Ch M1 : Cinématique des changements de référentiel

Mise en situation:

On compte trois protagonistes:

- un point M dont on étudie le mouvement

- un observateur

- un observateur

Les observateurs permettent de définir deux référentiels composés chacun de:

- une origine

- trois axes que l'on choisit perpendiculaires entre eux

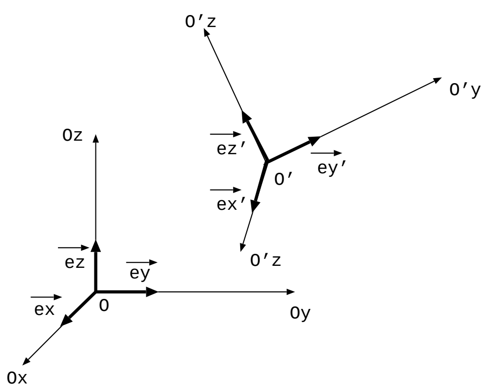
- une chronologie : en mécanique classique, le temps s'écoule de la même façon dans tous les référentiels donc on omet de parler de la chronologie lorsque l'on définit le référentiel.

On note : $\mathcal{R}(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}, t)$:

$\mathcal{R}'(O', \overrightarrow{e_{x'}}, \overrightarrow{e_{y'}}, \overrightarrow{e_{z'}}, t)$:

.

Les notations



Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$ dans $\mathcal{R}$: (x, y, z)

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{O'M}$ dans $\mathcal{R}'$: (x', y', z')

I. Mouvements absolu, relatif et d'entraînement

On appelle <u>mouvement absolu</u>, le mouvement de M par rapport à $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

$\overrightarrow{v_a}(M) =$

$\overrightarrow{a_a}(M) =$

On appelle <u>mouvement relatif</u>, le mouvement de M par rapport à $\mathcal{R}'(O', \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$.

$\overrightarrow{v_r}(M) =$

$\overrightarrow{a_r}(M) =$

Il existe une relation simple entre les vitesses absolue et relative, essayons de trouver intuitivement cette relation en considérant l'exemple d'une personne qui marche dans un train:

Soit $\mathcal{R}(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$, le référentiel fixe lié à un observateur sur le sol.

Soit $\mathcal{R}'(O', \overrightarrow{e_{x'}}, \overrightarrow{e_{y'}}, \overrightarrow{e_{z'}})$, le référentiel mobile lié à un observateur immobile dans le train.

Soit M une personne qui se déplace dans le train.

On appelle <u>mouvement d'entraînement</u>, le mouvement du point coïncident M_c qui à un instant t, est superposé à M et qui aux instants ultérieurs reste immobile dans $\mathcal{R}'$ (alors que M continue à se déplacer dans $\mathcal{R}'$) et mobile dans $\mathcal{R}$. Le point coincident est immobile dans $\mathcal{R}'$, il est mobile dans $\mathcal{R}$ car il est entraîné par le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$.

soit $\overrightarrow{v_e}(M) =$

et $\overrightarrow{a_e}(M) =$

Remarques :

• Représentation : un enfant assimilé à un point matériel M se déplace dans $\mathcal{R}'$ avec un feutre dans sa main. A un instant t, il marque au feutre sa position dans $\mathcal{R}'$ puis il continue son chemin. Cette marque est immobile dans $\mathcal{R}'$ et mobile dans $\mathcal{R}$, c'est un point coïncident. Il renouvelle l'expérience plusieurs fois, chaque marque est un nouveau point coïncident.

• Il existe une infinité de points coïncidents M_c qui correspondent aux différentes positions de M à différents instants.

II. Le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$

Le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$ dépend du mouvement des axes de $\mathcal{R}'$ par rapport à ceux de $\mathcal{R}$ et du mouvement de l'origine O' de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$. On distingue deux cas:

- Les axes de $\mathcal{R}'$ sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$ à tout instant: on dit alors que $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$
- Les axes de $\mathcal{R}'$ tournent dans $\mathcal{R}$: on dit alors que $\mathcal{R}'$ est en rotation dans $\mathcal{R}$

Exemples:

Vélo roulant à vitesse constante sur une ligne droite: $\mathcal{R}$ est le référentiel fixe lié à un observateur sur le sol et $\mathcal{R}'$ est le référentiel mobile lié au cycliste.

La grande roue tournant à vitesse constante: $\mathcal{R}$ est le référentiel fixe lié à un observateur sur le sol et $\mathcal{R}'$ est le référentiel mobile lié à une personne assise dans une nacelle.

Manège tournant à vitesse constante: $\mathcal{R}$ est le référentiel fixe lié à un observateur sur le sol et $\mathcal{R}'$ est le référentiel mobile lié à une personne immobile sur le manège.

III. **Le mouvement relatif**

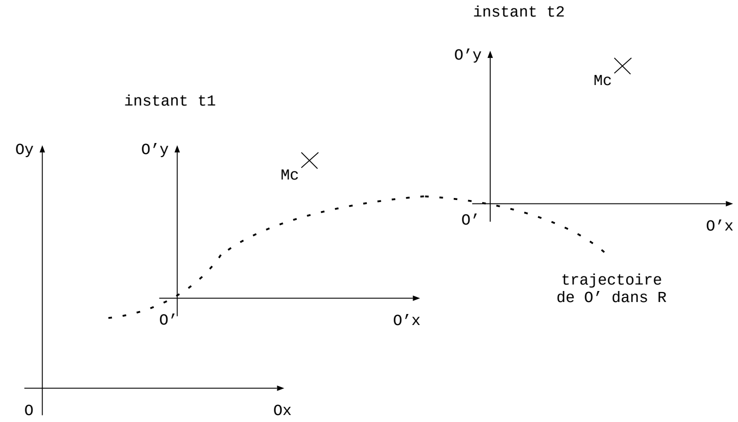
Le mouvement relatif est le mouvement de M dans le référentiel mobile $\mathcal{R}'$. Il dépend de la situation étudiée. Pour le trouver, on se pose la question : quel est le mouvement de M pour un observateur immobile dans $\mathcal{R}'$? Dans les exercices que nous aborderons, le mouvement relatif est soit rectiligne (dans ce cas, on utilise les coordonnées cartésiennes pour le décrire), soit circulaire (dans ce cas, on utilise les coordonnées polaires pour le décrire).

Exemples	Le référentiel $\mathcal{R}'$	Mouvement relatif de M
 M est un point de la roue	$\mathcal{R}$: référentiel fixe lié au sol $\mathcal{R}'$: référentiel mobile lié au cycliste	
 M est un cheval	$\mathcal{R}$: référentiel fixe lié au sol $\mathcal{R}'$: référentiel mobile lié au manège	
 M est un avion	$\mathcal{R}$: référentiel fixe lié au sol $\mathcal{R}'$: référentiel mobile lié au manège	

IV. **Le mouvement d'entraînement**

Le mouvement d'entraînement est le mouvement d'un point coïncident : point superposé à M à un instant t qui est immobile dans $\mathcal{R}'$ et mobile dans $\mathcal{R}$ (il se laisse entraîner par le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$). On cherche l'expression de $\overrightarrow{v_e}(M)$ et $\overrightarrow{a_e}(M)$ dans les deux cas suivants:

Cas 1 : quand $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$:



On conclut que tous les points coïncidents ont dans $\mathcal{R}$

Donc $\overrightarrow{v_e}(M) = \overrightarrow{v}(M_c)_{\mathcal{R}} =$

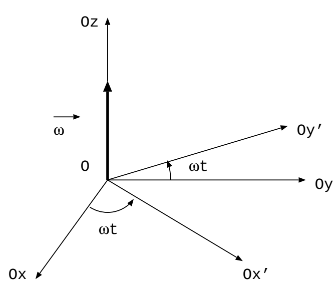
et $\overrightarrow{a_e}(M) = \overrightarrow{a}(M_c)_{\mathcal{R}} =$

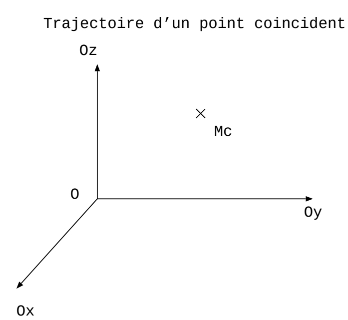
Cas 2 : quand $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme autour d'un axe fixe de $\mathcal{R}$:

On limite l'étude au cas où $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme autour de l'axe Oz dans $\mathcal{R}$. On note donc $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et $\mathcal{R}'(O, \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_z)$.

On note $\overrightarrow{\omega} = \omega \overrightarrow{e_z}$ le vecteur rotation de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.

ω s'exprime en .... c'est une constante.





Un point coincident décrit

Donc $\overrightarrow{v_e}(M) = \overrightarrow{v}(M_c)_{\mathcal{R}} =$

et $\overrightarrow{a_e}(M) = \overrightarrow{a}(M_c)_{\mathcal{R}} =$

V. **Conclusion**

On définit un référentiel fixe noté $\mathcal{R}(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ et un référentiel mobile noté $\mathcal{R}'(O', \overrightarrow{e_{x'}}, \overrightarrow{e_{y'}}, \overrightarrow{e_{z'}})$.

Le mouvement de M dans $\mathcal{R}$ s'appelle le mouvement .... soit $\overrightarrow{v_a}(M) =$

et $\overrightarrow{a_a}(M) =$

Le mouvement de M dans $\mathcal{R}'$ s'appelle le mouvement .... soit $\overrightarrow{v_r}(M) =$

et $\overrightarrow{a_r}(M) =$

Le mouvement relatif est toujours un mouvement simple à décrire : soit c'est un mouvement rectiligne et on le décrit en coordonnées cartésiennes, soit c'est un mouvement circulaire et on le décrit en coordonnées polaires.

Le mouvement d'entraînement désigne le mouvement d'un point coïncident, c'est un point superposé à M à un instant t qui reste immobile dans $\mathcal{R}'$ et mobile dans $\mathcal{R}$ aux instants ultérieurs.

Le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$

Lorsque les axes de $\mathcal{R}'$ sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$, on dit que $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$.

Exemple: $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniformément accéléré dans $\mathcal{R}$ veut dire que

Exemple: $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$ veut dire que

Lorsque les axes de $\mathcal{R}'$ tournent dans $\mathcal{R}$, on dit que $\mathcal{R}'$ est en rotation dans $\mathcal{R}$.

La loi de composition des vitesses s'écrit :

La loi de composition des accélérations s'écrit :

Les expressions de la vitesse d'entraînement, de l' accélération d'entraînement et de l' accélération de Coriolis dépendent du mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$.

	$\mathcal{R}'$ en translation dans $\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$ en rotation dans $\mathcal{R}$
Mouvement du point coïncident		
$\overrightarrow{v_e}(M)$		
$\overrightarrow{a_e}(M)$		
$\overrightarrow{a_c}(M)$		