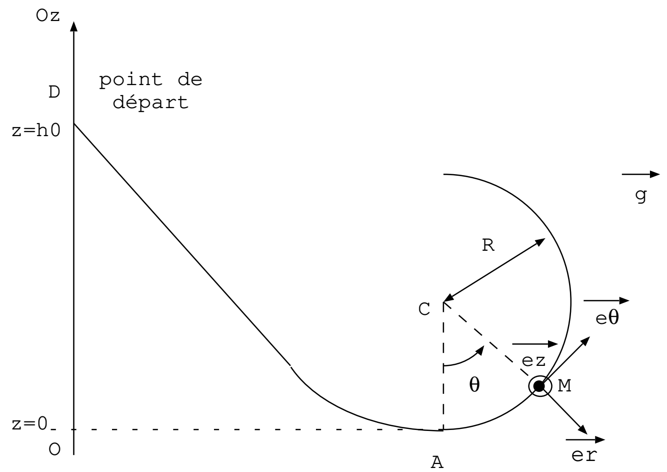
D.S.1 DE PHYSIQUE

Le sujet comprend trois exercices indépendants que vous pourrez traiter dans l'ordre de votre choix. Il est demandé de numéroter les pages au format i/N où i est le numéro de la page et N le nombre de pages. Tout résultat doit être justifié.

I. **Looping**

Un mobile assimilé à un point matériel M de masse m est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h_0 depuis le point D. Ce mobile glisse sans frottement dans une gouttière. L'extrémité de la gouttière est un demi-cercle vertical de rayon R et de centre C dont la partie inférieure repose sur le sol. **On étudie le mouvement du mobile lorsqu'il glisse à l'intérieur du rail circulaire, M est alors repéré par l'angle θ des coordonnées polaires.** On néglige les frottements de l'air. L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On note g le champ de pesanteur.



1. Montrer que le mobile constitue un système conservatif.

2. Exprimer, en fonction de R et θ, la côte z de M lorsque M se situe dans la partie circulaire de la gouttière comme indiqué sur le schéma. Déduire de la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de la vitesse de M en fonction de g, R, h_0 et θ.

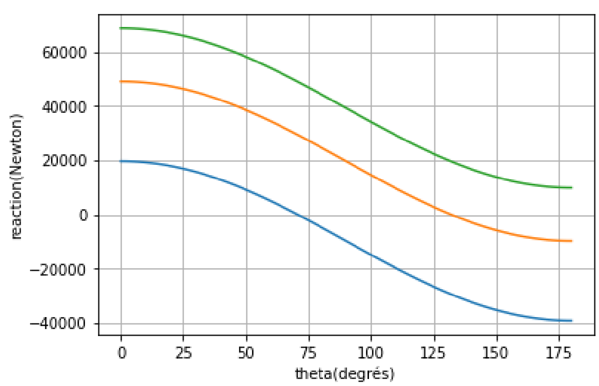
3. Montrer par application de la RFD, que la réaction de la gouttière circulaire sur M s'écrit

$$||\overrightarrow{N}|| = mg(2h_0 - 2R + 3R\cos\theta)$$

4. On donne les courbes représentant la réaction du support pour $h_0 = R/2$, $h_0 = 2R$ et $h_0 = 3R$.

Identifier les courbes en justifiant votre réponse.

Parmi les valeurs de h_0 proposées, préciser celle(s) qui permet(tent) au mobile de faire un looping. Justifier votre réponse.

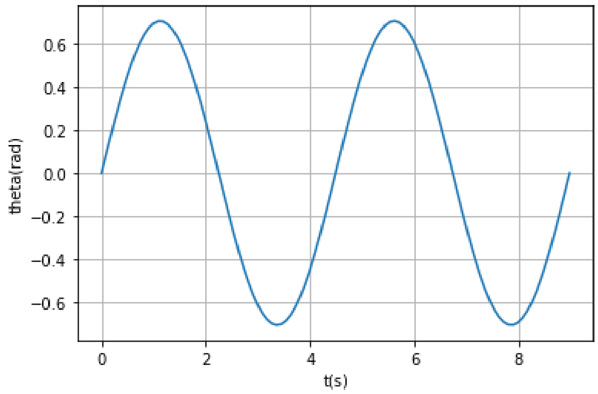


5. Pour certaines valeurs de h_0, le mobile va osciller dans la gouttière.

5.a. Exprimer les moments des forces exercées sur M et calculés par rapport à O.

5.b. Déduire du théorème du moment cinétique appliqué au mobile par rapport à O, l'équation différentielle vérifiée par θ.

5.c. Dans le cas des petits angles, simplifier l'équation différentielle. On prend comme origine des temps, soit $t = 0$, l'instant où le mobile se trouve au point A. Utiliser la question 2 pour exprimer la vitesse en A et $\dot{\theta}$ en A. Résoudre l'équation différentielle et exprimer $\theta(t)$. On donne la courbe $\theta(t)$. Lire la période et l'amplitude des oscillations et en déduire les valeurs numériques de R et h_0. Donnée: $g = 9,8\ m.s^{-2}$.



II. Modèle de Bohr

Les constantes fondamentales intervenant dans le problème sont rappelées ci-dessous avec leurs valeurs numériques données avec 3 chiffres significatifs :

– charge élémentaire : $e = 1,60.10^{-19}\ C$

– charge de l'électron : $-e$

– charge du proton : $+e$

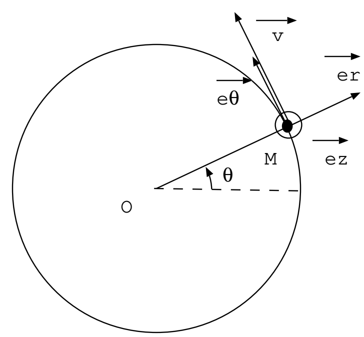
– masse de l'électron : $m_e = 9,11.10^{-31}\ kg$

– permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}\ F.m^{-1}$

– constante de Planck réduite : $\hbar = 1,05.10^{-34}\ J.s$

– l'électron-volt, unité d'énergie : $1\ eV = 1,60.10^{-19}\ J$

Dans le modèle planétaire de Bohr de l'atome d'hydrogène, l'électron assimilé à un point matériel M tourne autour de son proton supposé immobile en O en décrivant une orbite circulaire de rayon $R = OM$. L'électron est repéré par ses coordonnées polaires (R, θ) comme indiqué sur la figure et $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$ est la base locale correspondante. On néglige l'interaction gravitationnelle entre l'électron et le proton. On néglige le poids de l'électron. L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen.



1. Représenter et rappeler l'expression de la force électrique exercée par le proton sur l'électron.

2. Par application de la RFD, déduire la norme v de la vitesse de l'électron en fonction entre autres du rayon r de l'orbite.

3. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle électrostatique E_p de l'électron. Montrer que l'énergie cinétique E_c de l'électron vérifie : $E_c = -\dfrac{E_p}{2}$.

4. Exprimer la norme L du moment cinétique en O de l'électron en fonction de R, m_e, e, et ϵ_0.

En 1913, Bohr a postulé que L est un multiple entier de $\hbar$ en posant $L = n\hbar$, où n est un entier naturel strictement positif et où $\hbar$ est la constante de Planck réduite. Pour de tels états du modèle de Bohr, dits stationnaires, l'électron, en mouvement circulaire uniforme, bien qu'accéléré, ne rayonne pas d'énergie.

5. De l'égalité $L = n\hbar$, déduire que la relation de quantification du rayon r_n de l'orbite caractérisée par l'entier n s'écrit sous la forme $R_n = a_B n^2$, avec a_B le rayon de Bohr, qu'on exprimera en fonction de m_e, e, ϵ_0 et $\hbar$.

III. **Traîneau tiré par des chiens sur la glace**

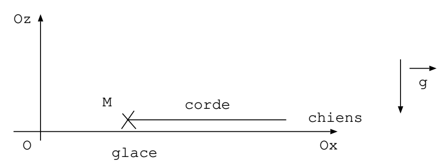
Un traîneau à chiens est assimilé à un point matériel M de masse $m = 5,0.10^2\ kg$ (le pilote, ou musher, est compris dans cette masse), il glisse sur la surface de la glace avec un coefficient de frottement solide $f = 5,0.10^{-2}$. Les chiens sont reliés au traîneau par des éléments de corde tendus, de masse négligeable et inextensibles. On note $\overrightarrow{F}$ la résultante des forces de traction exercées par les chiens, supposée de norme F constante, et de direction colinéaire à l'ensemble des cordes. Une force de frottement fluide $\overrightarrow{F_f} = -\beta \overrightarrow{v}$ avec $\beta > 0$ modélise l'action de l'air sur l'ensemble de l'attelage. On note $g = 9,8\ m.s^{-2}$ l'accélération de la pesanteur. L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

On rappelle les lois de Coulomb: la réaction du support se décompose en une réaction normale notée $\overrightarrow{N}$, de norme N, et une réaction tangentielle notée $\overrightarrow{T}$, de norme T.

Lorsque M glisse, on a $T = fN$ et la réaction tangentielle est de sens opposé à la vitesse

Lorsque M est immobile, on a $T < fN$

1. Dans un premier temps, le traîneau est astreint à se déplacer sur une droite horizontale.



1.a. Dans cette question, les chiens tirent sur les cordes mais le traîneau reste **immobile**. Reproduire le schéma du système et ajouter les forces exercées sur le traîneau M immobile. Déduire de la RFD et des lois de Coulomb, la valeur minimale de F permettant le démarrage du traîneau. Faire l'application numérique.

Dans la suite, les chiens tirent et le traîneau est en mouvement.

1.b. Reproduire le schéma du système et ajouter les forces exercées sur le traîneau M en mouvement. Déduire de la RFD et des lois de Coulomb que l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$ définie par $\overrightarrow{v} = v(t)\overrightarrow{e_x}$ est de la forme:

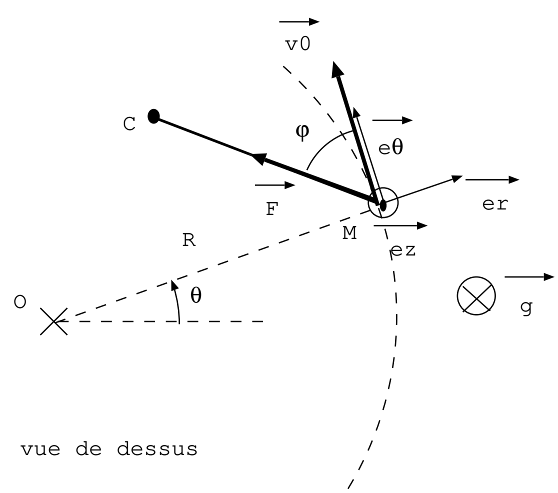
$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_l}{\tau}$$

Exprimer τ et v_l en fonction des données et préciser le nom et le sens physique de ces deux grandeurs.

1.c. Résoudre cette équation différentielle et exprimer $v(t)$ sachant qu'à l'instant $t = 0$ le traîneau est immobile. Tracer l'allure de $v(t)$ en portant sur le graphe les grandeurs τ et v_l.

1.d. La vitesse limite atteinte par le traîneau est évaluée à $3,0\ m.s^{-1}$. Elle est atteinte à 5 % près par le traîneau en une durée $t_1 = 5,0\ s$. En déduire la valeur de β, puis celle de la force F.

2. Le traîneau aborde une courbe à plat qu'on assimilera à un cercle horizontal de centre O et de rayon R. Les chiens (modélisés ici en un seul point C) doivent donc tirer vers l'intérieur du cercle, la corde faisant un angle φ avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ de M. On suppose le mouvement uniforme soit la norme de $\overrightarrow{v_0}$ est constante.

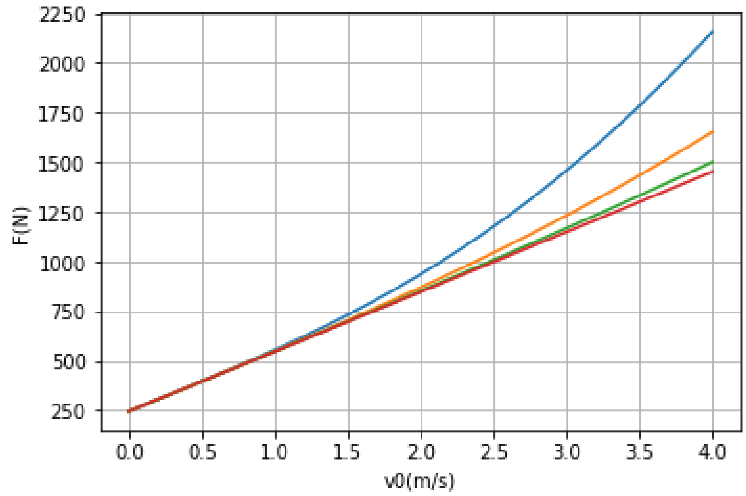


2.a. Exprimer l'accélération en fonction des données v_0 et R dans la base polaire.

2.b. Reproduire le schéma du système et ajouter les forces exercées sur le traîneau M en mouvement. Ecrire les trois relations scalaires résultants de la projection de la RFD sur la base $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$.

2.c. En déduire l'expression de $\tan\varphi$ en fonction de la vitesse v_0 et des paramètres physiques du problème (f, g, β, m et R). Montrer que $F = \sqrt{\dfrac{m^2 v_0^4}{R^2} + (fmg + \beta v_0)^2}$. Aide : pour l'expression de F, penser à utiliser $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$.

2.d. Le graphe ci-dessous représente les variations de F en fonction de v_0 selon l'expression précédente, pour différentes valeurs du rayon de courbure, $R = 5\ m$, $R = 10\ m$, $R = 20\ m$ et $R = 60\ m$.



Expliquer comment s'ordonnent les 4 courbes.

On se place sur la courbe $R = 10\ m$. A quelle vitesse v_0 les chiens peuvent-ils entraîner le traîneau s'ils engendrent une traction d'environ 1500 N ? Que vaut alors l'angle φ en degrés ?

Pour $R = 60\ m$, justifier l'allure de la courbe et retrouver la valeur numérique de β grâce à la courbe.