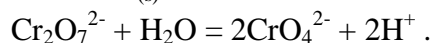


Corrigé CCINP PSI Physique-chimie 2022

Pauline BOULLEAUX-BINOT et Hervé DAFFIX

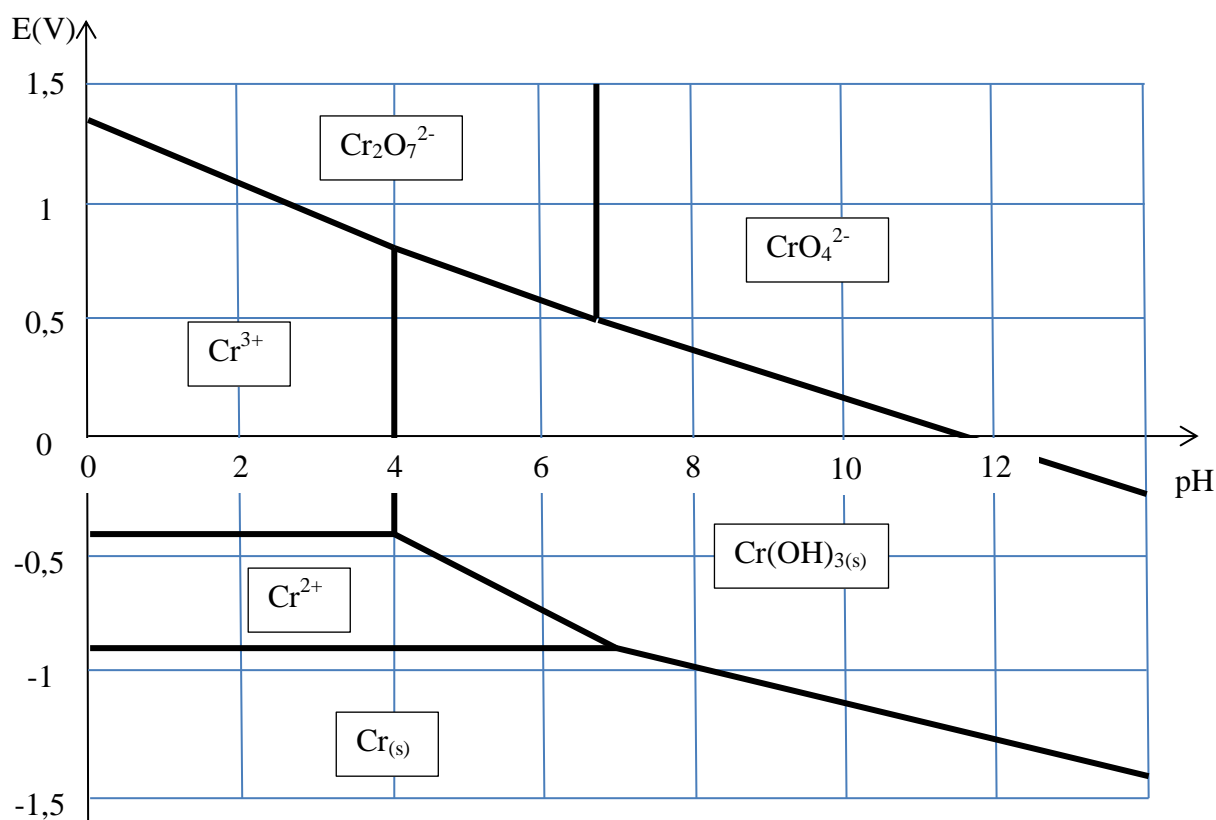
Q1. Nombre d'oxydation des espèces chromées :

- VI $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ et CrO_4^{2-}
- III Cr^{3+} et $\text{Cr}(\text{OH})_{3(s)}$
- II Cr^{2+}
- 0 $\text{Cr}_{(s)}$



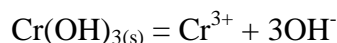
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ libère des protons H^+ , c'est un acide ; CrO_4^{2-} est la base conjuguée.

Diagramme E-pH du chrome :



Q2. pH de début de précipitation de $\text{Cr}(\text{OH})_{3(s)}$: pH = 4.

En début de précipitation : $[\text{OH}^-] = 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{Cr}^{3+}] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$.



Produit de solubilité de $\text{Cr}(\text{OH})_{3(s)}$: $K_s = [\text{Cr}^{3+}][\text{OH}^-]^3 = 10^{-1} * 10^{-30} = 10^{-31}$.

Q3.
$$K_1 = \frac{[\text{CrO}_4^{2-}]^2 [\text{H}^+]^2}{[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}]}$$

A la frontière entre $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ et CrO_4^{2-} , on a :

pH = 6,7 soit $[\text{H}^+] = 10^{-6,7} \text{ mol.L}^{-1}$.

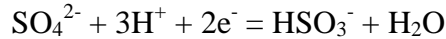
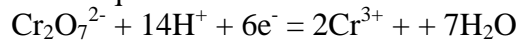
$$2[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}] + [\text{CrO}_4^{2-}] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

et $2[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}] = [\text{CrO}_4^{2-}]$. Soit $[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}] = 0,025 \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{CrO}_4^{2-}] = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$.

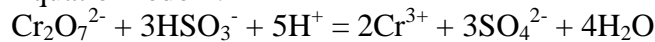
$$K_1 = \frac{(5 \cdot 10^{-2})^2 * (10^{-6,7})^2}{25 \cdot 10^{-3}} = \frac{(25 \cdot 10^{-4}) * (10^{-6,7})^2}{25 \cdot 10^{-3}} = 10^{-14,4}$$

$$\text{p}K_1 = 14,4.$$

Q4. Demi-équations rédox :



Équation rédox :



A l'équilibre :

$$E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} / \text{Cr}^{3+}) + \frac{0,06}{6} \log \frac{[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}][\text{H}^+]^{14}}{[\text{Cr}^{3+}]^2} = E^\circ(\text{SO}_4^{2-} / \text{HSO}_3^-) + \frac{0,06}{2} \log \frac{[\text{SO}_4^{2-}][\text{H}^+]^3}{[\text{HSO}_3^-]}$$

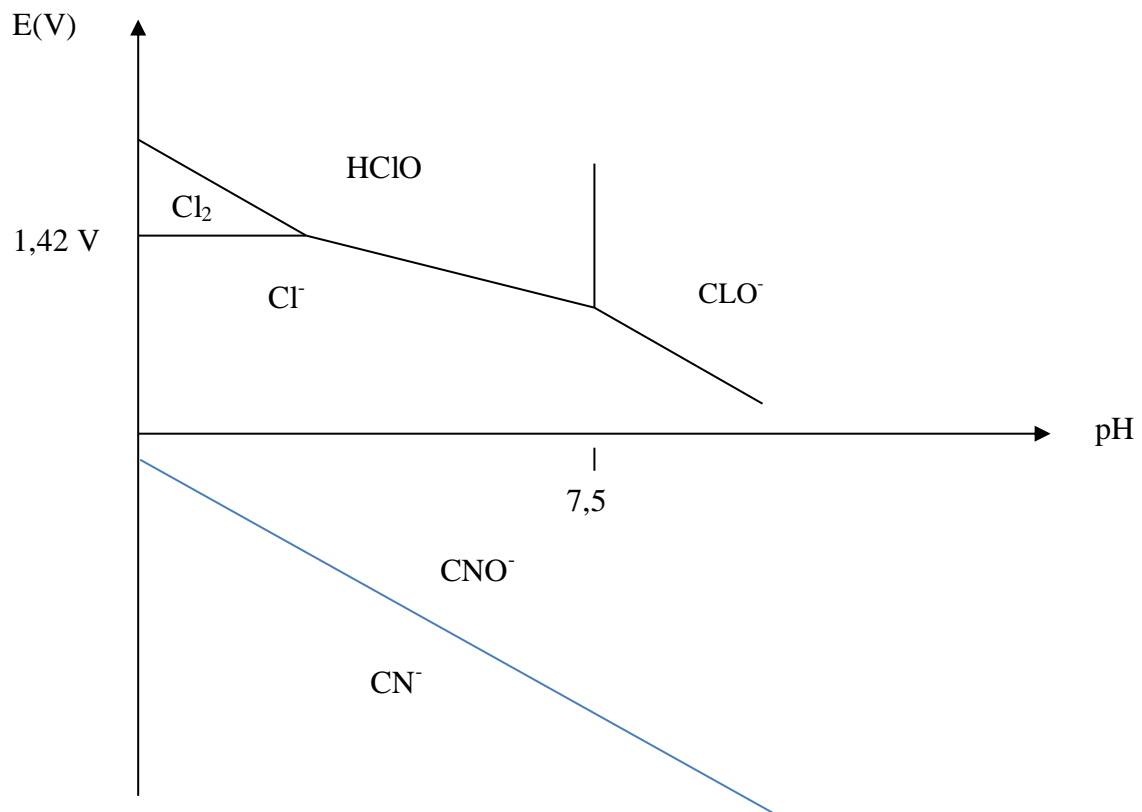
$$E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} / \text{Cr}^{3+}) + \frac{0,06}{6} \log \frac{[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}][\text{H}^+]^{14}}{[\text{Cr}^{3+}]^2} = E^\circ(\text{SO}_4^{2-} / \text{HSO}_3^-) + \frac{0,06}{6} \log \frac{[\text{SO}_4^{2-}]^3[\text{H}^+]^9}{[\text{HSO}_3^-]^3}$$

$$E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} / \text{Cr}^{3+}) - E^\circ(\text{SO}_4^{2-} / \text{HSO}_3^-) = 0,01 \log K_2$$

$$\log(K_2) = \frac{1,33 - 0,17}{0,01} = 116.$$

$$K_2 = 10^{116} > 10^4 \gg 1. \text{ La réaction est quasi-totale.}$$

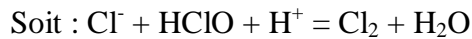
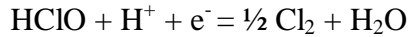
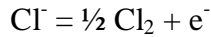
Q5. Superposition du diagramme E-pH du chlore et du cyanure :



Les domaines de stabilité de CN^- et ClO^- sont disjoints. ClO^- oxyde CN^- de façon quasi-totale suivant la réaction : $\text{CN}^- + \text{ClO}^- = \text{CNO}^- + \text{Cl}^-$.

Q6. Point de vue thermodynamique :

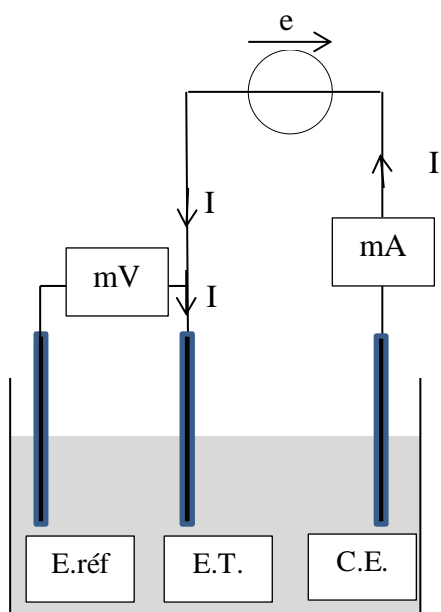
- Pour $\text{pH} < \text{pK}_a = 7,5$, $\text{ClO}^- + \text{H}^+ = \text{HClO}$
- Pour $\text{pH} < \text{pH}_{\text{lim}} \approx 2$ à $2,5$ (cf diagramme E-pH), les domaines de prédominance de HClO et Cl^- sont disjoints. Il y a média-mutation de HClO et Cl^- en Cl_2 .



Au global on peut écrire la réaction bilan : $\text{Cl}^- + \text{ClO}^- + 2\text{H}^+ = \text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O}$

Cl_2 est très toxique, il ne faut pas acidifier une solution d'eau de Javel.

Q7.



E.réf : électrode de référence au calomel saturé ou au sulfate mercurieux par exemple.

C.E. : Contre-électrode en graphite ou platine par exemple.

E.T. : électrode de travail en platine par exemple.

Q8. Pour que le potentiel de l'électrode de référence soit le plus stable possible, il faut qu'elle soit parcourue par aucun courant. L'impédance du mV doit être extrêmement grande devant l'impédance du système : (E.T. + électrolyte + C.E et générateur).

Q9. Demi équation de réduction : $\text{Au}(\text{CN})_2^- + \text{e}^- = \text{Au}_{(s)} + 2\text{CN}^-$

Q10. Trajet du courant électrique. $I < 0$.

Q11. C'est un couple rapide. J est perceptible dès que $E \neq E^\circ$. Dit autrement, il n'y a pas de surtension cathodique ou de palier horizontal proche de la zone $J = 0$.

Plus $E_{\text{cathode}} < -0,6 \text{ V}$, plus la densité de courant est importante, plus le débit de charge est important, plus vite se fait la réduction.

Attention, à ne pas trop baisser E_{cathode} pour ne pas réaliser en parallèle une réduction concurrente ou atteindre un palier de diffusion.

Q12. $J = -7,5 \text{ mA.cm}^{-2} = -75 \text{ A.m}^{-2}$.

$$Q = |J|S\Delta t = n(e^-)F = n(Au_{(s)})F = \frac{m(Au_{(s)})}{M(Au_{(s)})}F$$

$$D'où : m(Au_{(s)}) = \frac{|J|S\Delta tM(Au)}{F}.$$

Q13. $m(Au_{(s)})$ récupérée est proportionnelle à $I\Delta t = JS\Delta t$, donc à e . $I\Delta t$ donc à l'énergie. S n'a pas, à l'ordre zéro, d'influence sur le coût énergétique de la récupération de l'or. A l'ordre 1, il doit y avoir un peu plus d'effet Joule.

Partie II – Décantation dans le traitement des eaux

Q14. Système une particule polluante.

$$\text{Bilan des forces : } \vec{P} = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3 g \vec{e}_z ; \vec{F}_a = -\rho_e \frac{4}{3}\pi r^3 g \vec{e}_z ; \vec{F} = -6\pi\eta r \frac{dz}{dt} \vec{e}_z$$

$$\text{PFD : } \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{dv}{dt} \vec{e}_z = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3 g \vec{e}_z - \rho_e \frac{4}{3}\pi r^3 g \vec{e}_z - 6\pi\eta r v \vec{e}_z$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau_c} v = g \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_0}\right) \text{ avec } \tau_c = \frac{2r^2\rho_0}{9\eta}$$

$$\text{A la vitesse limite } \frac{dv}{dt} = 0 \text{ soit } v_1 = g\tau_c \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_0}\right) = \frac{2gr^2\rho_0}{9\eta} \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_0}\right).$$

On a $\rho_0 > \rho_e$, $v_1 > 0$.

Q15. \vec{j} en particules. $m^{-2}.s^{-1}$ ou $m^{-2}.s^{-1}$ $\vec{j} = n(z)v_1\vec{e}_z$.

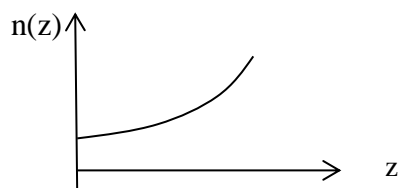
Q16. $\vec{j}_D = -D\text{grad}(n(z))$; \vec{j}_D en particules. $m^{-2}.s^{-1}$ ou $m^{-2}.s^{-1}$; $n(z)$ en particules. m^{-3} ou m^{-3} ; D en $m^2.s^{-1}$.

L'inhomogénéité de concentration est à l'origine du phénomène de diffusion.

\vec{j}_D est dirigé vers le haut donc ascendant.

Q17. En régime permanent $\vec{j} + \vec{j}_D = \vec{0}$ Soit $nv_1 - D \frac{dn}{dz} = 0 \Rightarrow \frac{dn}{n} = \frac{v_1}{D} dz \Rightarrow$

$$n(z) = n_0 \exp\left(\frac{v_1}{D}z\right).$$



$$\text{Q18. } N_0 = \frac{1}{d_b} \int_0^{d_b} n(z) dz = \frac{n_0}{d_b} \int_0^{d_b} e^{\frac{v_1 z}{D}} dz = \frac{n_0 D}{d_b v_1} (e^{\frac{v_1 d_b}{D}} - 1) \text{ soit } n_0 = \frac{N_0 d_b v_1}{D(e^{\frac{v_1 d_b}{D}} - 1)}.$$

$$\text{Q19. } \tau_s = \frac{d_b}{v_1} \text{ et } \tau_D = \frac{d_b^2}{D}.$$

$$\text{Q20. Clarification de l'eau si } N_0 \gg n_0. \text{ On a } \frac{\tau_D}{\tau_s} = \frac{d_b v_1}{D} \text{ soit } n_0 = N_0 \left(\frac{\tau_D}{e^{\frac{\tau_D}{\tau_s}} - 1} \right)$$

$$\text{Clarification de l'eau si } \left(\frac{\tau_D}{\tau_s} \right) \ll 1, \text{ soit } \frac{\tau_D}{\tau_s} \gg 1 \text{ ou } \tau_s \ll \tau_D.$$

$$\text{Q21. Temps de traversée du bassin : } \tau_T = \frac{L_b}{u}.$$

Pour une clarification dynamique, il faut que les particules touchent le fond du bassin avoir de l'avoir traversé. Soit $\tau_s < \tau_T$.

Partie III – Ferme solaire

$$\text{Q22. Modélisation de l'onde : } \vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}. \text{ Puissance reçue par les panneaux } \Rightarrow$$

$$\text{Poynting : } \vec{R}(t) = \frac{\vec{E}(t) \wedge \vec{B}(t)}{\mu_0} \text{ avec } \vec{B}(t) = \frac{\vec{e}_x \wedge \vec{E}(t)}{c}; \text{ soit } \vec{R}(t) = \frac{E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)}{\mu_0 c} \vec{e}_x;$$

$$\text{d'où : } P_{\text{reçue}}(t) = \frac{E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) S}{\mu_0 c}.$$

$$\text{Moyenne temporelle : } \langle P_{\text{reçue}} \rangle = \frac{E_0^2 S}{2\mu_0 c} = \frac{36 \cdot 10^4 \cdot 20 \cdot 10^4}{2.4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx \frac{36 \cdot 20}{2.12 \cdot 10^{-7} \cdot 3} \approx \frac{20}{2.10^{-7}} = 10^8 \text{ W}$$

$$\text{NRJ annuelle reçue : } E_{AR} = \langle P_{\text{reçue}} \rangle \Delta t = \frac{E_0^2 S}{2\mu_0 c} \Delta t$$

$$E_{AR} = 10^8 * 1,8 \cdot 10^3 = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ Wh ou } 1,8 \cdot 10^8 \text{ kWh.}$$

$$\text{NRJ électrique produite : } E_{\text{élecP}} = \eta E_{AR} = 0,2 \cdot 1,8 \cdot 10^8 = 3,6 \cdot 10^7 \text{ kWh}$$

$$\text{Nombre de foyers : } N_{\text{foyer}} = \frac{E_{\text{élecP}}}{W_{\text{élec}}} = \frac{3,6 \cdot 10^7}{5 \cdot 10^3} \approx 7200 \text{ ou } 7000 \text{ foyers.}$$

Partie IV – Séparateur à courants de Foucault

- Q23.** - Déplacement d'un conducteur dans \vec{B} permanent (cas de Lorentz),
 - Conducteur fixe dans $\vec{B}(t)$ non permanent (cas de Neumann).
 Eventuellement la combinaison des deux, c'est le cas ici !

Q24.
$$d\vec{F}_L = \vec{j} \wedge \vec{B} d\tau = \gamma \vec{E} \wedge \vec{B} d\tau = \gamma B_0 \left[\frac{\omega}{k} - V(t) \right] \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y \wedge B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z d\tau$$

Avec le modèle ponctuel ($\tau \ll \frac{1}{k^3}$ suggéré, il vient :

$$\vec{F}_L = \gamma B_0^2 \left[\frac{\omega}{k} - V(t) \right] \cos^2(\omega t - kx) \tau \vec{e}_x$$

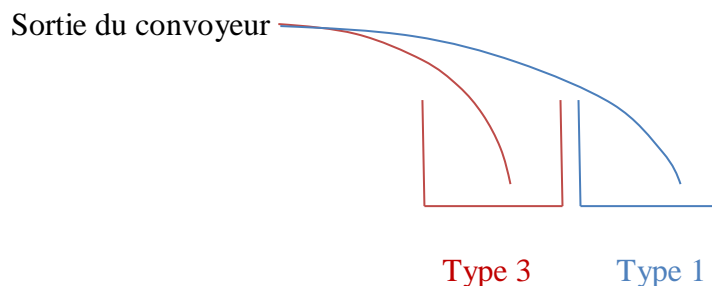
Avec $\frac{\omega}{k} \gg V(t)$, on a : $\vec{F}_L(t) = \gamma B_0^2 \frac{\omega}{k} \cos^2(\omega t - kx) \tau \vec{e}_x$

Et $\langle \vec{F}_L \rangle = \gamma B_0^2 \frac{\omega}{2k} \tau \vec{e}_x$

Q25.
$$\Delta E_c = W(\vec{F}_L) = \int_0^a \vec{F}_L \cdot d\vec{l} = a \gamma B_0^2 \frac{\omega}{2k} \tau$$

$$V_1 = \sqrt{V_0^2 + \frac{a \gamma B_0^2 \omega \tau}{km}} \text{ et } V_3 = V_0$$

- Q26.** Les particules du type 1 et 3 ont un mouvement parabolique une fois avoir quitté le convoyeur. On récupère les particules du type 1 dans le bac le plus à droite.



- Q27.** Les particules du type 2 sont attirées par la zone de fort champ magnétique, elles restent ensuite presque collées dans cette zone. On les recueille sur le tapis ou dans un bac situé à la verticale de celle-ci.

Partie V – Turbine à gaz et cogénération

- Q28.** Combustion du méthane : $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2 \text{H}_2\text{O}$
 $Q = 803 \text{ kJ/mol}$ de carburant ou de mol de CO_2 libérées.

Combustion du fuel : $C_{16}H_{34} + 49/2 O_2 = 16 CO_2 + 17 H_2O$

$Q = 7600 \text{ kJ/mol}$ de carburant donc pour 16 mol de CO_2 .

Soit $803 \cdot 16 / 7600 > 800 \cdot 16 / 8000 = 1,6 \text{ mol}$ de CO_2 libérées pour 803 kJ d'énergie.

Q29. Allure du cycle :

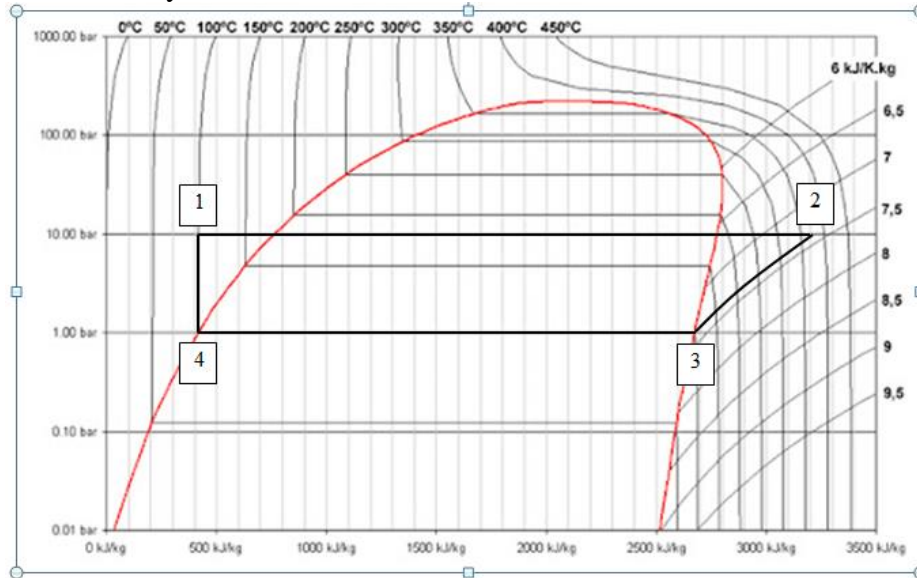


Tableau :

	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4
T(°C)	≈ 100	370	100	100
P (bar)	10	10	1	1
h (kJ.kg ⁻¹)	400	3200	2700	400
Etat	Liquide	Vapeur sèche	Vapeur saturante (x _v =1)	Liquide saturé (x _v = 0)

Q30. On applique le 1^{ier} principe industriel de la thermodynamique aussi appelé bilan enthalpique sur chacun des éléments : $\Delta h = w_i + q$.

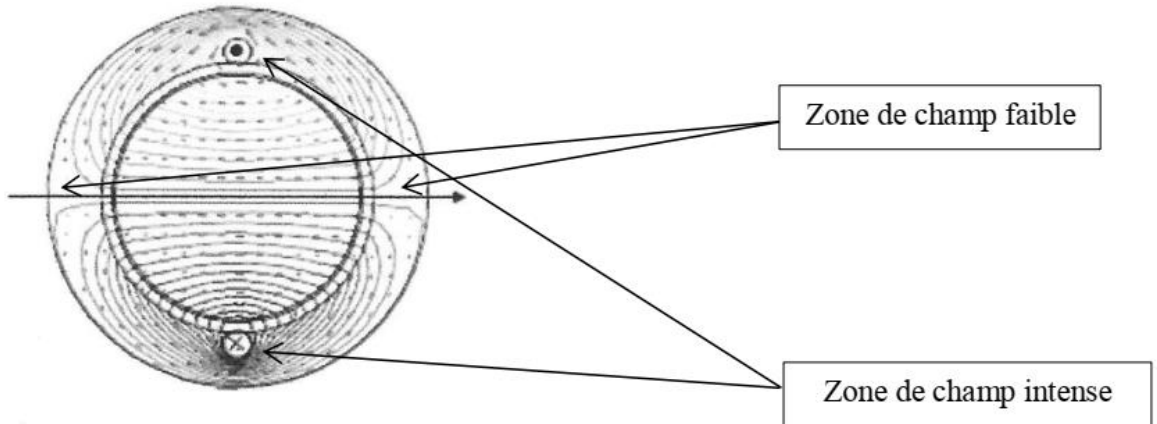
On a : $w_{iT} = h_3 - h_2 = -500 \text{ kJ.kg}^{-1}$;
 $q_{GV} = h_2 - h_1 = 2800 \text{ kJ.kg}^{-1}$;
 $q_{Cond} = h_4 - h_3 = -2300 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

$$\eta = \frac{|w_{iT}|}{q_{GV}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} ;$$

Q31. On a $D_m \cdot w_{iT} = P_T \approx P_{elec} \Rightarrow D_m = \frac{P_{elec}}{|w_{iT}|} = \frac{250}{500} \approx 0,5 \text{ kg.s}^{-1}$.

Partie VI – Machine synchrone

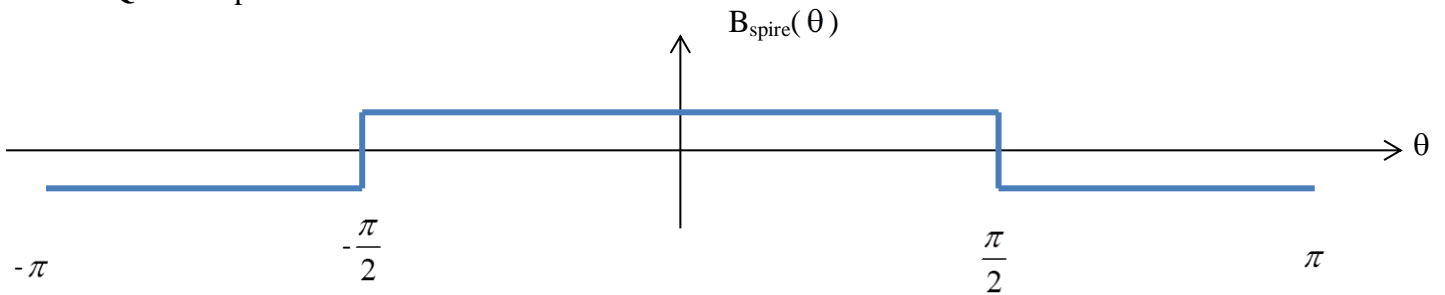
Q32. B n'est pas uniforme, les lignes de champ ne sont pas équidistantes.



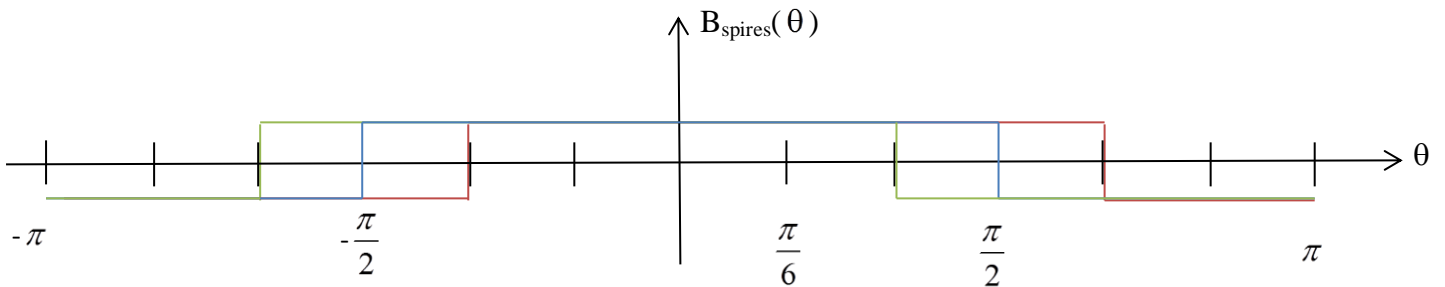
Q33. $\oint_{L_{dc}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_1(t)$ d'où $H_{air} * 2e + H_{fer} * L_{fer} = i_1(t)$

Q34. $\frac{B}{\mu_0} * 2e + \frac{B}{\mu_0 \mu_r} * L_{fer} = i_1(t)$ qui devient $\frac{B}{\mu_0} * 2e \approx i_1(t)$ et $B = \frac{\mu_0 i_1}{2e}$.

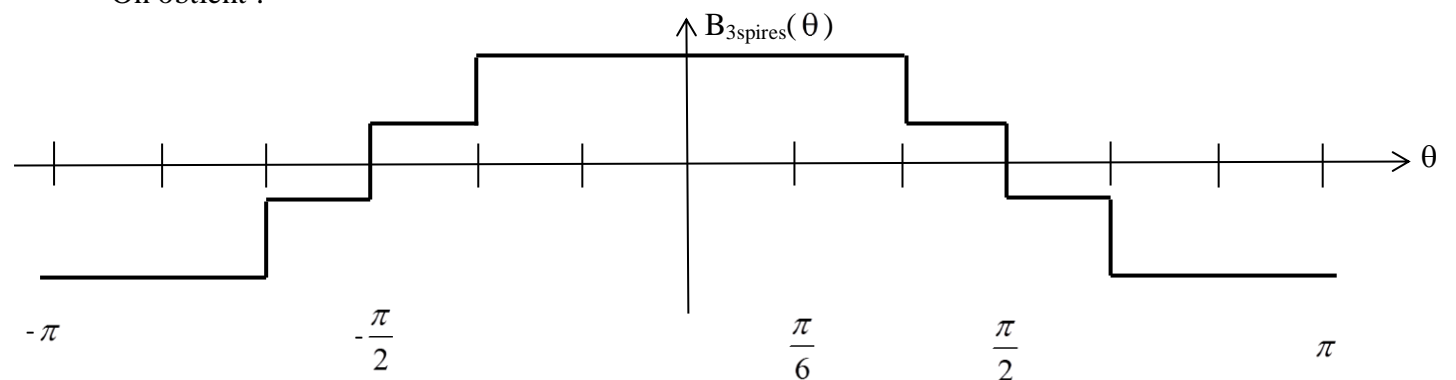
Q35. Graphe



Q36. On additionne les champs créés par les trois spires décalées de $\frac{\pi}{6}$.



On obtient :



Q37. $\vec{B}_s = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = K I_{\max} [\cos(\omega_s t) \cos \theta + \sin(\omega_s t) \sin \theta] \vec{e}_r$
 $\vec{B}_s = K I_{\max} \cos(\omega_s t - \theta) \vec{e}_r = B_{s0} \cos(\omega_s t - \theta) \vec{e}_r$.

La dépendance en $\omega_s t - \theta$ montre qu'il s'agit d'un champ tournant à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega_s \vec{e}_z$.

Q38. $W_m = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{\text{entrefer}} (\vec{B}_s + \vec{B}_r)^2 d\tau$

Q39. $R_e \cdot L_e \cdot e$ est en m^3 . R_e et L_e correspondent au rayon de l'entrefer et à la longueur de l'entrefer.

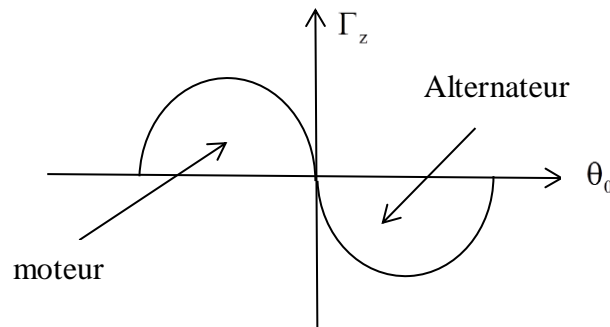
Q40. $\Gamma_z(t) = \frac{R_e \cdot L_e \cdot e}{2\mu_0} \cdot 2\pi B_{r0} B_{s0} \sin(\omega_s t - \theta_R(t))$

$\Gamma_z(t) = \frac{\pi \cdot R_e \cdot L_e \cdot e}{\mu_0} B_{r0} B_{s0} \sin((\omega_s - \Omega)t - \theta_0)$

Q41. On a un couple moyen non nul si $\omega_s = \Omega$, c'est la condition de synchronisme.

On a : $\Gamma_{\text{moyen}} = \frac{-\pi \cdot R_e \cdot L_e \cdot e}{\mu_0} B_{r0} B_{s0} \sin(\theta_0)$.

Q42. Le comportement alternatif correspond à $\Gamma_{\text{moyen}} < 0$, soit $\theta_0 \in]0, \pi[$.



Zone moteur : $\theta_0 \in]-\pi, 0[$ et zone alternatif $\theta_0 \in]0, \pi[$

On a un fonctionnement moteur si $\Gamma_{\text{moyen}} > 0$.

Pour un fonctionnement moteur stable, il faut que sur une perturbation frein, (le rotor prend du retard et θ_0 diminue), $\Gamma_{z\text{moyen}}$ augmente et que sur une perturbation motrice (le

rotor prend du l'avance et θ_0 augmente), $\Gamma_{z\text{moyen}}$ diminue soit $\theta_0 \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$.

Moteur stable : $\theta_0 \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$.

Fin