Magnétostatique

PC. Lycée Sainte-Anne (Brest)

2022-2023

Les sources d'un champ magnétique sont des courants électriques. Dans les aimants, ces courants sont de nature microscopique.

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \qquad ; \qquad I(t) = \frac{\delta Q_S}{dt} = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

1 Champ magnétostatique

Champ magnétique $\vec{B}(M)$ en T : mesuré avec une sonde à effet Hall.

Tableau 1 – Ordre de grandeur de $\vec{B}(M)$ champ magnétique (en T)

à 1 m d'un four micro-onde, aspirateur, téléviseur, machine à laver	$\approx 0,1 - 1$ mT
terrestre, à 1 cm d'un fil parcouru par un courant de 1 A, à 15 cm d'un sèche-cheveu	≈ 10 mT
à 2 cm d'un fil parcouru par un courant de 10 A	≈ 100 mT
à 1 cm d'un rasoir électrique	≈ 1 mT
produit par un électroaimant, dans un IRM	≈ 1 T

Exemples de champ magnétique uniforme : aimant en fer à cheval, solénoïde, intérieur des bobines de Helmholtz.

1.1 Postulats de la magnétostatique

D'après l'expérience,

- Les lignes de champs magnétostatiques s'enroulent autour d'un courant électrique ;
- Le flux du champ magnétostatique est d'autant plus fort que la mesure est proche du courant source ;
- Il n'existe pas de sources ponctuelles du champ magnétostatique.

Toute la magnétostatique repose théoriquement sur deux équations locales.

Équations locales de la magnétostatique : en un point M de l'espace

$$\mathrm{div}\left(\vec{B}\right) = 0 \qquad ; \qquad \overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}\right) = \vec{j}$$

avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H.m^{-1}, la perméabilité magnétique du vide.

1.1.1 Équations de la magnétostatique

▷ **Flux magnétique Φ_S en** Wb **:** en considérant une surface orientée (S),

$$\Phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Conservation du flux magnétique : d'après théorème d'Ostrogradski et en considérant une surface fermée (S), orientée vers l'extérieur

$$0 = \iiint_{(Vol)} \operatorname{div}\left(\vec{B}\right) d\tau = \oiint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi$$

Remarque : *le flux de la section d'entrée d'un tube de champ est égal au flux de sa section de sortie.*

$$\Phi_{Se} = \iint_{(S_e)} \vec{B}_e \cdot d\vec{S} = \iint_{(S_s)} \vec{B}_s \cdot d\vec{S} = \Phi_{Ss}$$

▷ **Circulation du champ magnétostatique $\mathcal{C}$ en** T.m **:** le long d'une ligne (Γ),

$$\mathcal{C}_\Gamma = \int_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Théorème d'Ampère : d'après le théorème de Stokes, l'intensité du courant I_S traversant une surface orientée (S) est proportionnelle à la circulation du champ magnétostatique le long du contour fermé (Γ) délimitant cette surface.

$$\mu_0 I_S = \mu_0 \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_{(S)} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\vec{B}\right) \cdot d\vec{S} = \oint_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mathcal{C}$$

avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H.m^{-1}, la perméabilité magnétique du vide.

Remarque : *le théorème d'Ampère s'applique facilement en choisissant un contour soit tangent, soit orthogonal à $\vec{B}(M)$.*

1.1.2 Linéarité des équations

Les équations étant linéaires, il est possible d'utiliser le théorème de superposition afin de calculer $\vec{B}(M)$ résultant de plusieurs distributions de courant.

1.2 Propriétés

1.2.1 Symétrie

1.3 Propriétés

1.3.1 Propriétés de symétrie

En utilisant la force magnétique de Lorentz, les équations locales de la magnétostatique expliquent les propriétés de symétrie du principe de Curie.

Principe de Curie

- Si toute variation d'un paramètre spatial laisse invariant la distribution de courant, alors $\vec{B}(M)$ est indépendant de ce paramètre.
- $\vec{B}(M)$ est orthogonal à tout plan de symétrie Π de la distribution de courant et est tangent à tout plan d'antisymétrie Π_A.
- Les variations spatiales se font par translation ou par rotation.
- L'image $\vec{B}(M')$ de la symétrie par rapport à Π est opposé du symétrique de $\vec{B}(M)$: contrairement au vecteur polaire (ou vecteur vrai) $\vec{E}(M)$ en électrostatique, $\vec{B}(M)$ est un vecteur axial (ou pseudo-vecteur) ;
- L'image $\vec{B}(M')$ de la symétrie par rapport à Π_A est symétrique à $\vec{B}(M)$.

1.3.2 Topographie