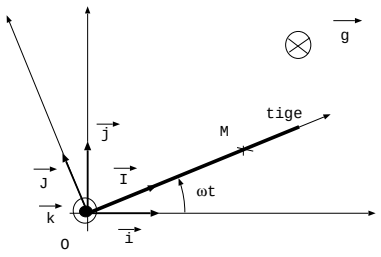
TD cinématique des changements de référentiel

I. **Anneau sur une tige**

Une tige horizontale de longueur l est soudée en O à un axe vertical Oz tournant à la vitesse angulaire ω constante. Un anneau assimilé à un point matériel M peut glisser sans frottement sur la tige. On étudie le mouvement de l'anneau dans le référentiel lié à la tige $\mathcal{R}'(O,\vec{I},\vec{J},\vec{k})$ ($(O,\vec{I})$ désigne la direction de la tige). On note X l'abscisse de M sur la tige.



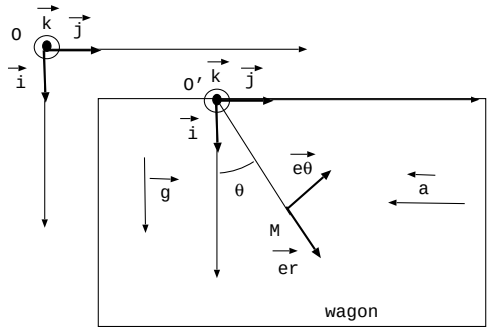
$\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ est le référentiel fixe lié au sol.

1. Quel est le mouvement de M dans $\mathcal{R}'$? en déduire l'expression de sa vitesse relative et de son accélération relative dans la base $(\overrightarrow{I},\overrightarrow{J})$.

2. Préciser le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$. En déduire l'expression de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis de M en fonction des données dans la base $(\overrightarrow{I},\overrightarrow{J})$.

II. **Pendule dans un train**

Un pendule est constitué d'un point matériel M suspendu par un fil de longueur l accroché en O' au plafond d'un train. Le train est animé d'un mouvement uniformément accéléré d'accélération $\vec{a} = -a\vec{j}$ (avec $a > 0$). Soit $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ le référentiel lié à la terre et $\mathcal{R}'(O',\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ le référentiel lié au train. On note θ l'angle entre le fil et la verticale descendante.

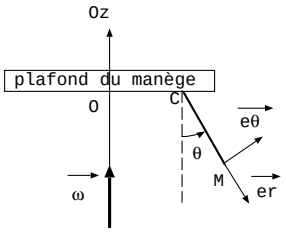


1. Quel est le mouvement de M dans $\mathcal{R}'$? en déduire l'expression de sa vitesse relative et de son accélération relative dans la base $(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta})$.

2. Préciser le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$. En déduire l'expression de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis de M.

III. **Pendule dans un manège**

Soit un manège en rotation à la vitesse angulaire ω constante autour de l'axe vertical Oz. Un pendule assimilé à un point matériel M accroché à un fil de longueur l est suspendu au plafond du manège en un point C (on note $d = OC$). Soit $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ le référentiel lié à la terre et $\mathcal{R}'(O,\vec{i}',\vec{j}',\vec{k})$ le référentiel lié au manège. On note θ l'angle entre le fil et la verticale descendante.

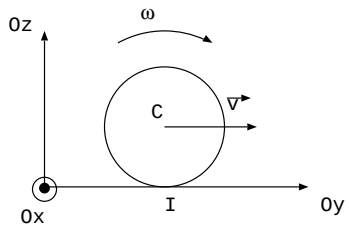


1. Quel est le mouvement de M dans $\mathcal{R}'$? en déduire l'expression de sa vitesse relative et de son accélération relative dans la base $(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta})$.

2. Préciser le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$. En déduire l'expression de l'accélération d'entraînement de M en fonction de ω, l, d et θ dans la $(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta})$.

IV. **Roulement sans glissement**

Soit un disque de rayon R et de centre C qui avance en roulant sur le sol. Le centre C se déplace à la vitesse constante $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{e_y}$, on note ω la vitesse angulaire de rotation de la roue par rapport au sol et v la norme du vecteur vitesse de C. On note $\mathcal{R}(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$, le référentiel fixe lié au sol et $\mathcal{R}'(C, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ le référentiel mobile lié à la roue.



1. Ajouter sur le schéma et exprimer en fonction des données, les vecteurs $\overrightarrow{\omega}$ (vecteur rotation de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$) et $\overrightarrow{v(I)}_{\mathcal{R}'}$.

2. Décrire le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$. En déduire l'expression de la vitesse d'entraînement de I.

3. Déduire des questions précédentes, l'expression de la vitesse de I dans $\mathcal{R}$.

4. Lorsque la roue roule sans glisser, la vitesse de I (point de contact de la roue avec le sol) est nulle dans $\mathcal{R}$, en déduire la relation entre R, v et ω.