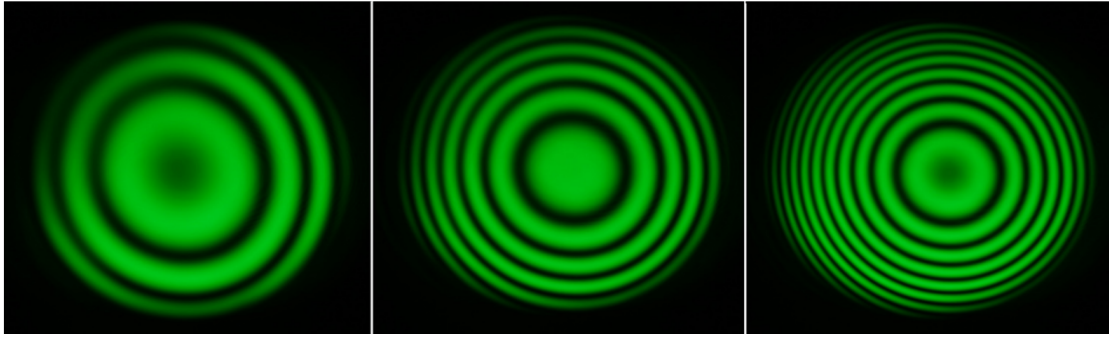


Figure 1: Figures d'interférences pour un éclairage avec une lampe à vapeur de mercure, obtenues en lame d'air pour trois épaisseurs  $e$  différentes. Ici,  $e$  augmente de gauche à droite.

### Observations expérimentales :

- ★ Les rayons ne sont pas équidistants : ils se resserrent lorsqu'on s'éloigne du centre  $F'$  de la figure.
- ★ Le rayon des anneaux dépend de l'épaisseur  $e$  de la lame d'air. Si  $e$  diminue, moins d'anneaux sont visibles et leur rayon "semble" plus grand.
- ★ Pour  $e = 0$ ,  $p(M) = 0$  partout sur l'écran. L'intensité lumineuse est uniforme, on parle de teinte plate. La configuration  $e = 0$  s'appelle le **contact optique**.
- ★ Pour  $e \neq 0$ ,  $p(F')$  est a priori non nul : il n'y a pas nécessairement un anneau brillant au centre de l'écran.

On peut aller plus loin et préciser le sens de déplacement des anneaux lorsque  $e$  diminue et qu'on se rapproche du contact optique. En effet, pour une frange d'ordre d'interférences fixé,  $p = \text{cste} = \frac{2ne \cos(i)}{\lambda_0}$ . Lorsque  $e$  diminue,  $\cos(i)$  augmente, ce qui implique que  $i$  diminue : les anneaux semblent rentrer vers le centre de la figure.

### Se rapprocher expérimentalement du contact optique

Lors de la configuration lame d'air, se rapprocher du contact optique revient expérimentalement à translater le miroir ( $M_1$ ) dans le sens faisant rentrer les anneaux vers le centre de la figure.

### c Ordres d'interférences des anneaux brillants observables

- ★ On observera un anneau brillant si l'ordre d'interférences  $p(M) = k$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ .

On cherche à obtenir l'ordre de grandeur des ordres d'interférences  $p_k$  des anneaux brillants visibles sur l'écran.

Au centre de la figure, c'est-à-dire si  $M = F'$ , on a  $i = 0$ . Donc :  $p(F') = p_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$ .

$p_0$  est a priori quelconque (il n'y a aucune raison pour que ce soit un entier relatif dans le cas général), mais c'est l'ordre d'interférences maximal visible sur l'écran. En effet,  $\cos(i)$  diminue quand  $i$  augmente. On pose alors

$$p_0 = p_1 + \varepsilon$$

avec  $p_1$  un entier relatif et  $0 \leq \varepsilon < 1$  l'excédent fractionnaire.

- ★  $p_1$  est l'ordre d'interférences du 1er anneau brillant visible sur l'écran.

**Application numérique :** Pour  $e = 2 \text{ mm}$ ,  $\lambda_0 = 589.3 \text{ nm}$  (longueur d'onde centrale du doublet du sodium) et  $n = 1.0003$  l'indice optique de l'air, on trouve :  $p_0 = 6789.8$ . Donc, le 1er anneau brillant aura pour ordre d'interférences  $p_1 = 6789$ . Le second anneau brillant aura pour ordre d'interférences  $p_2 = 6788$ , etc.

On est alors en mesure de déterminer le rayon  $r_k$  du  $k$ -ième anneau brillant sur l'écran.

**Exercice :** On se place (comme toujours) dans les conditions de Gauss, ce qui implique que  $i \ll 1$ . En réalisant un développement limité de la différence de chemins optiques, exprimer le rayon  $r_k$  du  $k$ -ième anneau brillant visible en fonction de  $p_k$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $\lambda_0$  et  $f'$ .

★  $\cos(i) = 1 - \frac{i^2}{2}$ , donc  $\delta(M) = 2ne \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ . On relit ceci au rayon  $r$  d'une frange via  $\tan(i) = \frac{r}{f'} \simeq i$ . Donc :

$$p_k = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right) \Rightarrow r_k = f' \sqrt{2 - \frac{\lambda_0}{ne} p_k}$$

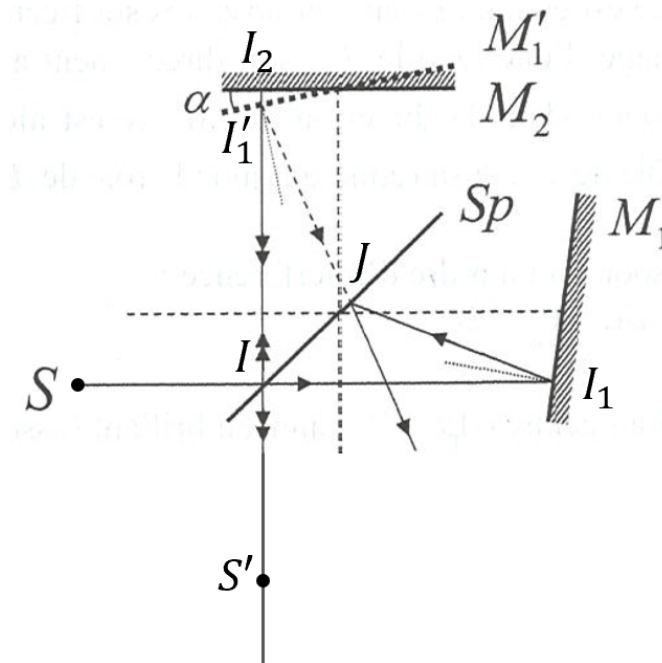
**Remarque :** De manière générale, le  $k$ -ième anneau brillant aura pour ordre d'interférences  $p_k = p_1 - k + 1$ . Ainsi, on en déduit que le rayon du  $k$ -ième anneau brillant est :  $r_k = f' \sqrt{2 - \frac{\lambda_0}{ne} (p_1 - k + 1)}$ .

### III Configuration en coin d'air avec un éclairage monochromatique : franges d'égale épaisseur

Dans la configuration "coin d'air", les deux miroirs ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) sont proches du contact optique ( $e \simeq 0$ ) mais ne sont plus parfaitement orthogonaux entre eux.

#### III.1 Equivalence à un coin d'air

Dans le schéma ci-après, on a fait le choix de se placer au contact optique ( $e = 0$ ), puis d'incliner le miroir ( $M_1$ ).



En vue de simplifier le schéma des rayons lumineux, on raisonne de la même manière qu'en configuration lame d'air.

- **Rayon 2 :** En  $I$ , le rayon (2) est réfléchi par la séparatrice. Tout se passe comme si le rayon émergent de la séparatrice était émis depuis  $S'$ , symétrique de  $S$  par rapport à la séparatrice, et ignorait la présence de la séparatrice.
- **Rayon 1 :** En  $J$ , le rayon (1) est réfléchi par la séparatrice. Tout se passe comme si le rayon émergent était émis depuis  $I'_1$ , symétrique de  $I_1$  par la séparatrice, et ignorait la présence de la séparatrice dans son trajet géométrique.  $I'_1$  est situé sur ( $M'_1$ ), qui est le symétrique du miroir ( $M_1$ ) par rapport à la séparatrice. De même, tout se passe comme si le rayon arrivant en  $I'_1$  avait été émis depuis  $S'$  et ignorait la présence de la séparatrice.

Ainsi, du point de vue des trajets géométriques des rayons lumineux et de leur chemin optique, tout se passe comme si le Michelson en coin d'air était équivalent au montage suivant :

★ Schéma coin d'air, avec  $S'$ ,  $I'_1$ ,  $I_2$ ,  $\alpha$  (orienté de  $(M_2)$  vers  $(M'_1)$ ),  $S_1$  et  $S_2$ .

$S'$  est la source primaire équivalente de la configuration coin d'air. L'angle  $\alpha$  entre les deux miroirs  $(M'_1)$  et  $(M_2)$  est appelé **angle du coin d'air** : il est toujours très petit devant 1 pour des raisons expérimentales (cf. ci-après) :  $|\alpha| \ll 1$  rad. Le segment d'intersection de  $(M'_1)$  et  $(M_2)$  (imaginer la situation à 3D) est appelé **arête du coin d'air**.

On peut également définir les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ , symétriques de  $S'$  par rapport à  $(M'_1)$  et  $(M_2)$  : tout se passe comme si les rayons émergents de l'interféromètre étaient émis par  $S_1$  et  $S_2$  et ignoraient la présence des miroirs. De par la construction de  $S_1$  et  $S_2$ , les ondes émises par ces points sources secondaires sont cohérentes entre elles.

**Remarque :** A nouveau, en se rappelant du raisonnement sur les hyperboloïdes, nous pouvons d'ores-et-déjà connaître la forme des franges d'interférences. En effet, nous placerons un écran dans un plan parallèle à ceux des miroirs  $(M'_1)$  ou  $(M_2)$ . Ainsi, la droite  $(S_1S_2)$  sera quasiment parallèle au plan de l'écran. On se retrouve dans une situation semblable à celles des trous d'Young : les franges d'interférences seront rectilignes sur l'écran.

Notons enfin qu'en pratique, dans la configuration coin d'air, nous ne raisonnerons que sur le schéma équivalent avec les rayons lumineux issus de  $S'$  et se réfléchissant sur  $(M'_1)$  et  $(M_2)$ .

## III.2 Localisation des franges

Eclairage par une source  $S$  ponctuelle monochromatique :

Les interférences sont non localisées : elles sont visibles sur un écran placé n'importe où dans la zone de recouvrement des vibrations lumineuses.

Eclairage par une source  $S$  étendue monochromatique :

Les interférences sont localisées. Dans les interféromètres à division d'amplitude, la surface de localisation est la surface d'intersection des rayons émergents issus initialement du même rayon incident.

En configuration coin d'air, en partant d'un même rayon issu de  $S'$  en incidence normale sur  $(M_2)$ , les rayons émergents se croisent sur  $(M'_1)$ . Dans ce cas, la surface de localisation est le plan du miroir  $(M'_1)$ .

Dans le cas général (incidence non parfaitement normale à l'un des miroirs), la surface de localisation est située à proximité des plans des miroirs  $(M'_1)$  et  $(M_2)$ .

Ainsi, on pourra étendre la taille de la source primaire sans perdre de contraste **à condition d'observer les interférences sur un plan proche des miroirs**.

### Surface de localisation en configuration coin d'air

★ En configuration coin d'air, la surface de localisation est située à proximité des plans des miroirs  $(M'_1)$  et  $(M_2)$ . Expérimentalement, nous ferons l'image des miroirs sur un écran, à l'aide d'une lentille convergente.

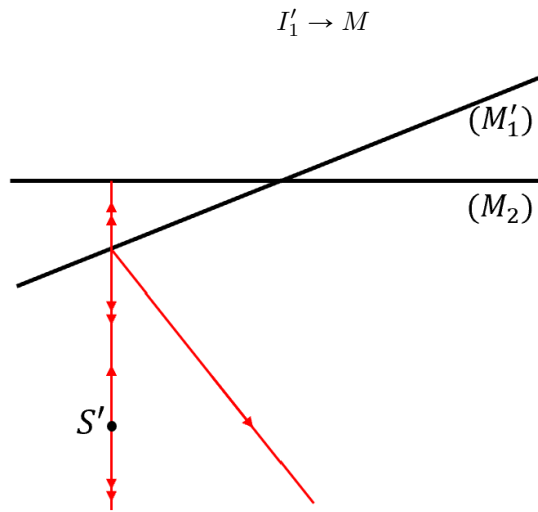
On dit alors que l'écran est conjugué aux miroirs.

## III.3 Ordre d'interférences

On considère l'interféromètre de Michelson en configuration coin d'air, éclairé par une source primaire étendue et monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . On appelle  $n$  l'indice optique du milieu de propagation.

On se contente, dans cette sous-partie, d'étudier le cas d'une incidence normale sur  $(M_2)$ . Dans ce cas, la surface de localisation est située sur le miroir  $(M'_1)$ . On conjugue donc  $(M'_1)$  avec l'écran, par le biais d'une lentille convergente  $(\mathcal{L}_2)$ .

- ★ On étudie la différence de chemins optiques sur l'écran au point  $M$ , qui est l'image de  $I'_1$  par  $(\mathcal{L}_2)$  : (schéma synoptique en ajoutant  $(\mathcal{L}_2)$ )



Ajouter :  $\alpha, n, x, O_2, I'_1, I_2, e(x) \leq 0$  (flèche unique partant de  $(M_2)$  et allant vers  $(M'_1)$ ) et flécher  $M$

On définit l'axe  $(O_2x)$  en prenant comme origine l'arête du coin d'air. On pose alors  $e(x)$  l'épaisseur algébrique du coin d'air en  $x$ .

Exprimons la différence de chemins optiques  $\delta(M) = (S'M)_1 - (S'M)_2$ . Ici,  $\delta(M) \leq 0$ .

- ★ On a :

$$\delta(M) = (S'I'_1) + (I'_1M)_1 - ((S'I'_1) - 2ne(x) + (I'_1M)_2)$$

$M$  étant l'image de  $I'_1$ , la condition de stigmatisme donne :  $(I'_1M)_1 = (I'_1M)_2$ . Donc :

$$\delta(M) = 2ne(x) = 2n \tan(\alpha)x \simeq 2n\alpha x$$

On vérifie qu'ici  $\delta(M) \leq 0$ . (Je conseille de savoir cette expression par coeur.)

### Ordre d'interférences :

Connaissant la différence de chemins optiques, l'ordre d'interférences est :

$$p(M) = \frac{2n\alpha x}{\lambda_0}$$

## III.4 Analyse de la figure d'interférences

### a Forme des franges

Analysons la figure d'interférences produite par l'interféromètre de Michelson en coin d'air ( $\alpha$  constant) pour une source étendue monochromatique.

Les franges vérifient  $p(M) = \text{cste} \Rightarrow e(x) = \text{cste} \Rightarrow x = \text{cste}$ .

- ★ Les franges sont rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

#### Franges d'égale épaisseur

Lorsque l'interféromètre de Michelson est réglé en configuration coin d'air et est éclairé par une source étendue monochromatique, les interférences sont localisées au voisinage des miroirs. Les franges vérifient que l'épaisseur du coin d'air  $e(x) = \text{cste}$  et sont donc appelées

**franges d'égale épaisseur.** Sur un écran conjugué aux plans des miroirs, on observe des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

## b Condition d'éclairage

Précédemment, nous avons établi l'ordre d'interférences en considérant le cas simple d'une incidence normale sur le miroir ( $M_2$ ). Que se passerait-il si l'incidence n'était pas normale ?

La différence de chemins optiques en  $x$  (et donc en  $M$ ) changerait (on montre qu'elle serait alors de  $\delta(M) \simeq 2n\alpha \cos(\theta)x$  avec  $\theta$  l'angle d'incidence). Cela ne pose pas de problème en soit pour observer des interférences. En revanche, un souci apparaît si, au même point  $I_2$  d'abscisse  $x$ , plusieurs rayons incidents arrivent avec des angles d'incidence  $\theta$  différents. Chaque rayon incident donnerait alors un système de franges rectilignes avec un interfrange différent : la figure d'interférences résultante serait alors brouillée.

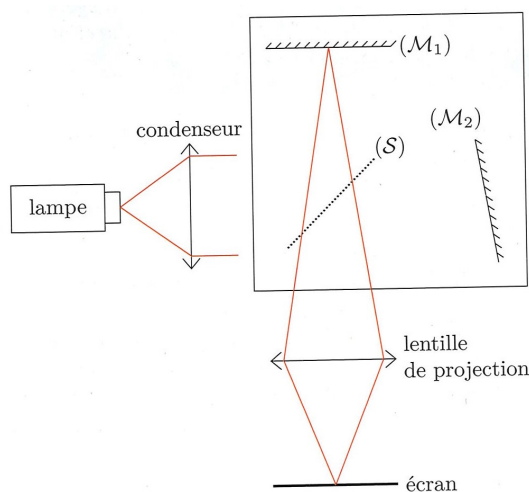
### Condition d'éclairage en coin d'air



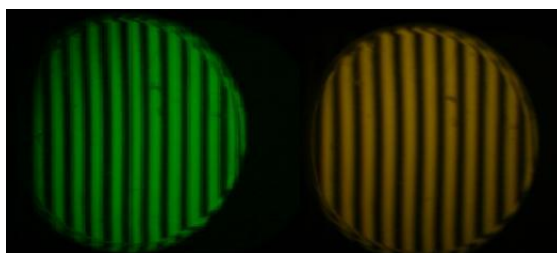
En configuration coin d'air, pour éviter le brouillage des franges, il faut éclairer les miroirs avec un seul angle d'incidence : **il faut créer un faisceau incident parallèle.** Expérimentalement, on placera donc la source primaire étendue dans le plan focal objet d'une lentille convergente ( $\mathcal{L}_1$ ).

En pratique, on fera en sorte que l'angle d'incidence choisi soit proche de 0 : on conservera donc l'expression de la différence de chemins optiques :  $\delta(x) = 2n\alpha x$ .

En guise de synthèse sur les conditions d'éclairage et d'observation en coin d'air, voici le schéma de principe du montage :



On obtient alors des figures d'interférences semblables à :



## c Interfrange

Interfrange dans le plan des miroirs :

En utilisant l'ordre d'interférences  $p(x) = \frac{2n\alpha x}{\lambda_0}$  :

★ 
$$\Delta p(\text{position } I_2 \text{ sur le miroir}) = 1 = \frac{2n\alpha i_{\text{miroir}}}{\lambda_0} \Rightarrow i_{\text{miroir}} = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

Plus  $\alpha$  est grand, plus l'interfrange est faible.

### Interfrange sur l'écran :

L'interfrange précédent n'est pas celui mesuré sur l'écran. En effet, le plan des miroirs et l'écran sont conjugués par la ★ Schéma définissant  $x$  et  $x'$   
 ! lentille ( $\mathcal{L}_2$ ), ce qui induit un certain grandissement  $\gamma$  de l'image par rapport à l'objet.

### Rappels : Relations de conjugaison et de grandissement de Descartes :

★

De plus, **pour une lentille convergente**,  $\gamma < 0$ .

L'interfrange sur l'écran est :

★ 
$$i_{\text{écran}} = \frac{|\gamma| \lambda_0}{2n\alpha} = |\gamma| i_{\text{miroir}}$$

Expérimentalement, pour faciliter l'observation des franges d'égale épaisseur sur l'écran, on aura donc intérêt à choisir  $|\gamma|$  grand.

**Ordre de grandeur :** On cherche à estimer un ordre de grandeur de l'angle de coin d'air  $\alpha$ . Pour distinguer des franges sur l'écran, on souhaite que  $i_{\text{écran}} > 1 \text{ mm}$ . En considérant que  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$  et qu'on a pris une lentille telle que  $|\gamma| > 10$ , alors :  $\alpha < 3 \times 10^{-3} \text{ rad}$ , ce qui est très faible !

**Remarque :** Ordre d'interférences sur l'écran : L'ordre d'interférences sur l'écran en  $M$  est le même que celui sur le miroir en  $I_2$  :  $p(x') = p(x) = \frac{2n\alpha x}{\lambda_0}$ . Or, du fait du grandissement :  $x' = \gamma x$ . Donc,

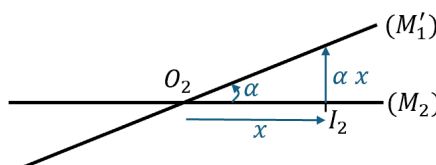
$$p(x') = \frac{2n\alpha x'}{\gamma \lambda_0}$$

## III.5 Translation des franges d'égale épaisseur

### a Translation du miroir mobile

#### Configuration initiale :

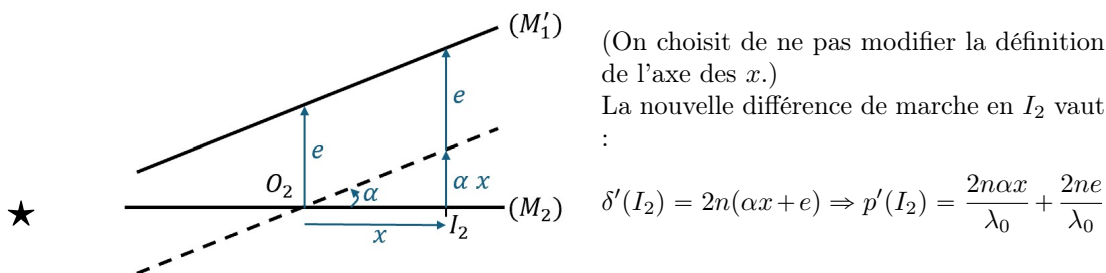
On part du contact optique et on incline ( $M_1$ ) d'un angle  $\alpha$ .



$$\begin{aligned} \delta(I_2) &= \delta(x) = 2n\alpha x \\ \Rightarrow p(I_2) &= p(x) = \frac{2n\alpha x}{\lambda_0} \\ \Rightarrow i_{\text{miroir}} &= \frac{\lambda_0}{2n\alpha} \end{aligned}$$

Frange d'ordre 0 en  $x = 0$

#### Translation de ( $M'_1$ ) d'une distance $e$ :



L'interfrange  $i_{\text{miroir}} = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$  est inchangé. La frange centrale, d'ordre 0, se trouve désormais à l'abscisse  $x_0$  telle que :

$$\frac{2n\alpha x_0}{\lambda_0} + \frac{2ne}{\lambda_0} = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{e}{\alpha}$$

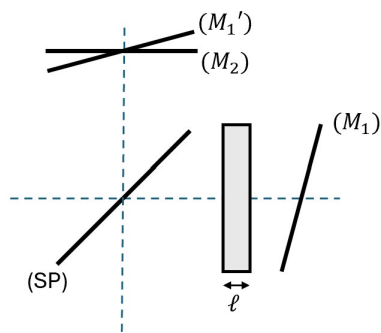
La translation du miroir ( $M_1$ ) a provoqué une translation en bloc du système de franges.

**Remarque :** La différence de chemins optiques en  $x = 0$  est  $\delta(x = 0) = 2ne$  et l'ordre d'interférences est donc  $p(x = 0) = \frac{2ne}{\lambda_0}$ . Il en va de même au niveau du centre  $x' = 0$  de l'écran.

**Remarque :** Strictement, la configuration  $e \neq 0$  s'appelle toujours une configuration coin d'air. Mais d'un point de vue pragmatique, si un exercice vous parle de configuration coin d'air sans rien préciser, vous faites comme si vous étiez dans la configuration où  $e = 0$ . On vous le précisera explicitement si  $e \neq 0$ .

## b Insertion d'une lame à faces parallèles

On part à nouveau de la configuration initiale du contact optique à partir de laquelle on fait pivoter le miroir ( $M_1$ ) d'un angle  $\alpha$ . On place sur le bras 1 une lame à faces parallèles d'épaisseur  $\ell$  et d'indice optique  $n_0$ .



Le trajet 1 a été rallongé de :  $2(n_0\ell - n\ell) = 2\ell(n_0 - n)$ .

La nouvelle différence de marche en  $I_2$  vaut donc

$$\star \quad \delta_{\text{avec lame}}(I_2) = (S'M)_1 - (S'M)_2 = (S'M)_{1, \text{ sans lame}} + 2\ell(n_0 - n) - (S'M)_2$$

, soit

$$\delta_{\text{avec lame}}(I_2) = \delta_{\text{sans lame}}(I_2) + 2\ell(n_0 - n) = 2n\alpha x + 2\ell(n_0 - n)$$

Ainsi,

$$p(I_2) = \frac{2n\alpha x}{\lambda_0} + \frac{2\ell(n_0 - n)}{\lambda_0}$$

$\star$  Par rapport au cas sans lame, l'interfrange est inchangé et vaut  $i_{\text{miroir}} = \frac{\lambda}{2n\alpha}$ . La frange centrale se trouve désormais en  $x_0$  tel que

$$\frac{2n\alpha x_0}{\lambda_0} + \frac{2\ell(n_0 - n)}{\lambda_0} = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{(n_0 - n)\ell}{n\alpha}$$

Le système de franges a subi une translation en bloc.

Sur l'écran, les franges ont été translatées de  $-\frac{\gamma(n_0 - n)\ell}{n\alpha}$ .

On procédera de manière similaire pour déterminer avec précision l'épaisseur  $\ell$  de la lame con-

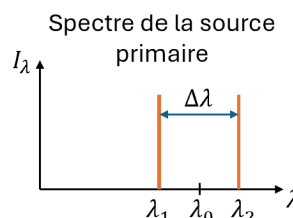
naissant son indice  $n_0$  ou son indice  $n_0$  connaissant  $\ell$ .

## IV Eclairage polychromatique

Dans toute la suite, on considère qu'on travaille dans l'air assimilable à du vide du point de vue optique :  $n = 1$ .

### IV.1 Cas d'un doublet spectral

On éclaire l'interféromètre de Michelson par une source  $S$  contenant un doublet spectral (c'est le cas de la lampe à vapeur de sodium par exemple) : on a alors, par définition d'un doublet spectral :  $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ .



On s'intéresse à l'intensité lumineuse au centre  $E$  de l'écran.

#### Qualitativement :

- ★ Les ondes émises à des longueurs d'onde différentes étant incohérentes entre elles, l'intensité lumineuse en  $E$  est la somme des intensités lumineuses pour chacune des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Or, les ordres d'interférences  $p_1(E)$  et  $p_2(E)$  seront a priori différents. Il pourra donc y avoir des positions du miroir mobile dans lesquelles une frange brillante liée à  $\lambda_1$  coïncide avec une frange sombre liée à  $\lambda_2$  : on parle alors d'anti-coïncidence et il y a brouillage des franges.

#### Quantitativement :

- ★ Configuration lame d'air :  $\delta(M) = 2e \cos(i)$ . Au centre de l'écran :  $\delta(F') = 2e$   
 Configuration coin d'air : Sur le miroir :  $\delta(I_2) = 2\alpha x + 2e$  avec  $e$  la distance de laquelle a été translaté ( $M_1$ ) depuis le contact optique.  
 Au centre du miroir, et donc au centre de l'écran :  $\delta = 2e$ .  
 La translation du miroir fait donc varier la différence de chemins optiques au centre  $E$  de l'écran de manière identique dans les deux configurations :  $\delta(E) = 2e$ .

**Exercice :** Exprimer la condition sur  $p_1(E)$  et  $p_2(E)$  telle qu'il y ait brouillage de la figure d'interférences en  $E$ . En déduire les valeurs  $e_k$  de la translation à effectuer sur le miroir mobile depuis le contact optique pour observer ce brouillage en  $E$ .

$$p_1(E) - p_2(E) = k + \frac{1}{2} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

★ Donc :

$$\frac{2e}{\lambda_1} - \frac{2e}{\lambda_2} = \frac{2e\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = k + \frac{1}{2} \Rightarrow e_k = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda}k + \frac{\lambda_0^2}{4\Delta\lambda}$$

On vérifie la cohérence : plus  $\Delta\lambda$  est petit, plus la source est cohérente, plus les zones de brouillage sont distantes.

**Résultats expérimentaux :** Nous mesurerons en TP qu'il faut translaté ( $M_1$ ) de  $\Delta e = 0.29$  mm pour passer d'un brouillage de la figure à un autre brouillage. Une méthode spectroscopique donne également la longueur d'onde centrale du sodium :  $\lambda_0 = 589.3$  nm. On en déduit :

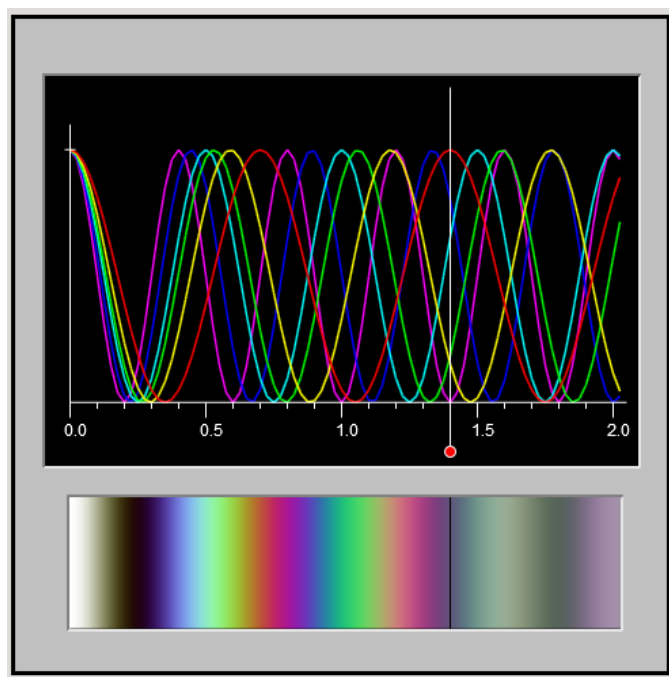
- ★  $\Delta\lambda = 0.60$  nm



## IV.2 Observations en lumière blanche

A nouveau, les ondes émises à différentes longueurs d'onde ne sont pas cohérentes entre elles : l'intensité résultante est la somme des intensités lumineuses créées par chaque longueur d'onde. Or, chaque longueur d'onde donne un système de franges décalé par rapport aux autres longueurs d'onde : la figure se brouille.

Pour illustrer le paragraphe qui suit, rappelons le graphe des intensités lumineuses pour différentes longueurs d'onde en fonction de la position  $x$  de  $M$ , dans le cas des trous d'Young éclairés en lumière blanche :



Dans le cas de la lumière blanche, il faut se rappeler que :

- si  $\delta(M) = 0$ , alors  $p(M) = 0$  pour toutes les longueurs d'onde. On observe alors une teinte blanche ayant le même spectre que la source. On parle de **teinte plate**.
- si  $\delta \neq 0$  mais petit (il faut en fait avoir  $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} \leq \frac{\ell_c}{\lambda} \sim 2$ ), alors, il y aura certaines longueurs d'onde d'une certaine couleur qui donneront une intensité maximale en  $M$  et d'autres d'une autre couleur qui auront une intensité minimale. On observe une teinte colorée en  $M$  : on parle de **teinte de Newton**.
- si  $\delta(M)$  augmente encore, alors au sein des longueurs d'onde rouge, certaines donneront une intensité maximale en  $M$ , d'autres une intensité minimale. Il en va de même pour toutes les couleurs. Au global, la tache résultante est blanche : on parle de **blanc d'ordre supérieur**. Mais le spectre en  $M$  n'est plus identique à la source primaire, vu qu'il manque certaines longueurs d'onde, on parle de **spectre cannelé**. Dans ce spectre, les raies sombres sont appelées des **cannelures**.

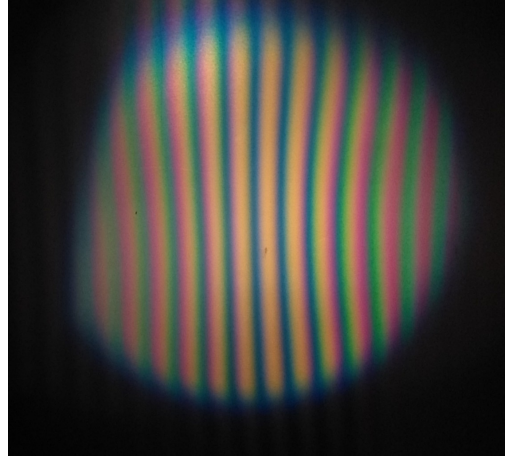
### Lame d'air :

- Au contact optique  $e = 0$ , on a  $p = 0$  partout sur l'écran et ceci pour toutes les longueurs d'onde. On observe la teinte plate blanche.
- ★ Quand on translate très légèrement le miroir mobile, on observe les teintes de Newton. En pratique, la zone visible sur l'écran ne permet que de voir une seule couleur.
- Quand on translate plus fortement le miroir mobile, on observe le blanc d'ordre supérieur sur tout l'écran.

### Coin d'air :

On ne peut observer des interférences que si  $\delta$  est proche de 0. On se place donc exactement à

$e = 0$  (contact optique) et on fait pivoter le miroir ( $M_1$ ).



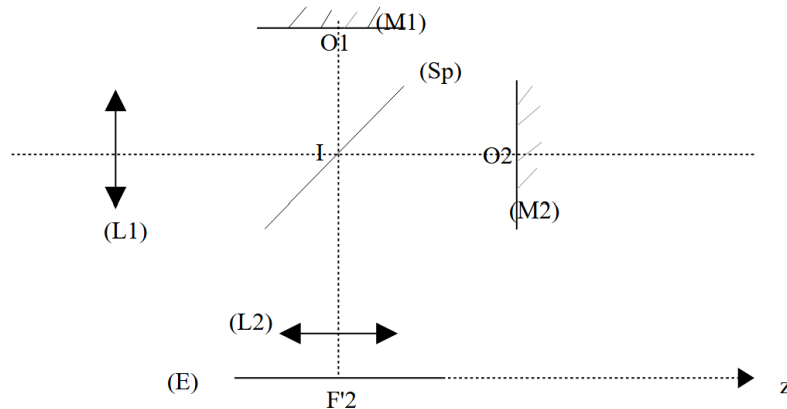
Commenter l'image :



- $\delta = 0$  (centre de l'écran) : teinte blanche
- teintes de Newton
- (non visible ici) : blanc d'ordre supérieur.

## Exercices

### Ex. 1 Michelson en lame d'air : détermination des rayons des anneaux et de l'épaisseur d'une lame à faces parallèles



Un interféromètre de Michelson est constitué de deux miroirs M1 et M2 orthogonaux et d'une lame semi-argentée appelée séparatrice (Sp), dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5. La séparatrice est inclinée de  $45^\circ$  par rapport aux normales à M1 et M2. Le dispositif est plongé dans l'air dont l'indice de réfraction est considéré égal à 1. La source S, étendue et monochromatique ( $\lambda = 0.5500 \mu\text{m}$ ) est placée devant la lentille convergente L1 qui sert de condenseur (son rôle est d'augmenter les angles d'incidence sur les miroirs).

Un rayon émis par S traverse L1, est séparé par Sp en deux faisceaux de mêmes intensités et d'axes orthogonaux, l'un réfléchi vers M1 et l'autre transmis vers M2. Ces deux faisceaux après réflexions reviennent vers la séparatrice qui les oriente vers la lentille L2. L2 est une lentille mince convergente de distance focale image  $f'_2 = 0.5 \text{ m}$ .

Le miroir M1 est fixe et M2, placé sur un chariot mobile, peut être déplacé parallèlement à lui-même à l'aide d'une vis micrométrique. On place le miroir M2 de sorte à être au contact optique, puis on le translate vers la droite d'une distance  $d = 5.600 \text{ mm}$ .

1. Où doit-on placer l'écran ? Justifier.
2. Réaliser le schéma équivalent de l'interféromètre en lame d'air. Démontrer alors l'expression de la différence de chemins optiques  $\delta$  pour deux ondes d'angle d'incidence  $i$  sur les miroirs.
3. Déterminer la loi d'évolution de  $I(z)$ , l'intensité lumineuse en fonction de  $z$ . Prendre  $I_{\text{max}}$  comme valeur maximale de cette intensité. On considère que l'origine de l'axe des  $z$  est en  $F'_2$ .
4. Calculer les rayons des trois premiers anneaux sombres observés sur E et du 4<sup>ème</sup> anneau brillant.
5. On diminue  $d$ . Comment évoluent les anneaux sur l'écran ? Calculer la valeur de  $d'$ , distance de  $M_2$  par rapport au contact optique, pour laquelle le quatrième anneau brillant précédent disparaît.

Dans la suite, on reprendra la distance  $d = 5.600 \text{ mm}$  séparant M2 du contact optique. On place alors, dans le bras 1, une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur  $e$  inconnue et d'indice optique  $n = 1.52$ , parallèlement au miroir M1. Un détecteur placé en  $F'_2$  mesure alors un défilement de 36 franges au moment de l'introduction de cette lame de verre.

6. Dans quel sens se sont déplacées les anneaux lors de l'ajout de la lame ? Déterminer  $e$ . Lui associer une incertitude.

---

### Correction de l'exercice 1

1. On doit placer l'écran dans le plan focal image de L2, de sorte à observer les interférences au niveau de la surface de localisation située à l'infini en lame d'air. Sinon, comme la source S est étendue spatialement, la figure d'interférences serait brouillée.
2. Cours, je donne directement le résultat :  $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = 2d \cos(i) > 0$  avec  $i$  l'angle d'inclinaison des rayons lumineux émergents.

3. On souhaite alors relier  $i$  à  $z$  sur l'écran. On a :  $\tan(i) = \frac{z}{f'_2}$ . Dans les conditions de Gauss,  $i \ll 1$ , donc :

$$\tan(i) \simeq i = \frac{z}{f'_2} \quad \text{et} \quad \delta(M) = 2d \left( 1 - \frac{i^2}{2} \right) = 2d \left( 1 - \frac{z^2}{2f'^2_2} \right)$$

On en déduit l'intensité lumineuse (ondes cohérentes) via la formule de Fresnel :

$$I(z) = \frac{I_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2d \left( 1 - \frac{z^2}{2f'^2_2} \right) \right) \right)$$

4. On utilise l'ordre d'interférences en  $z$  :

$$p(z) = \frac{2d}{\lambda} \left( 1 - \frac{z^2}{2f'^2_2} \right)$$

Un anneau sombre a pour rayon  $z$  si  $p(z)$  est demi-entier. On a alors

$$z = f'_2 \sqrt{2 \left( 1 - \frac{\lambda}{2d} p(z) \right)}$$



L'anneau sombre vérifiant  $p = 0.5$  n'est pas l'anneau sombre avec le plus petit rayon  $z...$  Dans l'interféromètre de Michelson loin du contact optique, les ordres d'interférences visibles sont très grands devant 1.

Le plus simple est de calculer l'ordre d'interférences maximal visible sur l'écran. Il est atteint pour  $z = 0$  :

$p(z = 0) = \frac{2d}{\lambda} = 20\,363.6$ . Donc, le premier anneau sombre vérifie  $p_1 = 20\,363.5 \Rightarrow z_1 = 1.8 \text{ mm}$ . Second anneau sombre :  $p_2 = 20\,362.5 \Rightarrow z_2 = 5.3 \text{ mm}$ . Troisième anneau sombre :  $z_3 = 7.2 \text{ mm}$ . 4ième anneau brillant :  $p = 20\,360 \Rightarrow z = 9.4 \text{ mm}$ .

5. Les anneaux semblent rentrer vers leur centre  $F'_2$ . De moins en moins d'anneaux sont alors visibles, avec des rayons plus grands en moyenne.

Le 4ième anneau brillant, d'ordre d'interférences  $p = 20\,360$ , se rapproche du centre et disparaît lorsque cet ordre d'interférences est atteint pour  $z = 0$ , soit pour

$$p = \frac{2d'}{\lambda} \Rightarrow d' = \frac{p\lambda}{2} = 5.599 \text{ mm}$$

Il suffit de translater M2 de  $1 \mu\text{m}$  pour faire disparaître ce 4ième anneau brillant !

6. Le chemin optique 1 a été allongé de  $2ne - 2e = 2(n - 1)e$ .

La nouvelle différence de chemins optiques est donc :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = 2d \cos(i) - 2(n - 1)e$$



Le piège est le signe devant le terme  $(n - 1)e$  : ici, on a défini préalablement  $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$ , donc on respecte ce qu'on a défini.

L'ajout de la lame a fait diminué les ordres d'interférences visibles sur l'écran, donc les anneaux sont rentrés vers le centre de l'écran.

Le détecteur est placé en  $z = 0$ , i.e. en  $i = 0$ . En  $z = 0$ , l'ordre d'interférences avant introduction de la lame vaut  $p = \frac{2d}{\lambda}$ , et vaut après introduction de la lame  $p = \frac{2d}{\lambda} - \frac{2(n - 1)e}{\lambda}$ . Donc, l'ordre d'interférences a varié de

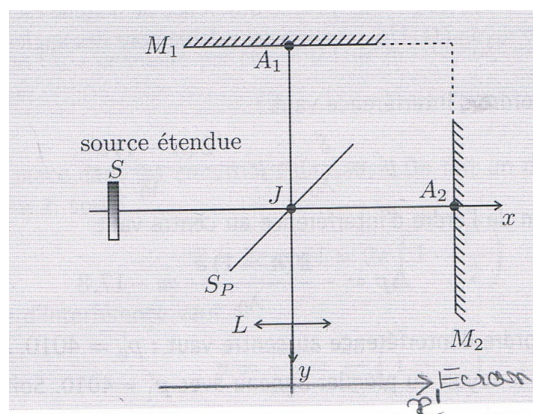
$$\Delta p = 36 = \frac{2(n - 1)e}{\lambda} \Rightarrow e = \frac{\lambda \Delta p}{2(n - 1)} = 19.0 \mu\text{m}$$

En pratique, on ne connaît la valeur de  $\Delta p$  qu'avec une plage d'incertitudes de  $\pm 1$ . En passant en incertitude-type :  $u(\Delta p) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Donc :  $u(e) = \frac{\lambda}{2(n - 1)} u(\Delta p) = 0.3 \mu\text{m}$ .

Ainsi :  $e = 19.0 \pm 0.3 \mu\text{m}$ . La mesure est très fine !

## Ex. 2 Détermination d'un indice optique moyen en coin d'air

Un interféromètre de Michelson est constitué d'une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice Sp dont les facteurs de transmission et de réflexion valent  $1/2$ , et de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  perpendiculaires l'un à l'autre. Les distances  $JA_1$  et  $JA_2$  sont égales. La lame Sp est inclinée de  $45^\circ$  par rapport aux normales à  $M_1$  et  $M_2$ . La longueur d'onde de la source vaut dans le vide  $\lambda_0 = 546.1 \text{ nm}$ . L'indice de l'air vaut 1.



En partant de cette configuration, on fait tourner le miroir  $M_2$  d'un angle positif  $\alpha = 1$  minute d'arc autour d'un axe perpendiculaire au plan  $(JA_1A_2)$  et passant par  $A_2$ . On définit le sens de rotation positif comme le sens trigonométrique. On rappelle que  $1' = (1/60)^\circ$ .

1. Comment positionner un écran pour observer les interférences sur celui-ci ?
2. On rappelle que, dans la configuration choisie, la différence de marche est  $\delta = 2e$  avec  $e$  l'épaisseur du coin d'air. Caractériser le système de franges visibles sur l'écran et déterminer l'interfrange sur l'écran sachant que le grandissement de la lentille est  $-4$ . Les miroirs étant circulaires de diamètre 2 cm, déterminer le nombre de franges brillantes visibles sur les miroirs.
3. On translate le miroir  $M_2$  d'une distance  $d$  dans le sens des  $x > 0$ . Déterminer l'ordre d'interférence en un point d'abscisse  $x'$  de l'écran (l'origine des  $x'$  étant le point d'intersection de l'écran et  $(A_1J)$ ). De quelle distance et dans quel sens se sont déplacées les franges sur l'écran ?
4. On éclaire désormais le coin d'air en lumière blanche avec  $d = 0$ . On observe au centre de l'écran une frange blanche, entourée de deux franges noires, puis un ensemble de franges colorées. Interpréter.
5. On place sur le bras  $JA_1$  et parallèlement au miroir  $M_1$  une lame d'épaisseur  $e' = 100 \mu\text{m}$  et d'indice  $n$ . On observe alors une tache semblant uniformément blanche sur l'écran. On translate  $M_2$  d'une distance  $d = 0.05 \text{ mm}$  et on retrouve au centre de l'écran la frange blanche, entourée des franges noires et colorées. Déterminer numériquement l'indice moyen  $n$  de la lame.

## Correction de l'exercice 2

1. La source étant étendue, on doit observer les interférences sur la surface de localisation. En configuration coin d'air, la surface de localisation est située au voisinage des miroirs. On conjugue donc l'écran avec les miroirs, via la lentille ( $L$ ).
2. Définissons un axe  $(A_1x'')$ , d'origine  $A_1$ . La différence de marche est alors (faire un schéma pour ne pas se tromper sur les signes) :  $\delta = (SM)_1 - (SM)_2 = 2e(x'') = 2\alpha x''$  car  $\alpha \ll 1$ . Donc, ordre d'interférences :  $p(x'') = \frac{2\alpha x''}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x'}{\gamma \lambda_0}$  en notant le grandissement  $\gamma = -4$ .

On en déduit :

- Franges rectilignes d'équation  $x' = \text{cste}$ .
- Interfrange sur l'écran :  $i_{\text{écran}} = \frac{|\gamma| \lambda_0}{2\alpha} = 3.8 \text{ mm}$  (**Attention à l'A.N. :  $\tan(\alpha) \simeq \alpha$  n'est vrai que si l'angle est en radians !!**)
- Interfrange sur les miroirs :  $i_{\text{miroirs}} = 9.4 \times 10^{-4} \text{ m}$ . Or,  $\frac{d_{\text{miroir}}}{i_{\text{miroir}}} = 21.3$ . Donc, 21 franges brillantes visibles.

**Remarque :** Le nombre de franges visibles est ici forcément impair, car une frange brillante se trouve au centre (et symétrie).

3. Ordre d'interférences :  $\delta = (SM)_1 - (SM)_2 = \frac{2\alpha x'}{\gamma} - 2d \Rightarrow p(x') = \frac{2\alpha x'}{\gamma \lambda_0} - \frac{2d}{\lambda_0}$ .

On raisonne sur la frange d'ordre 0 :  $p(x') = 0 \Rightarrow x'_0 = \frac{\gamma d}{\alpha} < 0$ . Les franges se sont décalées vers les  $x'$ . (C'est ici que le schéma précédent est indispensable !!)

4. Cours : Ondes non cohérentes à différents  $\lambda$  : additivité de  $I$ .
  - Frange centrale blanche :  $p = 0$  : toutes les  $\lambda$  interfèrent constructivement.
  - La position menant à  $p = \pm \frac{1}{2}$  est quasiment confondue pour toutes les  $\lambda$  : franges noires autour de la frange brillante.

- Puis certaines longueurs d'onde donnent une intensité max, d'autres min : teintes de Newton (colorées)
5. Après ajout de la lame et translation de  $(M_2)$ ,  $\delta(x' = 0) = 2(n - 1)e' - 2d$ . On souhaite obtenir la frange centrale en  $x' = 0$ , donc  $\delta(x' = 0) = 0$ . Ainsi :

$$(n - 1)e' = d \Rightarrow n = 1 + \frac{d}{e'} = 1.5$$

Cohérent avec l'indice du verre. Attention, il s'agit ici d'un indice moyen car on observe en lumière blanche.

**Remarque :** En raisonnant sur le schéma, l'ajout de la lame revient à augmenter le chemin 1 : il faut donc translater  $(M_2)$  vers les  $x$  croissants pour retrouver la frange centrale au centre de l'écran.

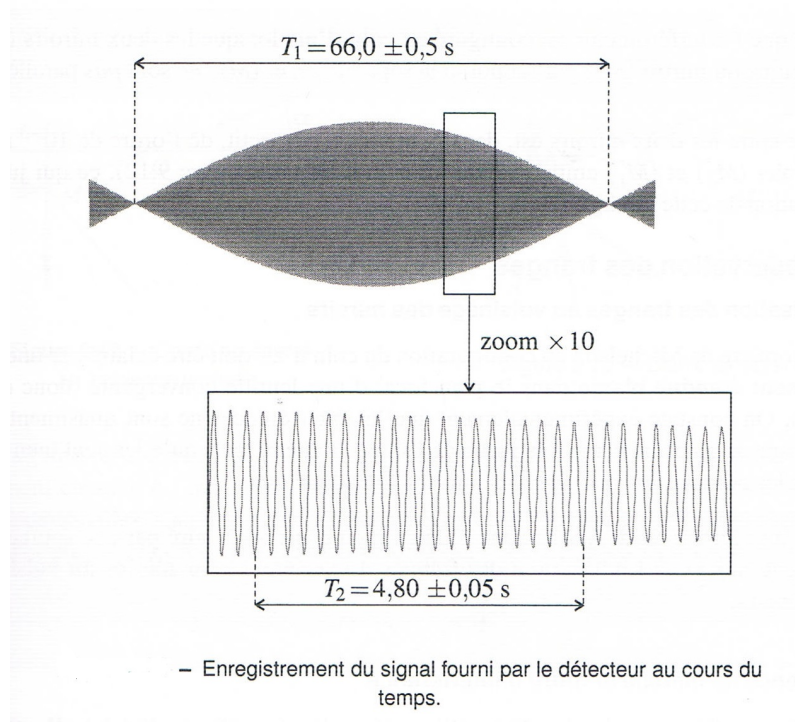
### Ex. 3 Détermination de l'écart spectral du doublet du mercure

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air. A l'aide d'un moteur, on translate le miroir mobile à la vitesse  $V$ . Un détecteur, placé au foyer image d'une lentille convergente, permet d'obtenir une tension  $u(t)$  proportionnelle à l'intensité lumineuse  $I$  qu'il reçoit. À chaque maximum de  $u(t)$ , un anneau brillant apparaît (ou disparaît) au centre de la figure d'interférences.

1. Pour étalonner le moteur, on éclaire l'interféromètre avec un laser HeNe, qui peut être considéré comme une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$ . On enregistre la tension  $u(t)$  qui est alors quasiment sinusoïdale et on mesure la durée de 20 oscillations :  $T_0 = 5.25 \pm 0.05 \text{ s}$ . En déduire la vitesse  $V$  de translation du moteur.

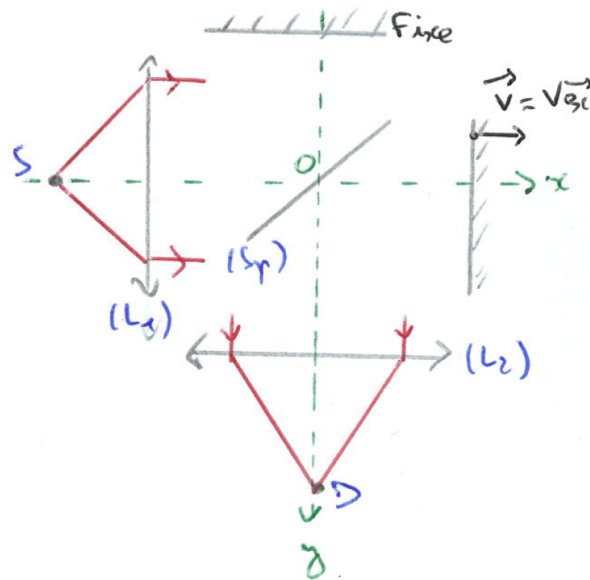
On éclaire maintenant l'interféromètre par une lampe à vapeur de mercure basse pression, dont on isole le doublet jaune à l'aide d'un filtre interférentiel. On utilise le moteur pour déplacer le miroir mobile en translation à la vitesse  $V$ , d'une position  $x_i < x_{-1}$  à une position  $x_f > x_{+1}$  où  $x_{-1}$  et  $x_{+1}$  sont les deux positions les plus proches du contact optique donnant un brouillage.

L'enregistrement du signal du capteur en fonction du temps a l'allure montrée sur la figure ci-dessous : le signal a des oscillations très rapides dont l'amplitude est variable. On repère aisément le passage par les points de brouillage pour lesquels l'amplitude d'oscillation s'annule ; on peut ainsi mesurer la durée  $T_1$  entre les passages par les positions  $x_{-1}$  et  $x_{+1}$ . On mesure aussi en dilatant l'échelle de temps la durée  $T_2$  correspondant à 20 oscillations.



2. Déterminer numériquement la longueur d'onde moyenne  $\lambda_m$  et l'écart  $\Delta\lambda$  entre les deux raies du doublet.

### Correction de l'exercice 3



1. Pour l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, la différence de marche est :  $\delta = 2e \cos(i)$  avec  $i$  l'angle d'inclinaison et  $e$  l'épaisseur de la lame d'air. Ici, le détecteur est placé au foyer image de  $(L_2)$ , donc  $i = 0$ ,  $\delta = 2e$  et l'ordre d'interférences est  $p = \frac{2e}{\lambda_0}$ . On mesure la durée pour faire défiler 20 franges brillantes :  $\Delta p = 20$ .  
Or, le moteur fait varier la longueur  $e(t) = \text{cste} + Vt$ . Donc :

$$\Delta p = \frac{2VT_0}{\lambda_0} \Rightarrow V = \frac{\Delta p \lambda_0}{2T_0} = 1.21 \pm 0.01 \text{ m s}^{-1}$$

(L'incertitude n'est pas forcément attendue, mais comme on peut la déterminer, je l'ai calculée.)

## 2. Question de type RP

**Appropriation :** Spectre du doublet : on nomme  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les deux longueurs d'onde du doublet, telles que  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda_m$ .

Qualitativement : brouillage, car les ondes aux deux longueurs d'onde sont incohérentes entre elles (additivité de l'intensité lumineuse) et les deux systèmes d'anneaux créés par  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont en anti-coïncidence.

La question 1 permet de transformer l'abscisse des temps en abscisse de positions du miroir mobile.

**Stratégie :** Plusieurs stratégies possibles :

- Calcul exact : on détermine  $I(e)$  sur le détecteur. On en déduit l'écart entre deux brouillages successifs et l'écart entre deux maxima successifs.
- Critère semi-quantitatif : on l'utilise pour trouver les positions de brouillage. Il reste à traduire le passage de 20 oscillations sur le détecteur. Là, il y a une petite difficulté, car il faut comprendre que ce passage de 20 anneaux équivaut à une variation d'ordre d'interférences de 20 en calculant l'ordre d'interférences avec  $\lambda_m$ , ce qui n'est pas si trivial (pourquoi  $\lambda_m$  plutôt que  $\lambda_1$  ou  $\lambda_2$  ?)... Seul le vrai calcul permet de justifier l'utilisation de  $\lambda_m$ .

Dans la suite, je fais le calcul exact, qui n'est pas si long que ça vu que seules deux longueurs d'onde interviennent.

**Résolution :**

Ondes à  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  incohérentes entre elles : additivité des intensités :  $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$ .

Avec la formule de Fresnel :

$$I_1(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_1} 2e \right) \right) \quad \text{et} \quad I_2(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_2} 2e \right) \right)$$

Donc :

$$I(M) = 4I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi 2e}{\lambda_m} \right) \cos \left( \frac{2\pi e \Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right) \right)$$

Le terme en  $\cos \left( \frac{2\pi e \Delta\lambda}{\lambda_m^2} \right)$  varie lentement avec  $e$ , alors que  $\cos \left( \frac{2\pi 2e}{\lambda_m} \right)$  varie rapidement.

Ainsi, entre deux brouillages,  $e$  varie de  $\Delta e_b = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda} = VT_1 \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2VT_1}$ .

Entre deux maxima locaux successifs,  $e$  varie de  $\Delta e_{osc} = \frac{\lambda_m}{2}$ . Donc, sur  $N = 20$  oscillations :  $N \frac{\lambda_m}{2} = VT_2 \Rightarrow$   
 $\lambda_m = \frac{2VT_2}{N}$ .  
 A.N. :  $\lambda_m = 579 \pm 8 \text{ nm}$  et  $\Delta\lambda = 2.10 \pm 0.05 \text{ nm}$

#### Validation :

- Doublet jaune d'après énoncé, cohérent avec  $\lambda_m$
- On a bien  $\Delta\lambda \ll \lambda_m$  : valide l'hypothèse de doublet
- Plus  $T_1$  augmente, plus les deux raies sont cohérentes entre elles, et donc plus  $\Delta\lambda$  est faible : cohérent.
- Plus  $T_2$  augmente, plus il faut traduire le miroir mobile pour passer d'une frange brillante à la suivante, plus  $\lambda_m$  augmente : cohérent.

**Remarque :** Résultats en excellent accord avec les valeurs tabulées :  $\lambda_1 = 577 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 579.1 \text{ nm}$ .

## Ex. 4 Longueur de cohérence temporelle d'une radiation du mercure

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une source lumineuse placée au foyer objet d'une lentille convergente ( $L_1$ ) d'axe ( $Ox$ ). A l'aide d'un moteur, on translate le miroir mobile à la vitesse  $V$  le long de l'axe ( $Ox$ ). Un détecteur, placé au foyer image d'une seconde lentille convergente ( $L_2$ ) d'axe optique ( $Oy$ ), délivre une tension  $u = \beta I$  où  $I$  est l'éclairement qu'il reçoit et  $\beta$  une constante.

1. Pour étalonner le moteur, on éclaire l'interféromètre avec un laser HeNe, qui peut être considéré comme une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ . Montrer que la tension mesurée  $u(t)$  varie sinusoidalement. On mesure la période  $T = 0.10 \text{ s}$ . En déduire la vitesse  $V$  de translation du moteur.

On éclaire maintenant l'interféromètre par une lampe à vapeur de mercure basse pression, dont on isole la raie verte, de longueur d'onde moyenne  $\lambda_0$  (fréquence moyenne  $\nu_0$ ), à l'aide d'un filtre interférentiel. Cette source n'est pas monochromatique : l'intensité lumineuse émise par la source est caractérisée par son profil spectral, que l'on modélise par un profil gaussien (c'est le cas de l'élargissement d'une raie dû principalement à l'effet Doppler). Ainsi, on considère que l'intensité lumineuse élémentaire émise dans l'intervalle de fréquences  $[\nu, \nu + d\nu]$  est :

$$dI_0 = E e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}} d\nu$$

avec  $E$  et  $a$  des constantes positives.  $a$  correspond à la demi-largeur spectrale de la source. On suppose que  $a \ll \nu_0$ .

2. Tracer la densité spectrale d'intensité lumineuse de la source  $I_{\nu,0}(\nu)$ , définie par  $I_{\nu,0} = \frac{dI_0}{d\nu}$ .

#### Etude qualitative

3. Le miroir mobile est traduit à la vitesse  $V$ . Expliquer qualitativement pourquoi on pourrait observer un brouillage des franges au niveau du détecteur.
4. Rappeler le critère semi-quantitatif de brouillage des franges. On rappelle que la demi-largeur spectrale est  $a$ . En déduire la valeur limite de la différence de chemins optiques  $\delta$  à partir de laquelle la figure d'interférences est brouillée. Qu'observe-t-on pour  $\delta$  supérieur à cette valeur limite ?

#### Etude quantitative

5. Considérons momentanément (Q.5 à 7) l'épaisseur  $e$  de la lame d'air fixée. Exprimer l'intensité lumineuse  $dI$  reçue par le détecteur du fait de l'intensité  $dI_0$  émise par la source pour la plage de fréquences  $[\nu, \nu + d\nu]$ .
6. En déduire que l'intensité totale  $I$  reçue par le détecteur s'exprime par :

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{I_{\nu,0}(\nu)}{4} (1 + \cos(2\pi\nu\tau)) d\nu$$

$$\text{avec } \tau = \frac{2e}{c}$$

7. Compte-tenu de la décroissance très rapide de la fonction  $I_{\nu,0}$  lorsque  $\nu$  s'écarte de  $\nu_0$ , on admet que l'on peut étendre le domaine d'intégration précédent à l'intervalle  $[-\infty, +\infty]$  :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I_{\nu,0}(\nu)}{4} (1 + \cos(2\pi\nu\tau)) d\nu$$

En utilisant le formulaire fourni en fin d'énoncé, montrer que l'intensité reçue sur le détecteur s'écrit :

$$I = I_m (1 + \gamma(\tau) \cos(2\pi\nu_0\tau))$$



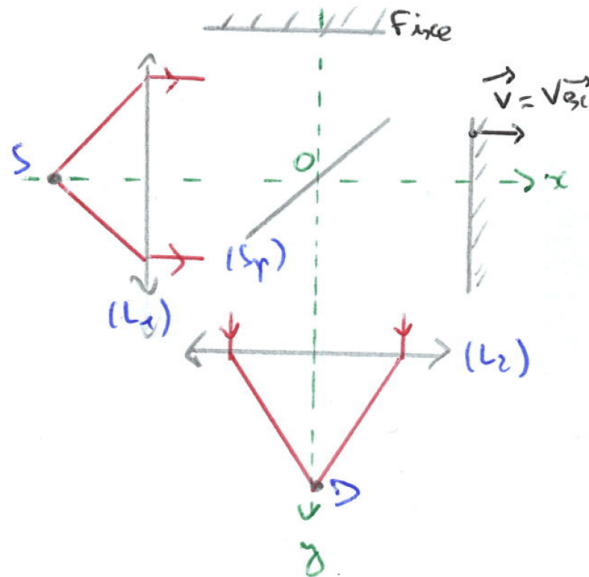
et donner les expressions de  $I_m$  et de  $\gamma(\tau)$ . Commenter.

8. En pratique, l'épaisseur  $e$  n'est pas fixée lorsque le moteur est en marche. Représenter l'allure de la tension  $u(t)$  lorsque le moteur est en marche. On considérera pour simplifier que  $e(t=0) = 0$ . Comment déduire la constante  $a$  de cet enregistrement ?

**Formulaire :**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} \cos(\alpha u) du = \sqrt{\pi} e^{-\frac{\alpha^2}{4}}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} \sin(\alpha u) du = 0$$

### Correction de l'exercice 4



1. Pour l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, la différence de marche est :  $\delta = 2e \cos(i)$  avec  $i$  l'angle d'inclinaison et  $e$  l'épaisseur de la lame d'air. Ici, le détecteur est placé au foyer image de  $(L_2)$ , donc  $i = 0$  et  $\delta = 2e$ .

Ainsi, d'après la formule de Fresnel, l'intensité lumineuse reçue s'écrit :

$$I = \frac{I_0}{4} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2e \right) \right)$$

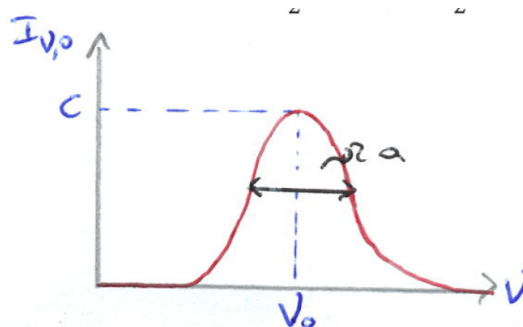
Or, le moteur fait varier la longueur  $e(t) = \text{cste} + Vt$ . Donc :

$$u(t) = \beta I = \beta \frac{I_0}{4} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2Vt + \text{cste} \right) \right)$$

La tension  $u(t)$  varie sinusoïdalement avec le temps.

En identifiant à une forme du type  $u = B + A \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \varphi \right)$ , on identifie :

$$T = \frac{\lambda}{2V} \iff V = \frac{\lambda}{2T} = 3.2 \mu\text{m s}^{-1}$$



- 2.
3. Les ondes à différentes fréquences sont incohérentes entre elles : l'intensité lumineuse au niveau du détecteur est la somme des intensités lumineuses obtenues pour chacune des longueurs d'onde prises séparément. Or, les systèmes de franges à différentes longueurs d'onde sont décalés entre eux. Donc, il peut y avoir brouillage de la figure totale obtenue.
4. Brouillage des franges si la différence des ordres d'interférences associés à une demi-largeur spectrale de la source est supérieure à  $1/2$  :

$$|\Delta p (\text{demi-largeur spectrale de la source})| \geq \frac{1}{2}$$

On a donc ici

$$p_0 = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{\delta}{c} \nu_0 \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{\delta}{c} (\nu_0 + a) \Rightarrow \Delta p = \frac{\delta}{c} a$$

La valeur limite de  $\delta$  telle qu'il y ait brouillage est donc

$$\Delta p = \frac{1}{2} = \frac{\delta}{c} a \Rightarrow \delta = \frac{c}{2a}$$

Il s'agit de la longueur de cohérence temporelle.

Si  $\delta$  est supérieure à cette valeur limite, l'intensité lumineuse devient uniforme : on ne distingue plus de franges brillantes ou sombres.

5. Sur la plage élémentaire de fréquences  $[\nu, \nu + d\nu]$ , on peut considérer que les ondes émises sont cohérentes entre elles. On retrouve donc la situation de la Q.1 :

$$dI = \frac{dI_0}{4} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2e \right) \right) = \frac{dI_0}{4} \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\nu}{c} 2e \right) \right)$$

$$\text{car } \lambda = \frac{c}{\nu}$$

6. Les ondes émises à différentes fréquences sont incohérentes entre elles : il y a additivité des intensités lumineuses reçues. Donc :

$$I = \int_{\nu=0}^{+\infty} dI = \int_0^{+\infty} \frac{I_{\nu,0}(\nu)}{4} (1 + \cos(2\pi\nu\tau)) d\nu$$

$$\text{avec } \tau = \frac{2e}{c}$$

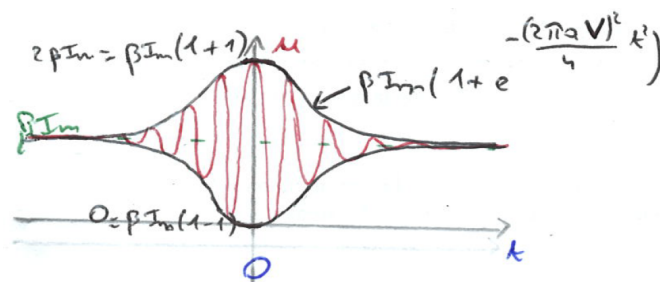
7. On ré-injecte le profil spectral gaussien fourni :

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C}{4} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}} (1 + \cos(2\pi\nu\tau)) d\nu \\ &= \frac{C}{4} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}} d\nu + \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}} \cos(2\pi\tau\nu) d\nu \right) \end{aligned}$$

Il faut alors effectuer le changement de variable (bijectif)  $u = \frac{\nu - \nu_0}{a}$  ( $d\nu = a du$ ). Donc :

$$\begin{aligned} I &= \frac{C}{4} \left( a\sqrt{\pi} + a \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} \cos(2\pi\tau\nu_0 + 2\pi\tau au) du \right) \\ &= \frac{aC}{4} \left( \sqrt{\pi} + \cos(2\pi\nu_0\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} \cos(2\pi\tau au) du - 0 \right) \\ &= \underbrace{\frac{Ca\sqrt{\pi}}{4}}_{=I_m} \left( 1 + \underbrace{e^{-\frac{(2\pi a\tau)^2}{4}}}_{=\gamma(\tau)} \cos(2\pi\tau\nu_0) \right) \end{aligned}$$

8. On a  $e(t) = Vt$ . Pour le tracé graphique, on suppose que comme  $a \ll \nu_0$ , le terme en cosinus oscille plusieurs fois avant que  $\gamma(\tau)$  ne s'annule.



On peut trouver  $a$  grâce à l'enveloppe de la tension  $u(t)$  (notion de fonction de contraste). Par exemple, on peut modéliser cette enveloppe et déterminer numériquement  $aV$  : connaissant  $V$ , on en déduit  $a$ .

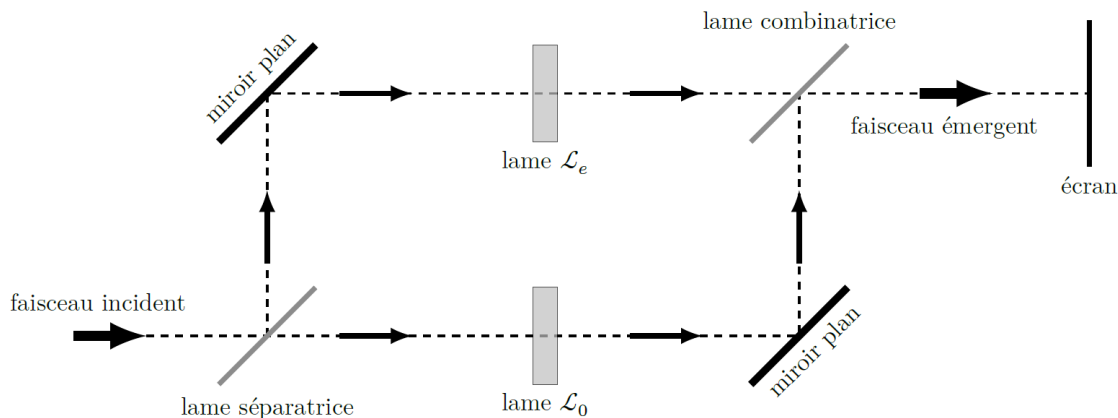
### Ex. 5 (Ecrit Centrale MP 2017) Interféromètre de Mach-Zehnder

Cet exercice ne peut être réalisé qu'après le TP8. Dans un sujet Centrale, un trait dans la marge signifie que la question n'est pas guidée et demande une prise d'initiative.

On dispose de deux lames transparentes à faces parallèles, de même épaisseur  $e$  (connue avec précision) et d'indices optiques différents :

- une lame « de référence » ( $\mathcal{L}_0$ ), d'indice optique  $n_0$  connu ;
- une lame « d'essai » ( $\mathcal{L}_e$ ), d'indice optique  $n_e = n_0 + \Delta n$  (avec  $\Delta n > 0$ ).

Afin de mesurer  $\Delta n$ , on place chacune de ces lames dans un des bras d'un interféromètre de Mach-Zehnder (figure 7).



**Figure 7** Schéma de principe de l'interféromètre de Mach-Zehnder et placement des lames étudiées.

De façon simple, l'interféromètre de Mach-Zehnder est constituée de deux lames semi-réfléchissantes et de deux miroirs plans (tous ces éléments sont parallèles entre eux). La lame semi-réfléchissante placée en entrée du dispositif est appelée lame *séparatrice* ; elle permet de diviser le faisceau incident en deux faisceaux secondaires orthogonaux entre eux et de même intensité. Les deux miroirs plans (un dans chaque bras de l'interféromètre) permettent d'orienter les faisceaux secondaires vers la sortie du dispositif. La lame semi-réfléchissante placée en sortie du dispositif, rigoureusement identique à la lame séparatrice, est appelée lame *combinatrice* car elle permet de superposer les deux faisceaux secondaires en direction de l'écran (ou d'un photodétecteur).

**III.A.1)** L'interféromètre de Mach-Zehnder est un interféromètre à division d'amplitude. Citer le nom d'un autre interféromètre de ce type et dater approximativement son invention.

**III.A.2)** Pourquoi n'est-il pas nécessaire d'accoler une lame compensatrice à la lame séparatrice dans ce dispositif ?

**III.A.3)** Le faisceau incident est un faisceau de lumière parallèle. On suppose que les deux lames sont orientées de façon à être éclairées sous incidence normale. Déterminer la différence de marche  $\delta$  entre les deux faisceaux en sortie de l'interféromètre.

**III.A.4)** Dans le cas où le faisceau incident est monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , exprimer l'intensité lumineuse  $I$  obtenue sur l'écran en sortie du dispositif (on se placera dans le cadre du modèle scalaire de la lumière et on notera  $I_0$  l'intensité lumineuse obtenue sur l'écran en masquant l'un des deux miroirs). Décrire brièvement ce que l'on observe sur l'écran.

**III.A.5)** Pour quelle(s) longueur(s) d'onde, l'intensité  $I$  est-elle maximale ?

**III.A.6)** Proposer un protocole de mesure de  $\Delta n$  à l'aide de ce dispositif (et de tout le matériel classique d'un laboratoire d'optique).

## Correction de l'exercice 5

1. Interféromètre de Michelson, inventé en 1881 (dire fin du XIX<sup>ème</sup> siècle serait accepté, je pense).
2. Dans l'interféromètre de Michelson, la lame compensatrice a pour rôle d'égaliser les chemins optiques réalisés dans le verre des lames séparatrice et compensatrice pour les deux voies de l'interféromètre. Cela évite qu'une différence de chemins optiques, dépendant de la longueur d'onde (indice du verre dépendant de  $\lambda$  (dispersion du verre)), apparaisse à cause de la lame séparatrice.  
Dans l'interféromètre de Mach-Zehnder, en choisissant convenablement les faces semi-réfléchissantes des lames séparatrice et combinatrice (faces de gauche pour la séparatrice et face de droite pour la combinatrice), on se rend compte que les chemins optiques associés à la traversée de ces deux lames sont identiques sur les deux voies. Il ne faut donc pas ajouter de compensatrice.
3. La différence de marche est uniquement liée à la traversée des lames ( $\mathcal{L}_e$ ) et ( $\mathcal{L}_0$ ) :

$$\delta = (SM)_e - (SM)_0 = (n_e - n_0)e = \Delta n e$$

4. Au vu de la formulation de la question, je suppose que le sujet demandait la démonstration de la formule de Fresnel.  
Soient  $\underline{s}_0 = A e^{j(\omega t - \varphi_0)}$  et  $\underline{s}_e = A e^{j(\omega t - \varphi_e)}$  les vibrations lumineuses complexes arrivant sur l'écran après l'une des deux voies. Les vibrations lumineuses étant cohérentes entre elles, il y a additivité des amplitudes complexes :  $\underline{s} = \underline{s}_0 + \underline{s}_e$  et l'intensité s'écrit :

$$I = K |\underline{s}|^2$$

avec  $K$  une constante telle que  $KA^2 = I_0$ . Donc :

$$I = I_0 |e^{-j\varphi_0} + e^{-j\varphi_e}|^2 = I_0 (e^{-j\varphi_0} + e^{-j\varphi_e})(e^{+j\varphi_0} + e^{+j\varphi_e}) = 2I_0 (1 + \cos(\varphi_e - \varphi_0))$$

avec  $\varphi_e - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ . Donc finalement :

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi \Delta n e}{\lambda} \right) \right)$$

L'intensité lumineuse est constante sur l'écran : on observe une tache uniforme.

5.  $I$  maximale si l'ordre d'interférences

$$p = \frac{\Delta n e}{\lambda_k} = k \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

Donc,  $\lambda_k = \frac{\Delta n e}{k}$ . Comme  $\Delta n > 0$ , on peut se restreindre à  $k \in \mathbb{N}^*$

6. La question précédente guide la réponse à cette dernière question. Les correcteurs chercheront les mots-clés en gras.

**Protocole :**

- Eclairer l'interféromètre en **lumière blanche**, en **incidence parallèle** (système de lampe blanche + fente dans le plan focal objet d'une lentille + lentille convergente). (Un schéma peut être pertinent.)
- Placer un **spectromètre** en sortie de l'interféromètre.

- Repérer les longueurs d'onde  $\lambda_k$  correspondant à des maxima d'intensité dans le spectre (on observe un spectre cannelé).

*Etant donné que l'on n'est pas dans un compte-rendu de TP, mais dans un sujet d'écrit, ils attendent également l'explication de la méthode d'exploitation.*

**Exploitation :**

Les ondes émises à des longueurs d'onde distinctes sont **incohérentes entre elles** : les intensités lumineuses se somment donc (raisonnement précédent valable pour chaque  $\lambda$ ). On peut alors **tracer**  $\frac{1}{\lambda_k}$  **en fonction d'un entier**  $k'$ . Les points doivent former une **droite affine**, de **pente**  $\frac{1}{\Delta n e}$ . On en déduit donc la valeur de  $\Delta n$ .