

Oscillateur harmonique amorti

L'équation d'un oscillateur harmonique non amorti est de la forme:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_e$$

où x_e est

où ω_0 est

La solution de cette équation comprend:

- Une solution particulière notée x_p

- Une solution générale notée x_g qui vérifie l'équation :

On a donc $x(t) =$

Exemple : étudier $x(t)$ pour $x(t=0) = x_e$ et $\dot{x}(t=0) = v_0 > 0$.

En présence de frottements, l'équation différentielle devient:

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_e$$

où Q est

Analyse dimensionnelle:

il est d'autant plus grand que les frottements sont

On cherche à résoudre cette équation différentielle, la solution comprend:

- Une solution particulière notée x_p

- Une solution générale notée x_g qui vérifie l'équation :

On écrit l'équation caractéristique :

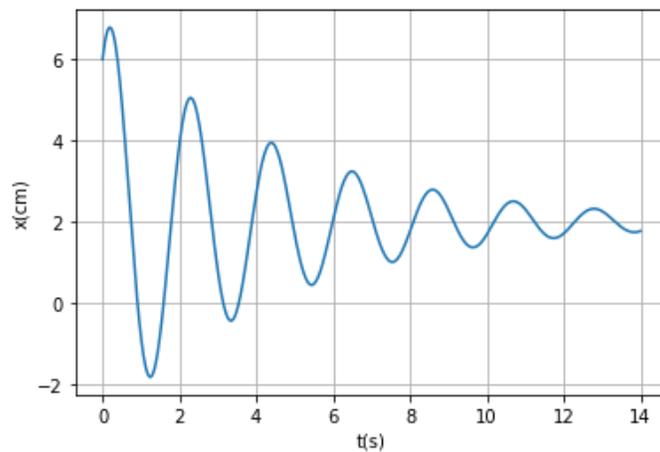
et le discriminant :

On limite l'étude au cas fréquent d'un régime pseudo-périodique pour lequel le discriminant est négatif. Les solutions de l'équation caractéristique sont donc:

La solution générale s'écrit :

D'où $x(t) =$

On donne l'allure de la courbe $x(t)$. On définit le décrement logarithmique par: $\delta = \ln\left(\frac{x(t) - x_e}{x(t+T) - x_e}\right)$ et on suppose que la pseudo-période est confondue avec la période propre T_0 de cet oscillateur. Déduire de la courbe les valeurs numériques de δ , x_e et T_0 . Montrer que $Q = \frac{\pi}{\delta}$ et en déduire la valeur numérique de Q .

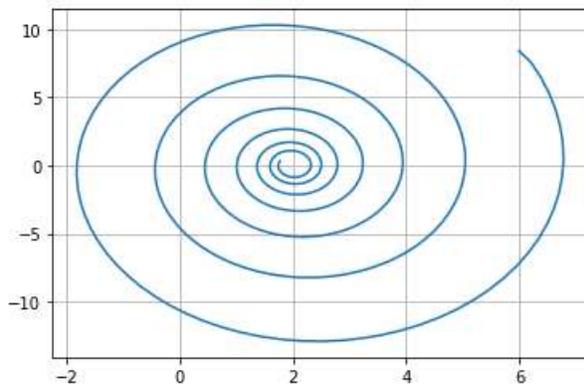
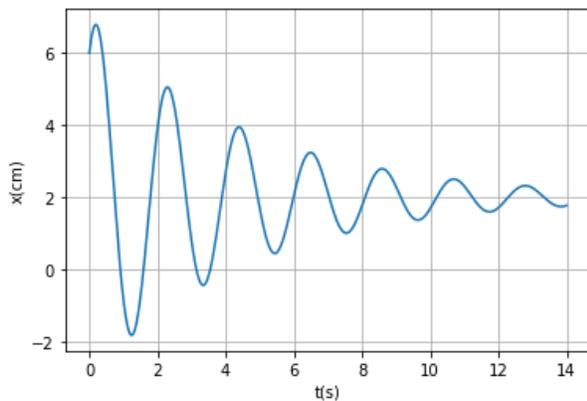


On propose le code python suivant qui a permis de tracer le graphe précédent et un graphe complémentaire appelé portrait de phase:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
1 omega0,Q=3,7
2 tau=.....

3 omega=.....

4 t=np.linspace(0,14,500)
5 x=.....+np.exp(-t/tau)*(4*np.cos(omega*t)+3*np.sin(omega*t))
6 plt.plot(t,x)
7 plt.grid()
8 plt.xlabel('t(s)')
9 plt.ylabel('x(cm)')
10 plt.show()
11 xp=[8.4]
12 for i in range(len(x)-1):
13     xp.append((x[i+1]-x[i])/(t[i+1]-t[i]))
14 plt.plot(x,xp)
15 plt.grid()
16 plt.show()
```



Lire, analyser et compléter le code et en déduire les grandeurs physiques en abscisse et en ordonnée sur le graphe.