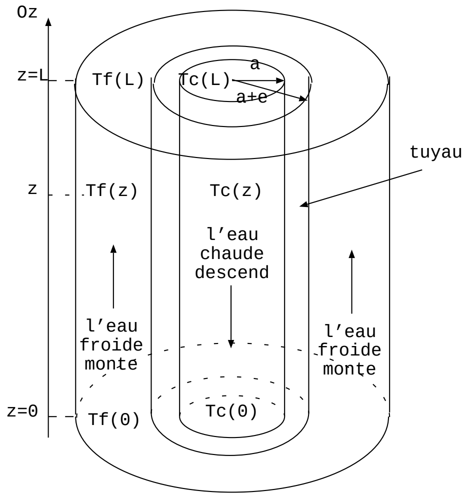

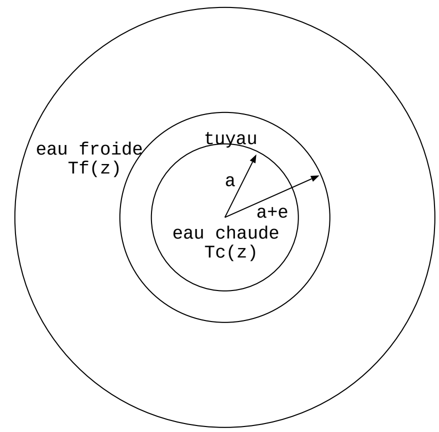

On donne les vues de côté et de dessus d’un échangeur thermique composé d’un tuyau bon conducteur thermique de rayon intérieur a et de rayon extérieur $a+e$ dans lequel circule de l’eau chaude et à l’extérieur duquel circule de l’eau froide. L’eau chaude descend, on note $T_c(z)$ sa température à la côte z et D_{mc} son débit massique. L’eau froide monte, on note $T_f(z)$ sa température à la côte z et D_{mf} son débit massique. On note c la capacité thermique massique de l’eau. On se place en régime stationnaire.

1. Ecrire l’inégalité entre $T_c(L)$ et $T_c(0)$. Ecrire l’inégalité entre $T_f(L)$ et $T_f(0)$.

Les échanges thermiques entre l’eau froide et l’eau chaude se font par conduction à travers le tuyau métallique (de conductivité thermique λ) et par convection sur les surfaces intérieures et extérieures du tuyau. On note R_d, la résistance thermique liée à la conduction dans le tuyau compris entre le côtes z et $z+dz$. On note $R_{c,c}$ et $R_{c,f}$, les résistances thermiques associées respectivement à la convection dans l’eau chaude et à la convection dans l’eau froide.

2. Ecrire la loi de Fourier et exprimer la puissance thermique dP_d qui traverse par diffusion la portion de tuyau comprise entre z et $z+dz$ et de rayon a. Etant donné la faible épaisseur du tuyau on utilise l’approximation $\frac{dT}{dr}(r=a) \approx \frac{T(r=a+e)-T(r=a)}{a+e-a}$. En déduire que la résistance thermique de cette portion de tuyau s’écrit: $R_d = \frac{e}{\lambda 2\pi a dz}$.

3. On rappelle la loi de Newton lié à la conducto-convection dans un liquide à la surface d’un solide: $j = h(T_{fluide} - T_{solide})$. Montrer que les résistances thermiques associées respectivement à la convection dans l’eau chaude et à la convection dans l’eau froide s’écrivent $R_{c,c} = \frac{1}{2\pi a dz h}$ et $R_{c,f} = \frac{1}{2\pi(a+e)dzh}$ en faisant l’hypothèse que le coefficient de transfert h est le même dans l’eau froide et dans l’eau chaude.

4. On considère la portion de système eau chaude de température $T_c(z)$, tuyau et eau froide de température $T_f(z)$ entre les côtes z et $z+dz$. Représenter le circuit électrique équivalent à ce système et en déduire l’expression de la puissance thermique notée $dP(z)$ reçue par l’eau froide en fonction de $T_c(z)$, $T_f(z)$ et des résistances thermiques.

5. En réalité le phénomène de diffusion est négligeable devant les phénomènes de convection. Justifier. De plus en tenant compte du fait que $e << a$, montrer que l’on a $dP(z) = (T_c(z) - T_f(z))\gamma dz$ avec $\gamma = \pi a h$. C’est cette expression que l’on va utiliser dans la suite.

On rappelle le premier principe industriel: $D_m(h_s - h_+ e_{cs} - e_{ce} + e_{ps} - e_{pe}) = w_u + q$.

6. Ecrire le premier principe industriel à l’eau froide entre les côtes z et $z+dz$. Equation notée $(*)$.

7. Ecrire le premier principe industriel à l’eau chaude entre les côtes z et $z+dz$. Equation notée $(**)$.

Le système d’équations (*) et (**) est couplé.

8. En déduire $D_{mf}\frac{dT_f}{dz} = D_{mc}\frac{dT_c}{dz}$ (***)

9. Résoudre ce système dans le cas particulier où $D_{mc} = D_{mf} = D_m$. Tracer dans ce cas $T_c(z)$ et $T_f(z)$ sur le même graphe.

10. Dans le cas général, pour résoudre le système on déduit de (***) l’expression de $T_f(z)$ en fonction des débits, de $T_c(z)$, de $T_f(0)$ et $T_c(0)$.

Puis on déduit de (*) et (**) une équation différentielle vérifiée par $u = T_c(z) - T_f(z)$ et on résout.