Cinématique des changements de référentiel

I. Questions

Soit un référentiel fixe $\mathcal{R}(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ et un référentiel mobile $\mathcal{R}'(O', \overrightarrow{e'_x}, \overrightarrow{e'_y}, \overrightarrow{e'_z})$. Soit un point M dont on étudie le mouvement.

1. Qu'appelle-t-on vitesse relative de M? vitesse absolue de M? vitesse d'entraînement de M?

2. Ecrire la loi de composition des vitesses et donner l'expression de la vitesse d'entraînement dans le cas où $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$ puis dans le cas où $\mathcal{R}'$ est en rotation dans $\mathcal{R}$.

3. Ecrire la loi de composition des accélérations et donner les expressions des accélérations d'entraînement et de coriolis dans le cas où $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$ puis dans le cas où $\mathcal{R}'$ est en rotation dans $\mathcal{R}$.

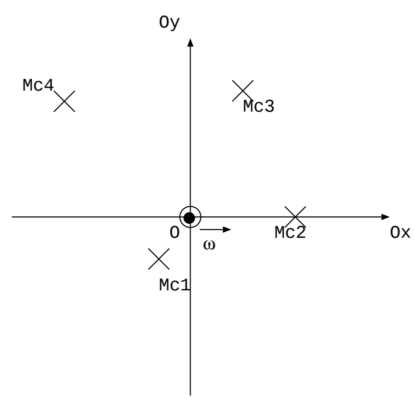
4. Que veut dire l'expression: $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$? Faire un schéma avec $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$ et la trajectoire de O' dans $\mathcal{R}$ pour illustrer cette phrase.

5. Que veut dire l'expression: $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniformément décéléré dans $\mathcal{R}$? Faire un schéma avec $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$ et la trajectoire de O' dans $\mathcal{R}$ pour illustrer cette phrase.

6. Que veut dire l'expression: $\mathcal{R}'$ est en translation circulaire uniforme dans $\mathcal{R}$? Faire un schéma avec $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$ et la trajectoire de O' dans $\mathcal{R}$ pour illustrer cette phrase.

7. Que veut dire l'expression: $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$?

8. $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ autour de l'axe Oz. Ajouter sur le schéma suivant les vecteurs vitesse et accélération d'entraînement des points coïncidents. Représenter les vecteurs en respectant l'échelle.



II. **Réponses**

1. La vitesse relative de M est la vitesse de M dans le référentiel mobile $\mathcal{R}'$ on écrit $\vec{v_r}(M) = \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'}$.

La vitesse absolue de M est la vitesse de M dans le référentiel fixe $\mathcal{R}$ on écrit $\vec{v_a}(M) = \vec{v}(M)_{\mathcal{R}}$.

La vitesse d'entraînement de M est la vitesse du point coincident de M, c'est un point confondu avec M à un instant t et qui aux instants ultérieurs est immobile dans $\mathcal{R}'$ et mobile dans $\mathcal{R}$.

2. La loi de composition des vitesses s'écrit $\vec{v_a}(M) = \vec{v_r}(M) + \vec{v_e}(M)$.

Quand $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$, on a $\vec{v_e}(M) = \vec{v}(O')_{\mathcal{R}}$ (ce qui traduit que tous les points coincidents ont la même vitesse, la vitesse de O' dans $\mathcal{R}$).

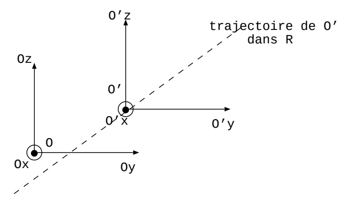
Quand $\mathcal{R}'$ est en rotation dans $\mathcal{R}$, on a $\vec{v_e}(M) = \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{OM}$ (cette expression est la vitesse d'un point M qui décrit un cercle de centre H, projeté orthogonal de M sur l'axe de rotation de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$).

3. La loi de composition des accélérations s'écrit $\vec{a_a}(M) = \vec{a_r}(M) + \vec{a_e}(M) + \vec{a_c}(M)$.

Quand $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$, on a $\vec{a_e}(M) = \vec{a}(O')_{\mathcal{R}}$ (ce qui traduit que tous les points coincidents ont le même mouvement que celui de O' dans $\mathcal{R}$) et l'accélération de Coriolis est nulle.

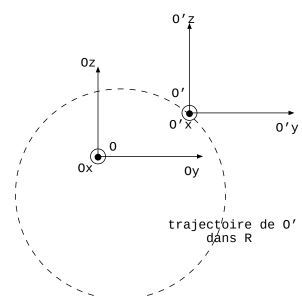
Quand $\mathcal{R}'$ est en rotation dans $\mathcal{R}$, on a $\vec{a_e}(M) = -\omega^2\overrightarrow{HM}$ (le point coincident décrit un cercle de centre H, projeté orthogonal de M sur l'axe de rotation de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$, l'accélération de ce point est centripète car sa vitesse est constante en norme) et $\vec{a_c}(M) = 2\vec{\omega}\Lambda\vec{v_r}(M)$.

4. $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$ veut dire que les axes de $\mathcal{R}'$ sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$ à tout instant et O' décrit une droite à vitesse constante dans $\mathcal{R}$.



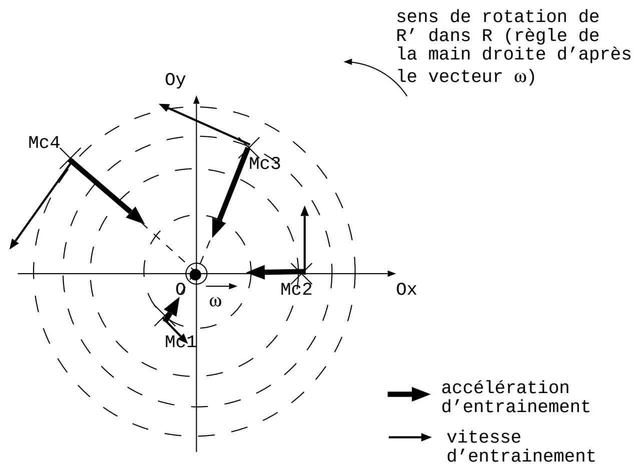
5. $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniformément décéléré dans $\mathcal{R}$ veut dire que les axes de $\mathcal{R}'$ sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$ à tout instant et O' décrit une droite à décélération constante dans $\mathcal{R}$. C'est le même schéma que précédemment, mais le point O' freine avec une décélération constante.

6. $\mathcal{R}'$ est en translation circulaire uniforme dans $\mathcal{R}$ veut dire que les axes de $\mathcal{R}'$ sont parallèles à ceux de $\mathcal{R}$ à tout instant et O' décrit un cercle à vitesse constante dans $\mathcal{R}$.



7. $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ veut dire que les axes de $\mathcal{R}'$ tournent par rapport à ceux de $\mathcal{R}$ à vitesse constante.

8. Les points coincidents décrivent des cercles centrés sur l'axe Oz, les points tournent tous à la même vitesse angulaire constante, leur vitesse est tangente au cercle et leur accélération est centripète (d'autant plus grande que le point est éloigné de l'axe).


sens de rotation de
R' dans R (règle de
la main droite d'après
le vecteur ω)
Oy
Mc4
Mc3
O
ω
Mc2
Ox
Mc1
accélération
d'entrainement
vitesse
d'entrainement