

## I Le feu

Contrairement à ce que dit l'énoncé, une réaction de combustion peut démarrer sans élévation de température du milieu. La présence simultanée d'un oxydant et d'un réducteur peut suffire. Pour ne citer qu'un exemple, les mélanges dits hypergoliques qui sont utilisés pour la propulsion de certains engins spatiaux ne nécessitent pas de système d'allumage. C'est ce type de mélange qui a été utilisé sur le module lunaire des missions Apollo.

Le «triangle du feu» peut très bien n'avoir que deux côtés.

### I.A Démarrage d'une combustion

1. La loi d'ARRHENIUS s'écrit :  $k(T) = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}$  où

$T$	température
$k$	constante de vitesse de la réaction considérée
$E_a$	énergie molaire d'activation
$R$	constante des gaz parfaits

Tous les paramètres étant positifs dans la formule précédente, la constante de vitesse est une fonction croissante de la température.

La vitesse de réaction augmente si la température augmente.

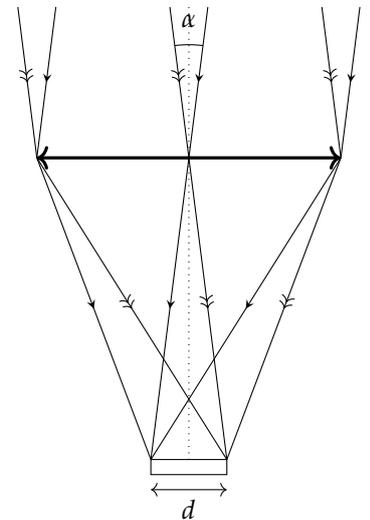
2. L'énoncé demande de justifier une proposition écrite au conditionnel. Nous pouvons donc nous contenter de donner une justification dont nous ne sommes pas certains :

Si le combustible est en phase liquide ou solide, le contact avec le comburant ne se fait que par la surface. Les quantités de matières impliquées sont faibles.

Si le combustible et le comburant sont en phase gazeuse, la totalité des réactifs peuvent réagir dès le démarrage, la réaction sera alors plus aisée. (Sans que l'on sache ce qu'est une réaction «aisée».)

3. On note :

- $\sigma = 100 \text{ g/m}^2$  la masse surfacique du papier
- $c = 1,4 \text{ kJ/K/kg}$  la capacité thermique massique du papier
- $f' = 10 \text{ cm}$  la distance focale de la lentille
- $r = 5 \text{ cm}$  le rayon de la lentille
- $P_s = 800 \text{ W/m}^2$  la puissance surfacique reçue
- $\tau = 0,25$  la fraction de la puissance absorbée par la lentille
- $\alpha = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$  le diamètre angulaire du Soleil
- $d$  le diamètre de la zone éclairée sur le papier
- $T_i = 293 \text{ K}$  la température initiale
- $T_f = 505 \text{ K}$  la température d'inflammation
- $t_c$  la date de début de combustion



Les équations sont :

$$\begin{cases} P = P_s \pi r^2 (1 - \tau) & \text{puissance reçue par le papier} \\ d = \alpha f' & \text{diamètre de la zone éclairée} \\ c \sigma \pi \frac{d^2}{4} (T_f - T_i) = P t_c & \text{premier principe appliqué au disque de papier éclairé} \end{cases}$$

La date cherchée est donc :  $t_c = \frac{c \sigma \alpha^2 f'^2 (T_f - T_i)}{4 P_s r^2 (1 - \tau)}$

$t_c = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$        $t_c = \frac{(1,4 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1})(0,10 \text{ kg m}^{-2})(8,3 \cdot 10^{-3} \text{ rad})^2 (10 \text{ cm})^2 (505 \text{ K} - 293 \text{ K})}{4(800 \text{ W m}^{-2})(5 \text{ cm})^2 (1 - 0,25)}$

4. • Le papier échange de l'énergie thermique avec l'air ambiant, sa température s'élève donc moins rapidement que lors de la transformation étudiée à la question précédente.

• De même, la zone éclairée est sûrement plus grande que celle décrite précédemment : la feuille n'est pas dans le plan focal objet de la loupe, celle-ci a sûrement des aberrations.

• Le papier noir absorbe plus d'énergie que le papier blanc, sa température s'élève donc plus rapidement.

## I.B Combustion du bois

5. On note  $\begin{cases} w_C = 0,50 \\ w_H = 0,06 \\ w_O = 0,44 \end{cases}$  les fractions massiques des trois éléments. En notant  $m_i$  les masses,  $n_i$  les quantités de matière et  $M_i$

les masses molaire des trois éléments considérés, la fraction molaire en carbone est :  $x_C = \frac{n_C}{n_C + n_O + n_H}$

Donc  $x_C = \frac{\frac{w_C}{M_C}}{\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H}}$ . Ce qui donne  $x_C = \frac{1}{1 + \frac{M_C}{w_C} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)}$ .

De même pour les deux autres fractions molaires :  $\begin{cases} x_C = \frac{1}{1 + \frac{M_C}{w_C} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_O = \frac{1}{1 + \frac{M_O}{w_O} \left( \frac{w_C}{M_C} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_H = \frac{1}{1 + \frac{M_H}{w_H} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_C}{M_C} \right)} \end{cases}$ .

Donc  $\begin{cases} x_O = \frac{1 + \frac{M_C}{w_C} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)}{1 + \frac{M_O}{w_O} \left( \frac{w_C}{M_C} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_C = \frac{1 + \frac{M_O}{w_O} \left( \frac{w_C}{M_C} + \frac{w_H}{M_H} \right)}{1 + \frac{M_C}{w_C} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_H = \frac{1 + \frac{M_C}{w_C} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)}{1 + \frac{M_H}{w_H} \left( \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_C}{M_C} \right)} \end{cases}$ . Et donc  $\begin{cases} x_O = 0,66 \\ x_C = 1,44 \\ x_H = 1,44 \end{cases}$  en donnant un nombre inapproprié de chiffres significatifs.  $w_H$

n'étant donné qu'avec un seul chiffre significatif, il n'est pas pertinent d'en donner trois pour  $x_H$ .

Nous avons donc montré, en trichant un peu, que la formule brute cherchée est :  $\boxed{\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}}$

Toutes les valeurs numériques dans la suite seront données avec un nombre de chiffres significatifs aussi peu pertinent que ceux de cette question.

6. L'équation bilan de la combustion est alors :  $\boxed{\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66} + 1,03\text{O}_2 \longrightarrow \text{CO}_2 + 0,72\text{H}_2\text{O}}$

7. On note  $P_m$  le pouvoir calorifique inférieur, que l'on peut aussi appelé puissance massique. L'enthalpie de réaction est alors

$\Delta_r H = -P_m M_{\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}}$ . Donc  $\Delta_r H = -0,46 \text{ MJ mol}^{-1}$

8. La réaction de pyrolyse est :  $\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66} \longrightarrow 0,34\text{C} + 0,66\text{CO} + 0,72\text{H}_2$

La réaction de combustion des gaz issus de la pyrolyse dans l'air est :  $0,66\text{CO} + 0,72\text{H}_2 + 1,02\text{O}_2 \longrightarrow 0,66\text{CO}_2 + 0,72\text{H}_2\text{O}$

La loi de HESS s'écrit alors :  $\Delta_r H^0 = 0,72\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}_{(g)}) + 0,66\Delta_f H^0(\text{CO}_2) - 0,66\Delta_f H^0(\text{CO})$

Donc  $\Delta_r H^0 = -361 \text{ kJ mol}^{-1}$

En comparant cette valeur à celle trouvée à la question précédente, on voit que 80 % environ de l'énergie thermique libérée est fournie par la combustion des gaz issus de la pyrolyse du bois.

9. On note :

- $T_i = 293 \text{ K}$  la température initiale de la pièce ;
- $T_f$  la température en fin de combustion ;
- $C = 6,0 \cdot 10^5 \text{ J K}^{-1}$  la capacité thermique à pression constante de la pièce ;
- $m = 1 \text{ kg}$  la masse de bois brûlé ;
- $P_m = 19 \text{ MJ kg}^{-1}$  la puissance massique due à la combustion.

Le premier principe de la thermodynamique appliqué à la pièce s'écrit :  $C(T_f - T_i) = mP_m$ .

Donc  $T_f = T_i + \frac{mP_m}{C}$ . Soit  $T_f = 325 \text{ K}$

Il est assez difficile de deviner quel est le commentaire attendu. Peut être qu'une phrase comme l'une de celles-ci convient :

- La combustion d'un kilogramme de bois permet d'élever la température de la pièce de façon significative. La combustion du bois peut être utilisée comme technique de chauffage.
- L'élévation de température n'est pas suffisante pour déclencher la combustion des objets présents dans la pièce.
- Le calcul fait n'a pas grand intérêt, dans une pièce réelle chauffée de cette façon, l'équilibre thermique ne sera pas assuré. Les surfaces exposées au rayonnement du foyer, ainsi que les objets proches de la bûche auront des températures bien supérieures à la température d'équilibre. Le risque est très élevé que le feu se propage à toute la pièce.

## I.C Propagation de la chaleur dans le combustible

10. Les trois modes de transferts thermiques sont :

- la diffusion thermique : l'énergie thermique se propage de proche en proche, quelque soit la nature du milieu considéré ;
- la convection : si un objet matériel se déplace, il entraîne avec lui son énergie interne. Cet effet se produit spontanément dans les fluides.

- le rayonnement : les objets échangent de l'énergie électromagnétique par rayonnement. La puissance transmise étant d'autant plus grande que la différence de température entre les corps est grande. Cet effet ne se produit que dans les milieux transparents dans la gamme de longueurs d'onde rayonnées.

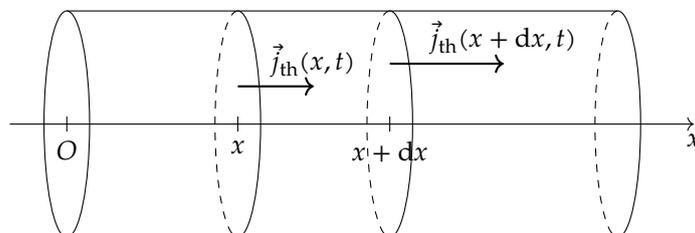
11. Le rôle joué par trois contributions :

- la diffusion thermique : les corps solides présents s'échauffent uniquement par ce biais.
- la convection : les gaz présents sont mis en mouvement. Cela entraîne un transfert thermique des zones où la combustion se déroule vers les zones qui n'ont pas encore brûlées. La convection est aussi importante car elle permet à l'air froid et contenant encore de l'oxygène d'arriver à proximité des zones qui brûlent.
- le rayonnement : les zones incandescentes émettent un rayonnement électromagnétique dans l'infrarouge et le visible qui chauffe des objets qui peuvent être éloignés de la source. Ce mode de transfert contribue donc à la propagation des incendies.

12. On considère une tranche comprise entre  $x$  et  $x + dx$  et l'on fait un bilan d'énergie entre les instants  $t$  et  $t + dt$ .

La capacité thermique à pression constante du système est :

$$dC_p = S dx \mu c_p$$



La variation de l'enthalpie du système :  $d^2H = dC_p [T(x, t + dt) - T(x, t)]$

$$\text{Donc } d^2H = S \mu c_p \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) S dx dt$$

La variation de l'enthalpie du système peut aussi s'écrire, en tenant compte des échanges avec l'extérieur :

$$d^2H = j_{th}(x, t) S dt - j_{th}(x + dx, t) S dt + P_c \mu S dx dt$$

$$\text{Donc } d^2H = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}(x, t) S dx dt + P_c \mu S dx dt$$

$$\text{L'équation de la diffusion est alors : } \mu c_p \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) S dx dt = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}(x, t) S dx dt + P_c \mu S dx dt$$

$$\text{Ce qui se simplifie en : } \mu c_p \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}(x, t) + P_c \mu S$$

$$\text{Or d'après la loi de FOURIER : } j_{th}(x, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(x, t)$$

$$\text{Donc } \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = \frac{\lambda}{\mu c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t) + \frac{P_c}{c_p}$$

$$\text{Donc } \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t) + \kappa \text{ avec } \begin{cases} D = \frac{\lambda}{\mu c_p} \\ \kappa = \frac{P_c}{c_p} \end{cases}$$

13. Dans la zone non-altérée, la puissance thermique est nulle, donc  $\kappa = 0$  et l'équation de la diffusion est :  $\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t)$

14. On note  $\ell = 10 \text{ cm}$  la distance typique étudiée. Le temps de diffusion est  $\tau_d \approx \frac{\ell^2}{D}$ .

La durée de combustion peut être estimée en déterminant le temps nécessaire pour que la température du bois passe de  $T_i$

$$\text{à } T_c : P_m \tau_c = c_p (T_c - T_i). \text{ Donc } \tau_c \approx \frac{c_p (T_c - T_i)}{P_m}.$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \tau_d \approx \frac{\ell^2}{D} \\ \tau_c \approx \frac{c_p (T_c - T_i)}{P_m} \end{cases} \text{ Soit } \begin{cases} \tau_d \approx 1,0 \cdot 10^5 \text{ s} \\ \tau_c \approx 1,0 \cdot 10^2 \text{ s} \end{cases}.$$

$\tau_d \gg \tau_c$  : le temps caractéristique de diffusion est très grand devant le temps de combustion.

15.  $c$  est la vitesse d'avancement du front de combustion.

$$\text{16. On pose } T(x, t) = \theta(u) \text{ et } u = x - ct : \begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d^2 \theta}{du^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} = -c \frac{d\theta}{du} \end{cases}$$

$$\text{L'équation de la diffusion est alors : } \begin{cases} D \frac{d^2 \theta}{du^2} + c \frac{d\theta}{du} + \kappa = 0 & \text{dans la zone de combustion} \\ D \frac{d^2 \theta}{du^2} + c \frac{d\theta}{du} = 0 & \text{dans la zone inaltérée} \end{cases}$$

En notant  $\theta'(u)$  la dérivée de  $\theta(u)$  :

$$\begin{cases} D \frac{d\theta'}{du} + c\theta'(u) + \kappa = 0 & \text{dans la zone de combustion} \\ D \frac{d\theta'}{du} + c\theta'(u) = 0 & \text{dans la zone inaltérée} \end{cases}$$

17. Les solutions générales des équations précédentes sont :

$$\begin{cases} \theta'(u) = \alpha_2 e^{-\frac{cu}{D}} - \frac{\kappa}{c} = 0 & \text{dans la zone de combustion} \\ \theta'(u) = \alpha_3 e^{-\frac{cu}{D}} & \text{dans la zone inaltérée} \end{cases}$$

En intégrant par rapport à  $u$  :

$$\begin{cases} \theta_2(u) = a_2 - \frac{\alpha_2 D}{c} e^{-\frac{cu}{D}} - \frac{\kappa}{c} u = 0 & \text{dans la zone de combustion} \\ \theta_3(u) = a_3 - \frac{\alpha_3 D}{c} e^{-\frac{cu}{D}} & \text{dans la zone inaltérée} \end{cases}$$

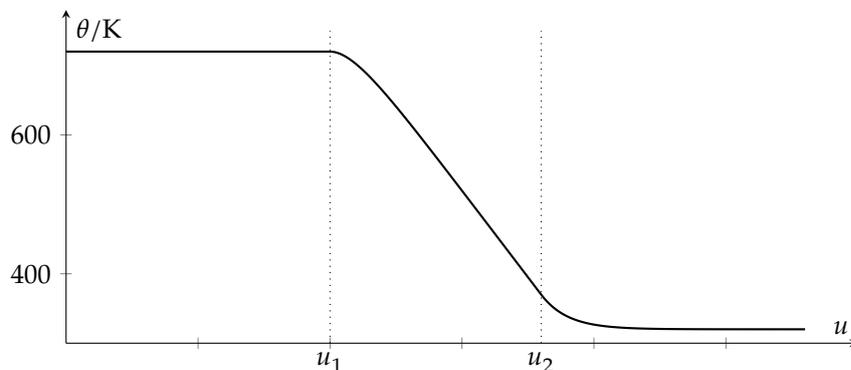
En renommant les constantes, et en tenant compte du fait que la température est uniforme dans la zone brûlée :

$$\begin{cases} \theta_1(u) = a_1 & \text{pour } u < u_1 \\ \theta_2(u) = a_2 + b_2 e^{-\frac{cu}{D}} - \frac{\kappa}{c} u = 0 & \text{pour } u_1 < u < u_2 \\ \theta_3(u) = a_3 + b_3 e^{-\frac{cu}{D}} & \text{pour } u > u_2 \end{cases}$$

18. Pour  $u < u_1$ , la température est uniforme et elle vaut  $T_c$  :  $a_1 = T_c$ .

Dans la limite  $u \rightarrow +\infty$ , la température est  $T_\infty$  :  $a_3 = T_\infty$ .

19. L'allure de la courbe est :



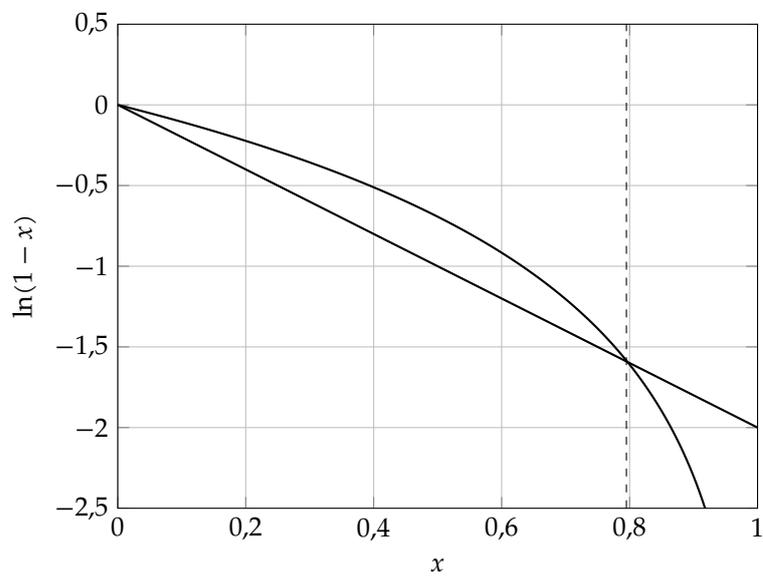
20. Aux interfaces, il y a continuité de la température et du vecteur densité de courant thermique. Comme la conductivité

thermique est la même dans les trois domaines :

$$\begin{cases} \theta_1(u_1^-) = \theta_2(u_1^+) \\ \theta_2(u_2^-) = \theta_3(u_2^+) \\ \frac{d\theta_1}{du}(u_1^-) = \frac{d\theta_2}{du}(u_1^+) \\ \frac{d\theta_2}{du}(u_2^-) = \frac{d\theta_3}{du}(u_2^+) \end{cases}$$

21. On considère l'équation donnée :  $\frac{c^2}{\kappa D} (T_c - T_\infty) = -\ln \left[ 1 - \frac{c^2}{\kappa D} (T_i - T_\infty) \right]$

On pose  $x = \frac{c^2}{\kappa D} (T_i - T_\infty)$ , l'équation précédente est alors :  $\frac{T_c - T_\infty}{T_i - T_\infty} x = -\ln(1 - x)$



L'abscisse du point d'intersection des deux courbes est  $x = 0,80$ . Donc  $c = \sqrt{\frac{xP_c D}{c_p(T_i - T_\infty)}}$

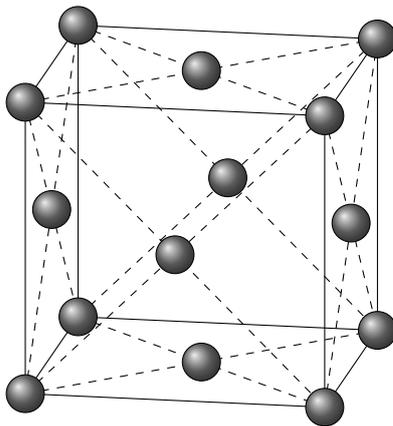
Donc  $c = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$   $c = \sqrt{\frac{0,80(4,0 \cdot 10^3 \text{ W kg}^{-1})(1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1})}{(2,0 \cdot 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1})(520 \text{ K} - 320 \text{ K})}}$

22.  $c$  est la vitesse de propagation du front de combustion. Pour qu'une buche de longueur  $L = 1 \text{ m}$  brule complètement, il faut donc une durée  $\tau = \frac{L}{c}$ . Donc  $\tau = 3,5 \cdot 10^4 \text{ s}$ . Soit  $\tau = 9,8 \text{ h}$

## II Le plomb

### II.A L'élément plomb – Oxydation du plomb

23. La maille cubique à face centrée est représentée ci-dessous :



On note  $a$  le côté de la maille. Il y a quatre atomes par maille. La masse volumique du solide est donc :  $\rho = \frac{4M_{\text{Pb}}}{N_A a^3}$ .

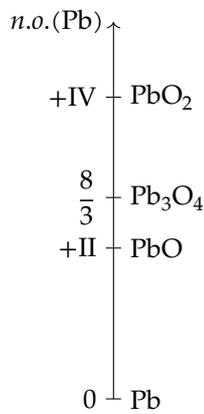
Donc  $a = \sqrt[3]{\frac{4M_{\text{Pb}}}{\rho N_A}}$ . Donc  $a = 4,95 \cdot 10^{-10} \text{ m}$   $a = \sqrt[3]{\frac{4(2,07 \cdot 10^2 \text{ g mol}^{-1})}{(1,14 \cdot 10^1 \text{ g cm}^{-3})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}}$

24. La température de fusion du plomb est de  $327^\circ\text{C}$  et celle d'ébullition de  $1749^\circ\text{C}$ . Si la température maximale est de  $800^\circ\text{C}$ , on pouvait donc trouver du plomb à l'état solide et à l'état liquide.

25. Les différentes réactions d'oxydation du plomb sont :

$$\begin{cases} 2 \text{Pb} + \text{O}_2 \longrightarrow 2 \text{PbO} \\ \frac{3}{2} \text{Pb} + \text{O}_2 \longrightarrow \frac{1}{2} \text{Pb}_3\text{O}_4 \\ \text{Pb} + \text{O}_2 \longrightarrow \text{PbO}_2 \end{cases}$$

26. Le nombre d'oxydation du plomb est :



Le nombre d'oxydation du plomb n'est pas entier dans le minium. Cela signifie que les trois atomes de plomb n'ont pas le même nombre d'oxydation. On peut supposer que deux atomes ont un nombre d'oxydation +II et qu'un atome a un nombre d'oxydation +IV.

27. On considère la réaction :  $2 \text{Pb} + \text{O}_2 \longrightarrow 2 \text{PbO}$ .

Les équations sont :

$$\begin{cases} \Delta_r H^0 = 2\Delta_f H^0(\text{PbO}) & \text{loi de Hess} \\ \Delta_r S^0 = 2S_m^0(\text{PbO}) - S_m^0(\text{O}_2) - 2S_m^0(\text{Pb}) & \text{loi de Hess} \\ \Delta_r G^0 = \Delta_r H^0 - T\Delta_r S^0 \\ K^0(T) = e^{-\frac{\Delta_r G^0}{RT}} & \text{définition de la constante d'équilibre} \end{cases}$$

Donc 
$$K^0(T) = \exp \left[ -\frac{2\Delta_f H^0(\text{PbO}) - T[2S_m^0(\text{PbO}) - S_m^0(\text{O}_2) - 2S_m^0(\text{Pb})]}{RT} \right]. \quad K^0 = 9,09 \cdot 10^{65}$$

28. La variance n'est pas une propriété d'une réaction chimique, mais d'un système. La question posée n'a pas grand sens. Heureusement, pour les systèmes étudiés, la variance ne dépend pas de la composition initiale du système.

Les états physiques des constituants étant identiques pour les trois équilibres, la variance est la même.

Pour  $2 \text{Pb} + \text{O}_2 \longrightarrow 2 \text{PbO}$  :

$$\begin{cases} X = 2 & T, P \\ Y = 1 & \text{loi d'action des masses } K^0 = Q \end{cases}$$

Donc, le système est monovariant  $v = 1$

L'énoncé demande d'étudier l'effet d'une perturbation, mais sans préciser la situation initiale! En particulier, les quatre espèces ne peuvent pas coexister. Il y a au plus, deux des quatre espèces qui peuvent être présentes dans l'équilibre initial. Si on considère, par exemple, que l'oxyde de plomb PbO coexiste avec le plomb Pb. Il existe alors une pression partielle en

oxygène  $P_{\text{O}_2, \text{éq}}$  qui permet de réaliser l'équilibre. La constante d'équilibre est alors  $K^0 = \frac{P^0}{P_{\text{O}_2, \text{éq}}}$ .

Le produit de réaction est  $Q = \frac{P^0}{P_{\text{O}_2}}$ .

Donc, si  $P_{\text{O}_2} < P_{\text{O}_2, \text{éq}}$ ,  $Q > K^0$ .

L'équilibre est rompu dans le sens de la formation du plomb.

29. À 298 K, la pression en oxygène à l'équilibre est telle que  $RT \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0} = -375 \text{ kJ/mol}$  et  $K^0 = \frac{P^0}{P_{\text{O}_2}}$ .

Donc  $K^0 = e^{\frac{375 \text{ kJ/mol}}{RT}}$ . Soit  $K^0 = 5,8 \cdot 10^{65}$

30. Dans les gaz brûlés, la pression en oxygène est faible devant la pression de référence. Si on suppose que la pression en oxygène est telle que  $-300 \text{ kJ/mol} < RT \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0} < 0$ , le seul composé à l'équilibre est l'oxyde de plomb PbO.

Le seul composé présent est l'oxyde de plomb PbO.

## II.B Détection du plomb

31. Seul la raie L a une énergie proche de celle détectée :  $14,30 \text{ keV} \approx 15 \text{ keV}$ .

Seule la raie L est détectée par un détecteur à rayons X.

32. L'énergie associée à la raie  $K_\alpha$  est  $E_{K_\alpha} = E_L - E_K$ . Donc  $E_{K_\alpha} = 73,7 \text{ keV}$ .

La longueur d'onde correspondante est  $\lambda = \frac{hc}{E_{K_\alpha}}$ . Soit  $\lambda = 1,68 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Cette raie n'est pas visible.

L'énergie associée à la raie  $K_\beta$  est  $E_{K_\beta} = E_M - E_K$ . Donc  $E_{K_\beta} = 85,0 \text{ keV}$ .

La longueur d'onde correspondante est  $\lambda = \frac{hc}{E_{K_\beta}}$ . Soit  $\lambda = 1,46 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Cette raie n'est pas visible.

33. Sur le deuxième graphique, on voit les raies  $K_\alpha$  et  $K_\beta$ .

### III L'eau

#### III.A Extinction du feu

34. On considère la réaction  $2\text{H}_2\text{O} \longrightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$ .

La constante d'équilibre est  $K^0 = \exp \left[ \frac{2\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}) + T [S_m^0(\text{O}_2 + 2S_m^0(\text{H}_2) - 2S_m^0(\text{H}_2\text{O}))]}{RT} \right]$

À la température de 1000 K :  $K^0 = 1,18 \cdot 10^{-10}$ .

L'eau ne se décompose pas à température élevée. (ce que tout le monde sait, sans faire un tel calcul...)

35. On note :

- $m = 1$  kg la masse d'eau étudiée;
- $T_i = 288$  K la température initiale;
- $T_f = 1073$  K la température finale;
- $T_v = 373$  K la température de vaporisation de l'eau;
- $c_{pl} = 4180$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> la capacité thermique massique de l'eau liquide;
- $c_{pv} = 1850$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> la capacité thermique massique de l'eau gazeuse.

L'énergie demandée est  $Q = m [c_{pl}(T_v - T_i) + \Delta_{\text{vap}}H^0 + c_{pv}(T_f - T_v)]$ . Soit  $Q = 3,91$  MJ

36. On note :

- $D_v = 500$  L min<sup>-1</sup> le débit volumique;
- $\rho = 1,00 \cdot 10^3$  kg m<sup>-3</sup> la masse volumique de l'eau;
- $\alpha = 0,33$  la fraction de l'eau qui se vaporise;
- $Q_m = 3,91$  MJ kg<sup>-1</sup> l'énergie massique calculée à la question précédente;
- $P$  la puissance que peut traiter une lance.

Alors  $P = \alpha \rho D_v Q_m$ . Soit  $P = 11$  MW.

Il aurait fallu environ 140 lances à incendie de ce type pour éteindre le feu.

37. On note :

- $\tau = 1$  min la durée;
- $P = 1,00 \cdot 10^5$  Pa la pression;
- $T = 373$  K la température de la vapeur d'eau formée;
- $M(\text{H}_2\text{O}) = 18$  g mol<sup>-1</sup> la masse molaire de l'eau;
- $V$  le volume de vapeur d'eau cherché.

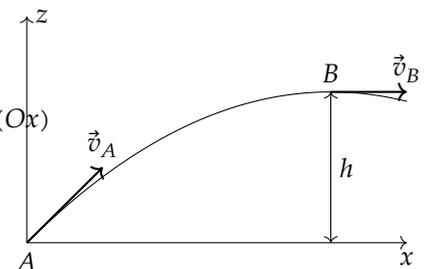
En utilisant la loi des gaz parfaits  $V = \tau \frac{\alpha \rho D_v R T}{M(\text{H}_2\text{O}) P}$ . Soit  $V = 287$  m<sup>3</sup>.

#### III.B Lances à incendie

38. Quel peut bien être l'intérêt de cette question ?

On considère une goutte d'eau. Les équations sont :

$$\begin{cases} v_{Ax} = v_{Ay} = \frac{v}{\sqrt{2}} & \text{angle initial de } 45^\circ \\ v_{Ax} = v_{Bx} & \text{conservation de la quantité de mouvement selon } (Ox) \\ \frac{1}{2}m(v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2) = mgh + \frac{1}{2}mv_{Bx}^2 & \text{conservation de l'énergie mécanique} \end{cases}$$



Donc  $v = 2\sqrt{gh}$ .

On estime  $h = 30$  m. Donc  $v = 35$  m/s.

39. La vitesse de l'eau dans le tuyau est  $V_e = \frac{4Q}{\pi d^2}$ . Soit  $V_e = 2,17$  m s<sup>-1</sup>

L'extrémité de la lance à incendie est plus étroite que la tuyau. La vitesse de l'eau à la sortie est donc plus élevée que dans le tuyau.

40. En appliquant la loi de la statique des fluides :  $\Delta P = \rho gh$ . Soit  $\Delta P = 2,9 \cdot 10^5$  Pa

41. Le nombre de REYNOLDS est  $R_e = \frac{\rho d V_e}{\eta}$ .

$$\text{Soit } R_e = 1,5 \cdot 10^5. \quad R_e = \frac{(1,00 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3})(70 \text{ mm})(2,17 \text{ m s}^{-1})}{1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}^{-1}}$$

$R_e > 2 \cdot 10^3$  : L'écoulement est turbulent.

42.  $J$  étant une pression divisée par une longueur, les dimensions des différents termes sont :

$$\begin{cases} [J] = ML^{-2}T^{-2} \\ \left[ \frac{\rho V^2}{2d} \right] = \frac{M}{L^3} \cdot \frac{L^2}{T^2} \cdot \frac{1}{L} = \frac{M}{L^2 T^2} \end{cases}$$

Or  $f = \frac{1}{J} \cdot \frac{\rho V^2}{2d}$ .  $f$  est un nombre sans dimension.

43. Cette question est absurde : le tableau a été rempli en supposant que les pertes de charges sont proportionnelles au carré du débit et proportionnelles à la longueur du tuyau. Quel peut être l'intérêt de vérifier des valeurs calculées avec un tableur ? On va supposer que  $f$  est indépendante de la longueur du tuyau.

44. Le nombre de REYNOLDS est  $R_e = \frac{2dV}{\eta}$  et le débit volumique est  $Q = \frac{\pi d^2 V}{4}$ . Donc  $Q = \frac{\pi d \eta R_e}{4\rho}$ .

On trouve donc :  $Q = 1649 \text{ L min}^{-1}$ .

Cette valeur ne figure pas dans le tableau donné, mais on peut calculer les pertes de charge comme le font les pompiers, en les supposant proportionnelles au carré du débit. Si on utilise la valeur de référence  $J_r = 0,55 \cdot 10^5 \text{ Pa/hm}$  pour un débit de

$$Q_r = 500 \text{ L/min} : J = J_r * \left( \frac{Q}{Q_r} \right)^2. \text{ Donc } J = 6,0 \cdot 10^5 \text{ Pa hm}^{-1}$$

Le coefficient  $f$  est alors  $f = \frac{2\rho d^3}{\eta^2 R_e^2} J : f = 1,6 \cdot 10^{-2}$ .

Avec la formule proposée : 
$$\frac{\epsilon}{d} = 3,7 \left[ 10^{-\frac{1}{2\sqrt{f}}} - \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right]$$

$$\text{Donc } \frac{\epsilon}{d} = 3,2 \cdot 10^{-4}.$$

45. La différence de pression est  $\Delta P = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} + \rho g h$  avec  $h = 35 \text{ m}$ .

$$\text{Donc } \Delta P = 4,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

46. On note  $P_e = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  la pression à l'entrée de la pompe, et  $P_s = 10,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  la pression à la sortie.

La puissance fournie par la pompe est  $\mathcal{D} = Q(P_s - P_e)$ .

$$\text{Donc } \mathcal{D} = 7,9 \text{ kW}$$

Il peut y avoir d'autres cause de pertes de charge :

- coude;
- vanne;
- ...

47. Cette dernière question, qui ne présente aucun intérêt scientifique est dédiée au Maréchal de MAC MAHON pour sa célèbre déclaration «Que d'eau! Que d'eau!» devant les inondations de Toulouse.

Le volume  $V$  d'eau peut être calculé en multipliant un certain nombre de données, mais pas toutes!

$$V = 18 \times (500 \text{ L/min}) \times (2 \text{ h})$$

$$\text{Donc } V = 1,1 \cdot 10^3 \text{ m}^3$$

