TD de dynamique terrestre

I. **Rotation de la Terre**

Quelle devrait être la période T de rotation de la Terre sur elle-même pour que le champ de pesanteur soit nul en tout point de l'équateur ? Calculer la durée du jour correspondante. Donnée : $R_T = 6370\ km$.

Réponse : $T = 83\ min\ 46\ s$

II. **Force de Coriolis sur un avion**

Un avion vole le long d'un méridien en se déplaçant du nord vers le sud à la latitude nord $\lambda = 35^0$ avec une vitesse de 1000 km/h relativement au référentiel terrestre. On donne $g = 10\ m/s^2$.

Déterminer le sens et la direction de la force de Coriolis exercée sur l'avion. Que se passe-t-il si l'avion vole à la latitude sud $\lambda = 35^0$?

Calculer le rapport des normes de la force de Coriolis et du poids exercés sur l'avion.

III. **La déviation vers l'est**

Soit un projectile assimilé à un point matériel M abandonné sans vitesse initiale à l'altitude h à la verticale d'un point O de la Terre à la latitude λ. On néglige la résistance de l'air.

On assimile la terre à une sphère tournant autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire Ω. On note $\vec{g}_0$ le champ de pesanteur terrestre avec $g_0 = 9,8\ m/s^2$. On note Oz, la verticale ascendante, Ox, la tangente au méridien passant par O, dirigée vers le sud, et Oy, la tangente au parallèle passant par O, dirigée vers l'est.

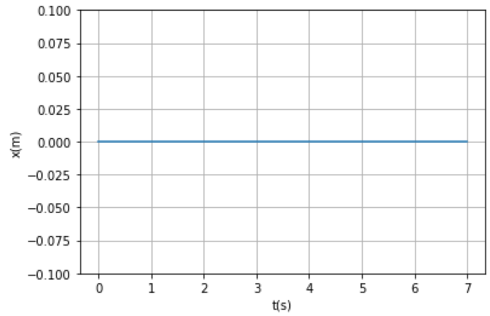
1. Préciser en quel point tombe l'objet lorsque l'on suppose le référentiel terrestre galiléen.

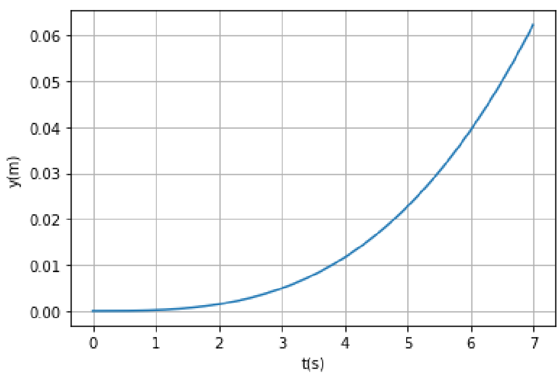
2. On donne les courbes $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ du projectile obtenues par simulation sous python.

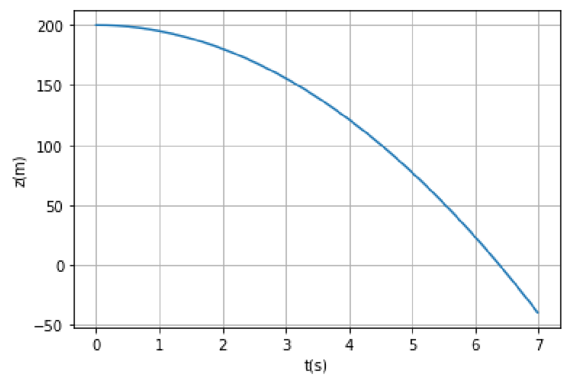
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
h,g,lat,omega=..........,9.8,40*np.pi/180.,2*np.pi/24/3600
tau=0.01
N=700
Vec1=np.array([0,0,-g])
Vec2=np.array([-omega*np.cos(lat),0,+omega*np.sin(lat)])
lt,lx,ly,lz=[0],[0],[0],[h]
VecV=np.array([0,0,0])
VecPos=np.array([0,0,h])
for i in range(N-1):
    lt.append(lt[i]+tau)
    Vec3=Vec1-2*np.cross(Vec2,VecV)
    VecV=VecV+tau*Vec3
    VecPos=VecPos+tau*VecV
    lx.append(VecPos[0])
    ly.append(VecPos[1])
    lz.append(VecPos[2])
plt.plot(lt,lx)
plt.xlabel('t(s)')
plt.ylabel('x(m)')
plt.show()
```

Dans le code: que représentent Vec1 (ligne 3)? Vec2 (ligne 4) ? Vec3 (ligne 11)? omega (ligne 1) ? quelle est la valeur de la latitude du lieu en degrés? ce code utilise la méthode d'Euler. Rappeler l'expression de $v(t+tau)$ en fonction de $v(t)$, tau et $a(t)$ pour tau petit. Rappeler de même l'expression de $x(t+tau)$ en fonction de $x(t)$, tau et $v(t)$ pour tau petit. Identifier les lignes où est appliquée la méthode d'Euler.

Déduire de la lecture des courbes la valeur numérique de h, les coordonnées du point d'impact au sol, les coordonnées du projectile lorsqu'il atteint l'altitude de 150 m. Le projectile est-il dévié vers l'est ou vers l'ouest? Justifier le résultat en utilisant la force qui s'exerce sur lui. Comment vérifie-t-on sur les courbes que le projectile est bien abandonné sans vitesse initiale?







3. Exprimer la vitesse du projectile lorsque l'on suppose le référentiel terrestre galiléen.

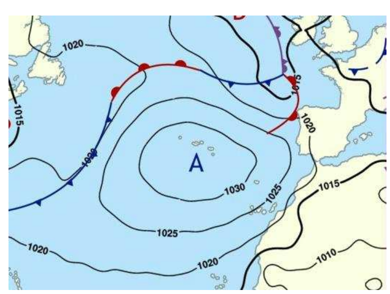
4. Ecrire la RFD appliquée à M dans le référentiel terrestre non galiléen. Pourquoi la force d'inertie d'entraînement n'intervient pas explicitement dans l'équation obtenue? On fait l'hypothèse que la vitesse du projectile est peu modifiée lorsque l'on tient compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre, cela revient à dire que l'on peut exprimer la force de Coriolis en prenant la vitesse trouvée dans la question précédente. En déduire les équations horaires du projectile.

5. Déterminer les coordonnées du point d'impact du projectile sur le sol. Faire l'AN pour $\lambda = 40^0$ et $h = 200\ m$.

Réponses: 5- $x(t) = 0$, $y(t) = \Omega g \cos\lambda \dfrac{t^3}{3}$, $z(t) = h - \dfrac{gt^2}{2}$

IV. **Les vents dans l'hémisphère nord**

1. On donne la carte météo d'un zone où règne un anticyclone. Sur cette carte sont tracées les courbes isobares avec la pression donnée en hPa. Déduire de cette carte la répartition des pressions autour d'un anticyclone et ajouter sur la carte les vecteurs vitesses des masses d'air autour de l'anticyclone.

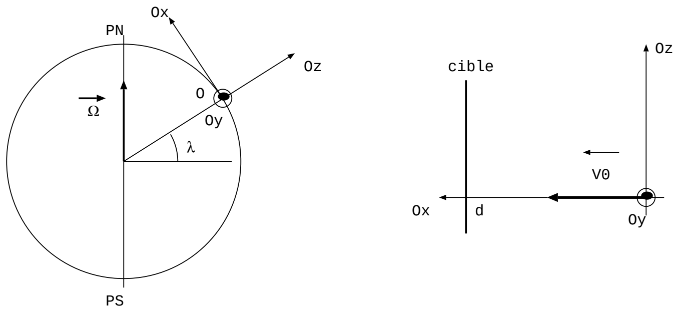


2. Ces masses d'air en mouvement subissent la force de Coriolis. Ajouter sur la carte les forces d'inertie de Coriolis exercées sur les différentes masses d'air autour de l'anticyclone. En déduire le sens de rotation des vents autour d'un anticyclone dans l'hémisphère nord et dans l'hémisphère sud.

Réponse: sens horaire dans l'hémisphère nord

V. **Tir d'une balle de fusil**

Une balle de fusil est tirée horizontalement vers le nord avec la vitesse V_0 depuis un point O de la terre de latitude $\lambda = 45^0$ sur une cible à distance d de O. Pour la base de projection, on choisit l'axe Ox tangent à un méridien vers le nord, Oy tangent à un parallèle vers l'ouest et Oz la verticale ascendante du lieu. On néglige tout frottement.



1. Le référentiel terrestre étant supposé galiléen, déduire de la RFD appliquée à M les équations paramétriques du mouvement du projectile $(x(t), y(t), z(t))$. Calculer, en fonction de d, v_0 et g, les coordonnées du point d'impact $I(x_I, y_I, z_I)$ sur une cible située à une distance d de O.

2. On étudie maintenant l'influence de la rotation de la terre sur le mouvement du projectile. Le référentiel n'est plus considéré galiléen.

2.a. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{\Omega}$, le vecteur vitesse angulaire de rotation propre de la terre. Donner la valeur numérique de Ω.

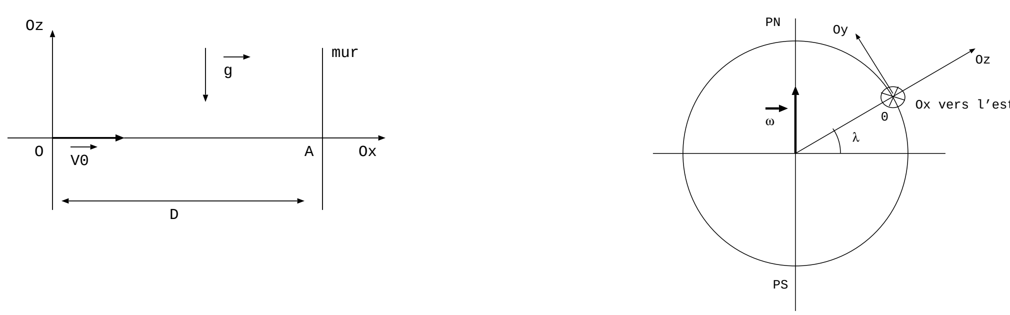
2.b. Exprimer la force de Coriolis en prenant pour la vitesse relative de M la vitesse obtenue dans le cas où le référentiel d'étude est galiléen (question 1). Cela revient à dire que la force de Coriolis modifie très peu le mouvement de la balle.

2.c. Appliquer la RFD au projectile dans le référentiel terrestre non galiléen et en déduire les équations paramétriques du mouvement $(x(t), y(t), z(t))$. Calculer, en fonction de d, V_0, ω, λ et g, les coordonnées du point d'impact $I(x_I, y_I, z_I)$ sur une cible située à une distance d de O. AN : $v_0 = 50\ m/s$ et $d = 100\ m$

*R*éponses : avec Coriolis : $x_I = d$, $y_I = -\omega V_0 \sin\lambda(\dfrac{d}{v_0})^2 - \dfrac{d^3}{3v_0^3} g\omega\cos\lambda$ et $z_I = -\dfrac{gd^2}{2v_0^2}$

VI. **Hockeyer**

Un hockeyeur se trouve en un point O, de latitude Nord λ, sur une surface gelée horizontale parfaitement lisse et sans frottements. À l'aide de sa crosse, il propulse sur un axe Ox dirigé vers l'est, un palet de 300 g à la vitesse $v_0 = 10\ m/s$ vers un mur vertical situé à la distance : $D = 20\ m$.



1. Exprimer le vecteur rotation propre de la Terre $\overrightarrow{\Omega}$ et calculer Ω.

2. Lorsque le référentiel terrestre est supposé galiléen, exprimer le vecteur vitesse du palet en fonction du temps et préciser en quel point le palet touche le mur.

3. Ecrire la RFD appliquée au palet dans le référentiel terrestre non galiléen. Pour exprimer la force d'inertie de Coriolis, on fait l'hypothèse que le vitesse relative du palet est identique à la vitesse qu'il a, lorsque le référentiel terrestre est galiléen (vitesse obtenue question 2).

4. En déduire les équations horaires du mouvement du palet et montrer que l'abscisse du point de contact du palet sur le mur est $y_{mur} = -\dfrac{\Omega \sin\lambda D^2}{2v_0}$. Faire l'AN.