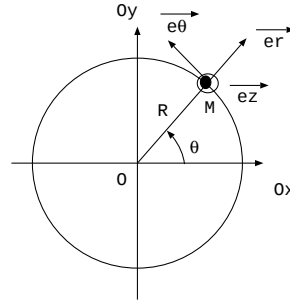


Interrogation de rentrée septembre 2022

I. Mouvement circulaire

Soit un point matériel M qui décrit un cercle de centre O et rayon R . On note θ l'angle que fait le rayon vecteur $\overrightarrow{OM}$ par rapport à Ox . On note la base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.



1. Ecrire les vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}(M)$ et accélération $\vec{a}(M)$ dans le référentiel d'étude supposé galiléen en fonction des vecteurs de base, de R , θ et de ses dérivées par rapport au temps.

2. Le point M est un satellite de masse m attiré par la Terre de masse M_T , immobile au point O . On néglige tout frottement. On note $\mathcal{G}$ la constante de gravitation universelle.

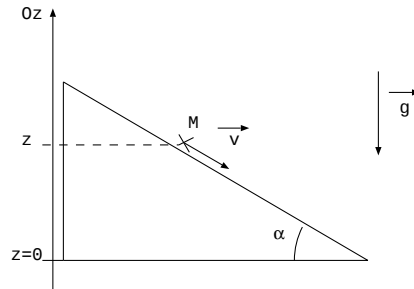
2.a. Représenter et exprimer la force exercée sur le satellite.

2.b. Dédire de la RFD appliquée au satellite l'expression de la norme v de la vitesse du satellite et de la période T de son mouvement de rotation.

2.c. Exprimer l'énergie mécanique du satellite en fonction de m , M_T , R et de la constante de gravitation $\mathcal{G}$.

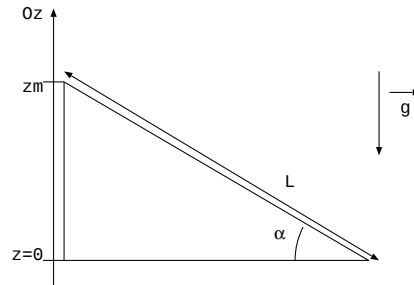
II. Plan incliné

Soit un point M qui glisse sans frottement sur un plan incliné qui fait un angle α par rapport à l'horizontale.



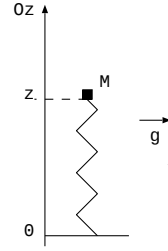
1. Représenter les forces qui s'exercent sur le point matériel et montrer que M constitue un système conservatif. Exprimer son énergie potentielle en fonction de la cote z de M .

2. On abandonne M sans vitesse initiale en haut du plan incliné. Le plan incliné a pour longueur L . Exprimer z_m en fonction de L et α (z_m est la cote de z lorsqu'il est tout en haut du plan incliné). Dédire de la conservation de l'énergie mécanique, la vitesse v_0 de M lorsqu'il arrive en bas du plan incliné.



III. Oscillateur harmonique

Un point matériel de masse m est relié à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . On note Oz la verticale ascendante et z la cote de M . On néglige tout frottement.



1. Montrer que le système est conservatif et exprimer son énergie potentielle en fonction de z et des données.
2. Dédire de la conservation de l'énergie mécanique que $z(t)$ vérifie une équation différentielle de la forme $\ddot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{k}{m}z_e$. Exprimer z_e en fonction des données.
3. A l'instant $t = 0$, on abandonne le point M à la position z_e avec une vitesse $\vec{v} = v_0\vec{e}_z$. Résoudre l'équation différentielle $\ddot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{k}{m}z_e$ et tracer la fonction $z(t)$ obtenue.