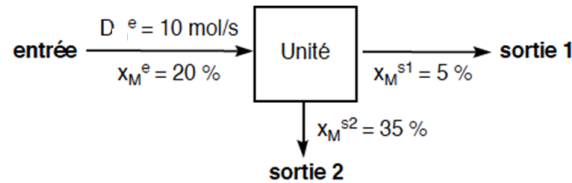


Correction TD : TM_4 Procédés industriels continus

Exercice 1 : Bilans de matière d'une opération unitaire (*)

Soit une opération unitaire mettant en jeu un mélange binaire de méthanol (M) et d'eau (E) (miscibles en toutes proportions) et fonctionnant en régime stationnaire et sans aucune réaction chimique. Le schéma de l'unité associée est représenté ci-dessous (D représente un débit molaire total et x_M la fraction molaire en méthanol).



Compléter le tableau suivant :

	x_i^e	D_i^e	x_i^{s1}	D_i^{s1}	x_i^{s2}	D_i^{s2}
Méthanol						
Eau						

On sait que :

$$D_M^e = x_M^e D^e = 2 \text{ mol. s}^{-1}$$

On en déduit donc le tableau suivant :

	x_i^e	D_i^e	x_i^{s1}	D_i^{s1}	x_i^{s2}	D_i^{s2}
Méthanol	0,20	2	0,05		0,35	
Eau	0,80	8	0,95		0,65	

En régime stationnaire, le débit massique se conserve.

En l'absence de réaction chimique, comme c'est le cas ici, le débit molaire se conserve également. Ainsi :

$$D^e = D^{s1} + D^{s2}$$

La conservation du débit molaire de M s'écrit :

$$x_M^e D^e = x_M^{s1} D^{s1} + x_M^{s2} D^{s2} = x_M^{s1} (D^e - D^{s2}) + x_M^{s2} D^{s2}$$

Soit :

$$D^{s2} = \frac{x_M^e - x_M^{s1}}{x_M^{s2} - x_M^{s1}} D^e = 5 \text{ mol. s}^{-1} \text{ et } D^{s1} = D^e - D^{s2} = 5 \text{ mol. s}^{-1}$$

Il reste donc à calculer

$$- D_M^{s1} = x_M^{s1} D^{s1} = 0,05 * 5 = 0,25 \text{ mol. s}^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 - D_{eau}^{s1} &= D^{s1} - D_M^{s1} = 5 - 0,25 = 4,75 \text{ mol.s}^{-1} \\
 - D_M^{s2} &= x_M^{s2} D^{s2} = 0,35 * 5 = 1,75 \text{ mol.s}^{-1} \\
 - D_{eau}^{s2} &= D^{s2} - D_M^{s2} = 5 - 1,75 = 3,25 \text{ mol.s}^{-1}
 \end{aligned}$$

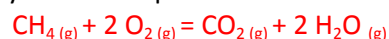
On en déduit le tableau entièrement complété :

	x_i^e	D_i^e	x_i^{s1}	D_i^{s1}	x_i^{s2}	D_i^{s2}
Méthanol	0,20	2	0,05	0,25	0,35	1,75
Eau	0,80	8	0,95	4,75	0,65	3,25

Exercice 2 : Débits molaires associés à la combustion du méthane (*)

La combustion du méthane est menée dans un réacteur ouvert fonctionnant en régime stationnaire. Ce réacteur est alimenté en continu par 15 mol.h⁻¹ de méthane, 35 mol.h⁻¹ de dioxygène pur et 5 mol.h⁻¹ de vapeur d'eau.

1. Écrire l'équation bilan de la réaction d'oxydation complète du méthane en considérant de la vapeur d'eau produite.



2. Quel est le réactif limitant dans ces conditions ?

On peut réaliser un tableau d'avancement en débit molaire pour étudier cette réaction :

(mol/h)	$\text{CH}_4(\text{g})$	+	$2\text{O}_2(\text{g})$	=	$\text{CO}_2(\text{g})$	+	$2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
entrée	15		35		0		5
sortie	$15 - \xi$		$35 - 2\xi$		ξ		$5 + 2\xi$

- Si le méthane est le réactif limitant alors on aurait : $\dot{\xi}_{\max} = 15 \text{ mol.h}^{-1}$
- Si le dioxygène est le réactif limitant alors on aurait : $\dot{\xi}_{\max} = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ mol.h}^{-1}$

Ainsi, le réactif limitant est le méthane et $\dot{\xi}_{\max} = 15 \text{ mol.h}^{-1}$.

3. Pour un taux de conversion de 80 % de ce réactif limitant, calculer les débits molaires sortants du réacteur.

Une fois le réactif limitant déterminé, il est possible de réaliser un tableau d'avancement en taux de conversion.

Dans un réacteur fermé, on aurait : $\alpha = \frac{\xi}{\xi_{\max}}$ soit $\xi = \alpha n_{\text{CH}_4(\text{g}), \text{initial}}$

Dans un réacteur ouvert, on considère l'avancement par unité de temps :

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{d \alpha n_{\text{CH}_4(\text{g})}}{dt} = \alpha \frac{d n_{\text{CH}_4(\text{g}), \text{initial}}}{dt} = \alpha D_{\text{CH}_4(\text{g})}^e = 15\alpha \text{ car } D_{\text{CH}_4(\text{g})}^e = 15 \text{ mol.h}^{-1}$$

Donc le tableau s'écrit :

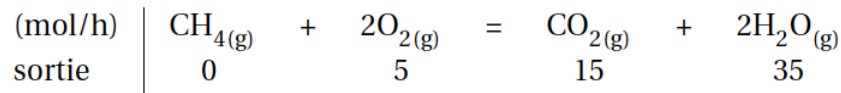
(mol/h)	$\text{CH}_4(\text{g})$	+	$2\text{O}_2(\text{g})$	=	$\text{CO}_2(\text{g})$	+	$2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
sortie	$15(1 - \alpha)$		$35 - 30\alpha$		15α		$5 + 30\alpha$

Pour $\alpha = 80 \%$, on a :

(mol/h)	$\text{CH}_4(\text{g})$	+	$2\text{O}_2(\text{g})$	=	$\text{CO}_2(\text{g})$	+	$2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
sortie	3		11		12		29

4. Même question si la transformation est totale

Pour une transformation totale, $\alpha = 100 \%$ donc :



Exercice 3 : Polymérisation en RCPA (*)

On étudie la polymérisation d'un alcène dans un RCPA.

Un mélange liquide de monomère M (3 mol · L⁻¹) et d'inhibiteur I (0,01 mol · L⁻¹) est introduit dans le réacteur avec un débit volumique de 1,2 L · s⁻¹. La vitesse de polymérisation est donnée par la relation :

$$v = k_p[M] \sqrt{\frac{2k_0[I]_0}{k_t}}$$

avec :

- [M], la concentration en monomère
- [I]₀, la concentration initiale en inhibiteur
- k_p, la vitesse de propagation (10⁻² L · mol⁻¹ · s⁻¹)
- k₀, la vitesse d'initiation (10⁻³ s⁻¹)
- k_t, la vitesse de terminaison (5 · 10⁻⁷ L · mol⁻¹ · s⁻¹)

Déterminer le volume du réacteur nécessaire pour obtenir un taux de conversion de 80 % en monomère.

Dans un premier temps, on refait le bilan dans un RCPA : $[M]^e = [M]^s + v\tau$ puis on exprime v en fonction de $[M]^s$, puis on remplace $\frac{[M]^s}{[M]^e}$ par $1 - \alpha$ et on a remplacé τ par V/D_v pour trouver le Volume.

Système d'étude : {réacteur RCPA}

Raisonnons sur la quantité de monomère :

$$n_M(t + dt) = n_M(t) + dn_M^e - dn_M^s + dn_M^r$$

En **régime stationnaire**, on a toujours : $n_M(t + dt) = n_M(t)$. Ainsi :

$$dn_M^e - dn_M^s + dn_M^r = 0$$

$$D_M^e dt - D_M^s dt + dn_M^r = 0$$

Or, on sait que : $D_M^e = [M]^e D_v$ et que la vitesse v de polymérisation peut s'écrire : $v = -\frac{1}{V} \frac{dn_M^r}{dt}$, le signe M est dû au fait que M est le monomère donc le réactif.

On en déduit :

$$[M]^e D_v dt - [M]^s D_v dt - vV dt = 0$$

En simplifiant par dt.

$$[M]^e D_v - [M]^s D_v = vV$$

$$[M]^e - [M]^s = \frac{vV}{D_v} = v\tau$$

En remplaçant la vitesse de polymérisation par les informations fournies dans l'énoncé : D'après les

hypothèses d'un RCPA : $[M] = [M]^s$ donc $v = k_p[M]^s \sqrt{\frac{2k_0[I]_0}{k_t}}$

Donc :

$$([M]^e - [M]^s) = \frac{V}{D_v} k_p [M]^s \sqrt{\frac{2k_0[I]_0}{k_t}}$$

Le taux de conversion α vérifie $\dot{\xi} = \alpha D_M^{entrée}$ et $D_M^{sortie} = (1 - \alpha) D_M^{entrée}$, on a donc

$$[M]^s D_v = (1 - \alpha) [M]^e D_v \text{ soit } [M]^s = [M]^e (1 - \alpha)$$

On peut donc réécrire l'équation précédente :

$$\alpha [M]^e D_v = V k_p \sqrt{\frac{2k_0[I]_0}{k_t}} [M]^e (1 - \alpha)$$

$$V = \frac{\alpha D_v}{k_p \sqrt{\frac{2k_0[I]_0}{k_t}} (1 - \alpha)} = 75,9 \text{ L}$$

Exercice 4 : Réaction d'ordre 2 (**)

On étudie la réaction de S_N2 entre l'iodure d'éthyle C_2H_5I et les ions hydroxyde HO^- dans l'eau. À la température de l'expérience, la constante de vitesse de la réaction vaut $k = 2,21 \cdot 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. La réaction est menée dans un RCPA de 750 L alimenté à un débit de $5 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ avec les deux réactifs à la concentration de $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

1. Calculer le temps de passage dans le réacteur.

Par définition, le temps de passage dans le réacteur vaut :

$$\tau = \frac{V}{D_v} = 150 \text{ s}$$

2. Déterminer numériquement la concentration des produits à la sortie du réacteur et en déduire le taux de conversion.

Système d'étude : {réacteur RCPA}

Raisonnons sur la quantité d'iodure d'éthyle, que l'on note I :

$$n_I(t + dt) = n_I(t) + dn_I^e - dn_I^s + dn_I^r$$

En **régime stationnaire**, on a toujours : $n_I(t + dt) = n_I(t)$. Ainsi :

$$dn_I^e - dn_I^s + dn_I^r = 0$$

$$D_I^e dt - D_I^s dt + dn_I^r = 0$$

En introduisant le débit volumique :

$$[I]^e D_v dt - [I]^s D_v dt - v Dv dt = 0$$

Cette réaction est une S_N2 , la loi de vitesse s'écrit donc :

$$v = k [I][HO^-] = k [I]^2 \text{ puisque les réactifs sont introduits en proportions stœchiométriques}$$

On en déduit :

$$[I]^e D_v - [I]^s D_v - k [I]^s{}^2 V = 0$$

$$k \tau [I]^s{}^2 + [I]^s - [I]^e = 0$$

Il s'agit d'un polynôme du second ordre qu'il est possible de résoudre :

- Discriminant : $\Delta = 1 + 4k\tau[I]^e > 0$
- Racine positive (la solution que l'on cherche est positive donc on élimine la solution négative)

$$[I]^s = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4k\tau[I]^e}}{2k\tau} = 0,42 \text{ mol. L}^{-1}$$

Calcul du taux de conversion : On sait que $[I]^s = (1 - \alpha) [I]^e$, donc $1 - \frac{[I]^s}{[I]^e} = \alpha$

$$\text{soit } \alpha = \frac{[I]^e - [I]^s}{[I]^e} = 58 \%$$

3. Reprendre le calcul pour un réacteur piston de même volume. Commenter.

Système d'étude : {tranche de largeur dx }

Raisonnons sur la quantité d'iodure d'éthyle :

$$dn_I(t + dt) = dn_I(t) + d^2n_I^e(x) - d^2n_I^s(x + dx) + d^2n_I^r$$

En régime stationnaire, on a toujours : $dn_I(t + dt) = dn_I(t)$. Ainsi :

$$d^2n_I^e(x) - d^2n_I^s(x + dx) + d^2n_I^r = 0$$

En introduisant le débit volumique :

$$[I](x) D_v - [I](x + dx) D_v - v dV = 0$$

$$[I](x) D_v - [I](x + dx) D_v - k[I]^2 S dx = 0$$

$$D_v d[I] = -k[I]^2 S dx$$

$$\frac{d[I]}{[I]^2} = -\frac{kS}{D_v} dx$$

On intègre entre le début du réacteur et la fin du réacteur (intégration sur la longueur L du réacteur piston).

$$\frac{1}{[I]^e} - \frac{1}{[I]^s} = -\frac{kS}{D_v} L = -\frac{kV}{D_v} = -k\tau$$

On en déduit :

$$[I]^s = \frac{1}{k\tau + \frac{1}{[I]^e}} = 0,23 \text{ mol. L}^{-1}$$

Le taux de conversion vaut donc : $\alpha = \frac{[I]^e - [I]^s}{[I]^e} = 77 \%$. Le taux de conversion est supérieur à celui d'un RCPA de même volume. Le réacteur piston est plus efficace, ce qui est le cas pour toute réaction d'ordre supérieur à 0.

Exercice 5 : Température en sortie de réacteur ()**

On étudie la réaction d'hydrolyse aqueuse d'un chlorure d'acyle sulfonique C menée dans un RCPA de volume $V = 50 \text{ L}$. On précise que :

- L'enthalpie standard de la réaction d'hydrolyse vaut $\Delta_r H^\circ = -251 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- C est dissous dans l'eau à une concentration initiale $c_0 = 0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$;
- Le débit du liquide (assimilé à de l'eau pure) vaut $D_v = 0,1 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$;
- Le liquide entre dans le réacteur à $T_e = 20^\circ \text{C}$;
- La paroi externe du réacteur a une surface de $S = 0,5 \text{ m}^2$ et est maintenue à 20°C . Le coefficient d'échange thermique au travers de la paroi vaut $h = 500 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

1. Quelle est l'expression de la puissance thermique P_{th} échangée entre le réacteur et le milieu extérieur ?

La puissance thermique échangée entre le réacteur et le milieu extérieur est donnée par la loi de Newton :

$$P_{th} = -hS(T_s - T_e)$$

2. À l'aide du premier principe de la thermodynamique appliqué au réacteur, montrer que :

$$P_{th} = D_v \Delta_r H^\circ c_0 \alpha + D_v \rho_{eau} c_{p,eau} (T_s - T_e)$$

où α est le taux de conversion de C et T_s la température en sortie de réacteur.

Le premier principe industriel s'écrit en chimie :

$$D_m (h^s - h^e) = P_{th}$$

On décompose la variation d'enthalpie massique en un terme dû à l'échauffement des réactifs et un terme dû à la transformation chimique :

$$D_m (\Delta h_{phys} + \Delta h_{chim}) = P_{th}$$

On peut montrer que :

$$- D_m \Delta h_{chim} = \frac{dm}{dt} \Delta h_{chim} = \frac{d(m^* \Delta h_{chim})}{dt} = \frac{d(m^* \frac{\Delta H_{chim}}{m})}{dt} = \frac{d(\Delta H_{chim})}{dt} = \frac{d(\xi \Delta_r H^\circ)}{dt} = \Delta_r H^\circ \frac{d(\xi)}{dt} = v V \Delta_r H^\circ$$

$$D_m c_{p,eau} \Delta T + v V \Delta_r H^\circ = P_{th}$$

Bilan de matière dans un RCPA :

$$n_c(t + dt) = n_c(t) + dn_c^e - dn_c^s + dn_c^r$$

En régime stationnaire, on a toujours : $n_c(t + dt) = n_c(t)$. Ainsi :

$$dn_c^e - dn_c^s + dn_c^r = 0$$

$$D_c^e dt - D_c^s dt + dn_c^r = 0$$

En introduisant le débit volumique :

$$c_0 D_v dt - c_0 (1 - \alpha) D_v dt - v V dt = 0$$

$$v V = D_v c_0 \alpha$$

On en déduit :

$$D_m c_{p,eau} \Delta T + D_v c_0 \alpha \Delta_r H^\circ = P_{th}$$

$$D_v \rho_{eau} c_{p,eau} (T_s - T_e) + D_v c_0 \alpha \Delta_r H^\circ = P_{th}$$

3. En déduire la valeur de T_s pour avoir un taux de conversion de 80 %.

On peut ainsi écrire :

$$D_v \rho_{eau} c_{p,eau} (T_s - T_e) + D_v c_0 \alpha \Delta_r H^\circ = -hS(T_s - T_e)$$

$$(D_v \rho_{eau} c_{p,eau} + hS)(T_s - T_e) = -D_v c_0 \alpha \Delta_r H^\circ$$

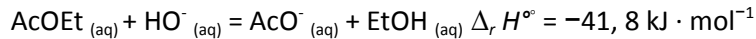
$$T_s = T_e - \frac{D_v c_0 \alpha \Delta_r H^\circ}{D_v \rho_{eau} c_{p,eau} + hS} = 308 \text{ K} = 35^\circ \text{C}$$

Données :

- capacité thermique massique de l'eau $c_{p,eau} = 4,18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- masse volumique de l'eau $\rho_{eau} = 1000 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

Exercice 6 : Saponification de l'acétate d'éthyle (***)

La saponification de l'acétate d'éthyle est menée dans un RCPA de 6 L dont les parois sont calorifugées.



Pour cela, le réacteur est alimenté par deux voies, la première amenant une solution aqueuse d'acétate d'éthyle à 25°C (1 mol·L⁻¹) avec un débit de $D_v = 25 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et la seconde amenant de la soude à 20°C avec le même débit et une concentration deux fois plus grande.

1. La réaction étant d'ordre 1 par rapport à chaque réactif et ayant une constante de vitesse $k = 0,11 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, déterminer le taux de conversion en sortie de réacteur.

Commençons par faire un bilan de matière, sur la quantité d'acétate d'éthyle :

$$n_{\text{AcOEt}}(t + dt) = n_{\text{AcOEt}}(t) + dn_{\text{AcOEt}}^e - dn_{\text{AcOEt}}^s + dn_{\text{AcOEt}}^r$$

En régime stationnaire, on a toujours : $n_{\text{AcOEt}}(t + dt) = n_{\text{AcOEt}}(t)$. Ainsi :

$$dn_{\text{AcOEt}}^e - dn_{\text{AcOEt}}^s + dn_{\text{AcOEt}}^r = 0$$

$$D_{\text{AcOEt}}^e dt - D_{\text{AcOEt}}^s dt + dn_{\text{AcOEt}}^r = 0$$

En introduisant le débit volumique :

$$C_0 D_v dt - D_v [\text{AcOEt}]^s dt - v V dt = 0$$

Tableau d'avancement :

(mol/s)	AcOEt	+	HO ⁻	=	AcO ⁻	+	EtOH
entrée	$D_v C_0$		$2D_v C_0$		0		0
sortie	$D_v C_0 - \dot{\xi}$		$2D_v C_0 - \dot{\xi}$		$\dot{\xi}$		$\dot{\xi}$
sortie	$D_v C_0(1 - \alpha)$		$D_v C_0(2 - \alpha)$		$D_v C_0 \alpha$		$D_v C_0 \alpha$

En sortie de réacteur :

$$D_{\text{AcOEt}}^s = D_v [\text{AcOEt}]^s = D_v C_0(1 - \alpha) \Rightarrow [\text{AcOEt}]^s = C_0(1 - \alpha)$$

$$D_{\text{HO}^{-}}^s = D_v [\text{HO}^{-}]^s = D_v C_0(2 - \alpha) \Rightarrow [\text{HO}^{-}]^s = C_0(2 - \alpha)$$

On en déduit :

$$[\text{AcOEt}]^s = C_0(1 - \alpha)$$

$$[\text{HO}^{-}]^s = C_0(2 - \alpha)$$

De plus :

$$D_v C_0 \alpha = v V = k([\text{AcOEt}]^s)^1 ([\text{HO}^{-}]^s)^1 V$$

$$D_v C_0 \alpha = v V = k[\text{AcOEt}]^s [\text{HO}^{-}]^s V$$

Ainsi :

$$D_v C_0 \alpha = k V C_0^2 (1 - \alpha)(2 - \alpha)$$

$$- D_v C_0 \alpha + k V C_0^2 (2 - \alpha - 2\alpha + \alpha^2) = 0$$

$$\frac{-D_v}{k V C_0} \alpha + 2 - 3\alpha + \alpha^2 = 0$$

$$\alpha^2 - (3 + \frac{D_v}{k V C_0}) \alpha + 2 = 0$$

A.N. :

$$\frac{D_v}{k V C_0} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{0.11 \cdot 6 \cdot 1} = 3.8 \cdot 10^{-2}$$

L'équation devient donc :

$$\alpha^2 - 3.038 \alpha + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3.038)^2 - 4 * 2 = 1.23 > 0$$

Parmi les deux solutions réelles, on considère la seule qui est cohérente (c'est à dire entre 0 et 1)

$$\alpha_1 = \frac{3.038 - \sqrt{1.23}}{2} = 96.4 \%$$

On trouve : $\alpha = 96.4 \%$

2. Dans le réacteur, un serpentin immergé maintient la température interne à 25°C. Pour cela, de l'eau entre dans le serpentin à 15 °C et en sort à 20 °C. La puissance échangée par le serpentin vaut alors $hS\Delta T_{\text{serp}}$ avec :

- h est le coefficient d'échange thermique $594 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$;

- S la surface immergée

- ΔT_{serp} un facteur effectif de refroidissement qui vaut -7,21 K.

Estimer la valeur de S dans le cadre du fonctionnement de ce réacteur.

Le premier principe industriel pour une transformation chimique est :

$$D_m (\Delta h_{\text{phys}} + \Delta h_{\text{chim}}) = P_{\text{th}}$$

soit ici :

$$D_m (\Delta h_{\text{phys}} + \Delta h_{\text{chim}}) = -hS\Delta T_{\text{serp}}$$

On est en solution aqueuse infiniment diluée, on ne tient pas en compte de l'effet des solutés sur la variation d'enthalpie. Il n'y a donc pas d'effet sur le fait que la concentration en HO^- est deux fois plus grande.

$$- D_m \Delta h_{\text{phys}} = D_{m,\text{eau contenant HO}^-} c_p^{\text{eau}} (T_s - T_{\text{HO}^-}^e) + D_{m,\text{eau contenant AcOEt}} c_p^{\text{eau}} (T_s - T_{\text{AcOEt}}^e)$$

Or, on a le même débit volumique D_v pour les deux voies d'entrées du réacteur

$$- D_m \Delta h_{\text{phys}} = \rho_{\text{eau}} D_v c_p^{\text{eau}} (T_s - T_{\text{HO}^-}^e) + \rho_{\text{eau}} D_v c_p^{\text{eau}} (T_s - T_{\text{AcOEt}}^e)$$

Or : $T_s = T_{\text{HO}^-}^e = 20^\circ\text{C}$ donc $T_s - T_{\text{HO}^-}^e = 0$

donc

$$D_m \Delta h_{\text{phys}} = \rho_{\text{eau}} D_v c_p^{\text{eau}} (T_s - T_{\text{AcOEt}}^e)$$

$$- D_m \Delta h_{\text{chim}} = \frac{dm}{dt} \Delta h_{\text{chim}} = \frac{d(m^* \Delta h_{\text{chim}})}{dt} = \frac{d(m^* \frac{\Delta H_{\text{chim}}}{m})}{dt} = \frac{d(\Delta H_{\text{chim}})}{dt} = \frac{d(\xi \Delta_r H^\circ)}{dt} = \Delta_r H^\circ \frac{d(\xi)}{dt} = v V \Delta_r H^\circ$$

$$D_m \Delta h_{\text{chim}} = \Delta_r H^\circ k V C_0^2 (1 - \alpha)(2 - \alpha)$$

On en déduit :

$$S = \frac{\rho_{\text{eau}} D_v c_p^{\text{eau}} (T_s - T_{\text{HO}^-}^e) + \Delta_r H^\circ k V C_0^2 (1 - \alpha)(2 - \alpha)}{-h \Delta T_{\text{serp}}}$$

A.N. : (on choisit comme unité L, g, K, mol)

$$S = \frac{10^3 * 6 * 4.18 * (25 - 20) + -41.8 * 10^3 * 0.11 * 6 * 1^2 (1 - 0.246)(2 - 0.246)}{-594 * (-7.21)}$$

$$S = \frac{10^3 \cdot 30 \cdot 4.18 \cdot (-41.8) \cdot 10^3 \cdot 0.11 \cdot 6 \cdot (0.754) \cdot (1.754)}{-594 \cdot (-7.21)}$$

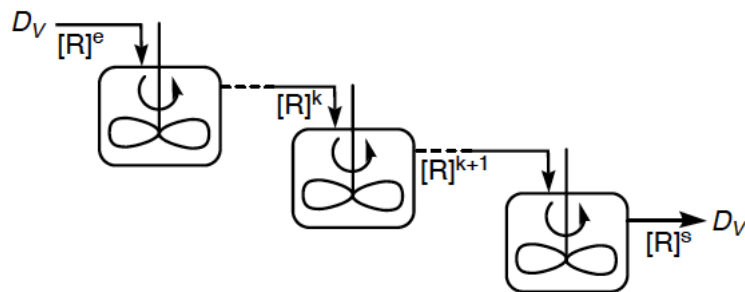
$$S = 2,84 \times 10^{-1} m^2$$

Données :

- capacité thermique massique de l'eau $c_{p,eau} = 4,18 J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$;
- masse volumique de l'eau $\rho_{eau} = 1000 g \cdot L^{-1}$.

Exercice 7 : Association de plusieurs RCPA (***)

On étudie l'association en série de n RCPA isothermes de volumes V identiques. Le premier est alimenté par un flux liquide de débit volumique D_v contenant un réactif R à la concentration $[R]^e$. La concentration en réactif en sortie du dernier réacteur est notée $[R]^s$. Le $k^{ème}$ réacteur reçoit un flux de réactif à la concentration $[R]^k$ et libère un flux de réactifs à la concentration $[R]^{k+1}$.



On suppose que le réactif R est converti en produits avec une cinétique d'ordre 1 par rapport à R avec une constante de vitesse k .

1. Déterminer la relation entre $[R]^{k+1}$ et $[R]^k$ en fonction de D_v , k et V .

Commençons par faire un bilan de matière, sur la quantité de réactif R, dans le $k^{ème}$ réacteur RCPA :

$$n_R(t + dt) = n_R(t) + dn_R^e - dn_R^s + dn_R^r$$

En régime stationnaire, on a toujours : $n_R(t + dt) = n_R(t)$. Ainsi :

$$dn_R^e - dn_R^s + dn_R^r = 0$$

$$D_v [R]^k dt - D_v [R]^{k+1} dt + vV dt = 0$$

La cinétique est d'ordre 1 par rapport au réactif R donc :

$$v = k[R]^{k+1}$$

Donc :

$$[R]^{k+1} = \frac{[R]^k}{1 + \frac{kV}{D_v}}$$

2. En déduire la relation entre $[R]^s$ et $[R]^e$ puis l'expression du taux de conversion en R en sortie de l'ensemble les réacteurs.

Par récurrence, on a :

$$[R]^s = \frac{[R]^e}{\left(1 + \frac{kV}{D_v}\right)^n} = [R]^e (1 - \alpha) \Rightarrow \alpha = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{kV}{D_v}\right)^n}$$

3. Quelle doit être le nombre de RCPA à mettre en série pour obtenir un taux de conversion de 80 %?

$$1 - \alpha = \frac{1}{\left(1 + \frac{kV}{D_v}\right)^n} \Rightarrow \ln(1 - \alpha) = -n \ln\left(1 + \frac{kV}{D_v}\right)$$

$$n = -\frac{\ln(1 - \alpha)}{\ln\left(1 + \frac{kV}{D_v}\right)} = 6,8$$

Il faut mettre 7 RCPA en série pour obtenir le taux de conversion de 80 %.

4. Quel serait le volume V_1 d'un RCPA unique réalisant le même taux de conversion? Commenter.

Pour un unique RCPA :

$$[R]^s = [R]^e(1 - \alpha) = \frac{[R]^e}{1 + \frac{kV_1}{D_v}} \Rightarrow V_1 = \frac{D_v}{k} \frac{\alpha}{1 - \alpha} = 755 L > 7 \times 50 L$$

Ce volume est deux fois plus grand que le volume total d'une installation de 7 RCPA en série.

5. Quel serait le volume V_2 d'un réacteur piston unique réalisant le même taux de conversion? Commenter.

Système d'étude : {tranche de largeur dx }

Raisonnons sur la quantité de réactif R :

$$dn_R(t + dt) = dn_R(t) + d^2n_R^e - d^2n_R^s + d^2n_R^r$$

En régime stationnaire, on a toujours : $dn_R(t + dt) = dn_R(t)$. Ainsi :

$$d^2n_R^e - d^2n_R^s + d^2n_R^r = 0$$

$$[R](x)D_v - [R](x + dx)D_v - v dV = 0$$

$$[R](x + dx) - [R](x) + \frac{v}{D_v} S dx = 0$$

$$\frac{[R](x + dx) - [R](x)}{dx} + \frac{v}{D_v} S = 0$$

$$\frac{d[R]}{dx} + \frac{k[R]}{D_v} S = 0$$

Méthode de la séparation des variables :

$$\frac{d[R]}{[R]} = -\frac{kS}{D_v} dx$$

Il est possible d'intégrer entre la position $x = 0$ et $x = L$ dans le piston, ce qui donne :

$$\ln\left(\frac{[R]^s}{[R]^e}\right) = -\frac{kS}{D_v} L = -\frac{kV}{D_v}$$

$$\ln(1 - \alpha) = -\frac{kV}{D_v}$$

On en déduit que :

$$V_2 = -\frac{D_v}{k} \ln(1 - \alpha) = 304 L < 7 \times 50 L$$

Ce volume est inférieur au volume total de l'installation avec les 7 RCPA en série. Le RP est plus performant que le RCPA même en série.

6. Montrer que quand n tend vers $+\infty$, la somme des volumes de tous les RCPA (V_{tot}) tend vers $-\frac{D_v}{k} \ln(1 - \alpha)$. Commenter.

Pour les RCPA, on a montré que :

$$1 - \alpha = \frac{1}{\left(1 + \frac{kV}{D_v}\right)^n} \Rightarrow (1 - \alpha)^{-\frac{1}{n}} = 1 + \frac{kV}{D_v}$$

$$V = \frac{D_v}{k} \left((1 - \alpha)^{-\frac{1}{n}} - 1\right)$$

Or :

$$(1 - \alpha)^{-\frac{1}{n}} - 1 = \exp\left(-\frac{\ln(1-\alpha)}{n}\right) - 1 \approx 1 - \frac{\ln(1-\alpha)}{n} - 1 = -\frac{\ln(1-\alpha)}{n}$$

Donc :

$$V_{tot} = nV = -\frac{D_v}{k} \ln(1 - \alpha)$$

Ainsi, une association d'une infinité de RCPA est équivalente à un RP.

Données : $V = 50 \text{ L}$; $D_v = 10 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$; $k = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$