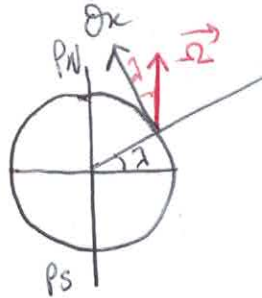
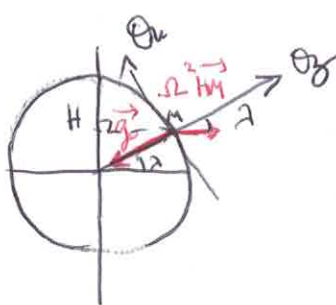


1)  $\vec{\Omega} = \Omega \left(\cos \lambda \vec{e}_x + \sin \lambda \vec{e}_y \right)$
 $\vec{\Omega} = \Omega \cos \lambda \vec{e}_x + \Omega \sin \lambda \vec{e}_y$

AN: $\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

période de rotation
propre de la Terre

2) Le poids d'un corps est la somme de l'attraction gravitationnelle exercée par la Terre et de la force d'inertie d'entraînement liée à la rotation propre de la Terre: $\vec{P} = m \vec{g}_T(M) + \vec{F}_{ic} = m \vec{g}_T(M) + m \Omega^2 \vec{HM}$



$HM = R_T \cos \lambda$

pu un point M sur le sol:

$m \vec{g}_T(M) = -G \frac{M_T m}{R_T^2} \vec{e}_y = -m g_0 \vec{e}_y$

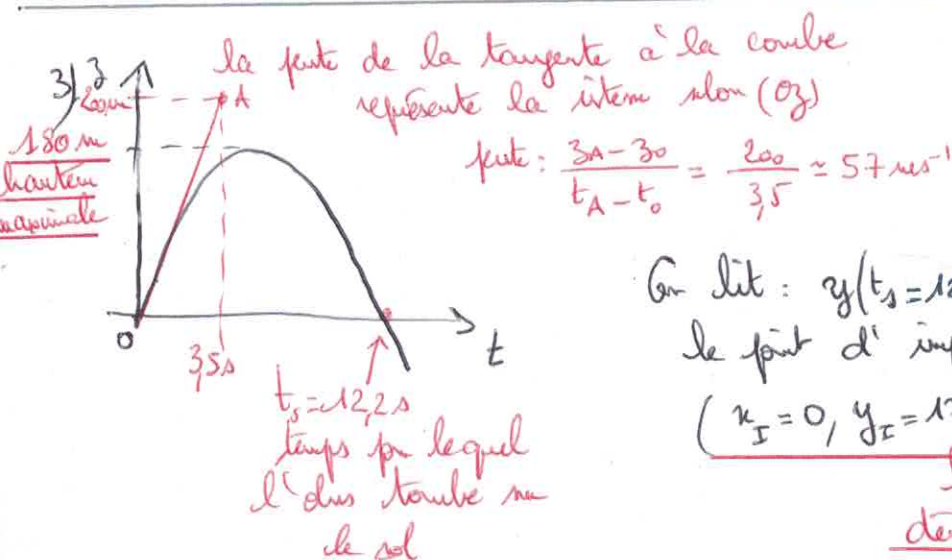
$\Omega^2 \vec{HM} = \Omega^2 \|\vec{HM}\| \left[\cos \lambda \vec{e}_y + \sin \lambda \vec{e}_x \right]$
 $= \Omega^2 R_T \cos \lambda \left[\cos \lambda \vec{e}_y + \sin \lambda \vec{e}_x \right]$

donc $\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} = -\Omega^2 R_T \cos \lambda \sin \lambda \vec{e}_x + \left[-g_0 + \Omega^2 R_T \cos^2 \lambda \right] \vec{e}_y$

On en déduit la norme de $\vec{g}$:

$\|\vec{g}\| = \sqrt{(-\Omega^2 R_T \cos \lambda \sin \lambda)^2 + (-g_0 + \Omega^2 R_T \cos^2 \lambda)^2} = 9.79 \text{ m.s}^{-2} \approx g$

L'effet de la rotation de la Terre est très faible: $\frac{g - g_0}{g_0} = 0.2\%$ d'écart donc on peut négliger la contribution de la force centrifuge (force d'inertie d'entraînement) devant l'attraction terrestre.



On lit: $y(t_s = 12.2 \text{ s}) = 0.170 \text{ m} = 17 \text{ cm} > 0$
 le point d'impact a pour coordonnées:

$(x_I = 0, y_I = 17 \text{ cm} > 0, z_I = 0)$

l'objet est
dévié vers l'ouest

On lit $\dot{x}(t=0) = 0$, $\dot{y}(t=0) = 0$ (tangente horizontale à la courbe à $t=0$), $\dot{z}(t=0) = 57 \text{ m.s}^{-1}$
 la vitesse initiale est donc $\vec{v}_0 = 57 \vec{e}_z$ avec $v_0 = 57 \text{ m.s}^{-1}$

4) Dans R_T galiléen, l'obs ne sent que son poids:
 RFD appliquée à l'obs: $m \vec{a}/R = m \vec{g}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$ et $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$
 $m(Ox): \ddot{x} = 0$ $m(Oy): \ddot{y} = 0$ $m(Oz): \ddot{z} = -gt + v_0$

5) Dans R_T non galiléen, l'obs sent son poids et la force d'inertie de Coriolis (la force d'inertie d'entraînement est contenue dans le poids).
 RFD appliquée à l'obs: $m \vec{a}(M)/R = m \vec{g} - 2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)/R$

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{v}/R = \begin{vmatrix} 2 \cos \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Omega \sin \lambda & -gt + v_0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -2 \cos \lambda (v_0 - gt) \\ 0 \end{vmatrix}$$

d'où $\vec{a}(M)/R = \vec{g} - 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)/R$

on projette sur (Ox): $\ddot{x} = 0$

$m(Oy): \ddot{y} = -2 \Omega \cos \lambda (v_0 - gt)$

$m(Oz): \ddot{z} = -g$

on intègre par rapport au temps:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -2 \Omega \cos \lambda (v_0 t - g \frac{t^2}{2}) \\ \ddot{z} = -gt + v_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \Omega \cos \lambda \left(v_0 \frac{t^2}{2} - g \frac{t^3}{3} \right) \\ z = -g \frac{t^2}{2} + v_0 t \end{cases}$$

6) L'obs arrive sur le sol pour $z=0$ soit $(-g \frac{t}{2} + v_0)/t = 0$
 soit $t=0$ point de départ et $\boxed{t_s = \frac{2v_0}{g}}$ point d'arrivée

d'où $y(t_s) = -2 \Omega \cos \lambda \left(\frac{v_0}{2} \left(\frac{2v_0}{g} \right)^2 - \frac{g}{3} \left(\frac{2v_0}{g} \right)^3 \right) = -2 \Omega \cos \lambda \left(\frac{2v_0^3}{g^2} - \frac{8v_0^3}{3g} \right)$

soit $\boxed{y(t_s) = \frac{4}{3} \Omega \cos \lambda \frac{v_0^3}{g^2}}$

$\left[-2 \cos \lambda \frac{v_0^3}{g^2} \right] = \text{m.s}^{-1} \frac{\text{m.s}^{-3}}{\text{m.s}^{-2}} = \text{m}$
 résultat homogène

$y(t_s) > 0$: c'est cohérent avec la courbe $y(t)$

AN: $y(t_s) = \frac{4}{3} \times 7,27 \cdot 10^{-5} \times \cos 40^\circ \times \frac{60^3}{9,81^2}$

$y(t_s) = 16,6 \text{ m}$ cohérent avec la courbe