

C O N C O U R S A T S
-SESSION 2013-

É P R E U V E D E
S C I E N C E S P H Y S I Q U E S

CALCULATRICE AUTORISÉE

CODE ÉPREUVE : 957

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3H

Autour de la luge.

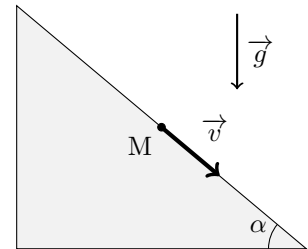
La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace. Pour freiner, le lugeur ne peut compter que sur ses pieds car la luge ne comporte pas de frein. Les spécialistes peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 km/h.

1 • Trajectoires.

Pour la modélisation, on assimile l'ensemble {luge+lugeur} (désigné par la suite sous le terme simple de luge) à un point matériel M de masse $m = 100$ kg. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. L'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Descente rectiligne

Après la phase de poussée, la luge atteint une vitesse $v_0 = 5,0 \text{ m.s}^{-1}$. Elle descend ensuite une piste rectiligne de pente constante, inclinée de 10% (on descend verticalement de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On appelle α l'angle que fait la piste avec l'horizontale. Les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu. Le point M est ainsi en mouvement rectiligne uniformément accéléré.



1.1 - Effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur la luge et dessiner un schéma représentant ces forces, en justifiant soigneusement leur direction et leur sens.

1.2 - Par application de la relation fondamentale de la dynamique, exprimer et calculer numériquement l'accélération a de la luge en fonction de l'accélération de la pesanteur g et de l'angle α .

1.3 - L'origine des temps est fixée juste après la phase de poussée. Donner l'expression de la vitesse en fonction du temps. Au bout de quelle durée t_a la luge atteint-elle la vitesse $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$? Application numérique.

1.4 - Quelle est la distance parcourue lorsque la luge atteint la vitesse v_a ? Application numérique.

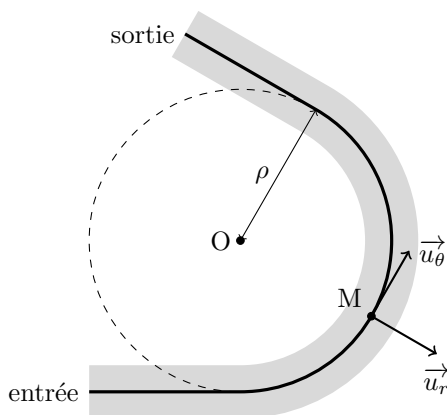
Virage circulaire

À présent, le point M est en mouvement circulaire uniforme à la vitesse V , sur un cercle de rayon ρ .

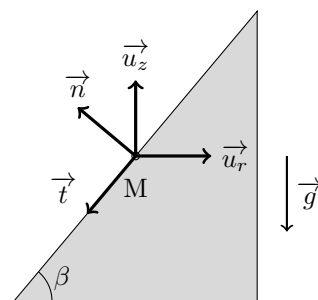
La piste est inclinée latéralement d'un angle $\beta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

La trajectoire se situe dans un plan horizontal : $\vec{v} = V \vec{u}_\theta$. Le trièdre de vecteurs unitaires $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ est orthonormé direct.

On désigne par $\vec{R} = R_N \vec{n} + R_T \vec{t}$ la réaction de la piste, qui n'est plus uniquement normale. Les vecteurs unitaires $\vec{n}$ (normal) et $\vec{t}$ (tangente) sont définis sur la figure de droite ci-dessous.



Vue de dessus de la piste



Vue en coupe de la piste

1.5 - Exprimer l'accélération $\vec{a}$ en fonction de V , ρ et de $\vec{u}_r$. Justifier physiquement le sens de l'accélération.

1.6 - La luge n'étant soumise qu'à son poids et à la réaction du support, écrire la relation fondamentale de la dynamique en projection dans le repère $(\vec{t}, \vec{n})$.

1.7 - En déduire les expressions des réactions R_N et R_T en fonction de V , ρ , β , g et m .

1.8 - Quelle est la valeur V_c de la vitesse pour laquelle la réaction tangentielle est nulle ?

Écrire alors R_T en fonction de m , ρ , β et $(V^2 - V_c^2)$.

Soit $f = 0,4$ le coefficient de frottement latéral de la luge sur la piste de glace. Les lois du frottement solide indiquent que la luge ne dérape pas tant que $|R_T| < f R_N$. Dans la suite des questions, on ne considère que le cas $V \geq V_c$ ce qui correspond à un dérapage possible vers l'extérieur du virage.

1.9 - Montrer que V^2 doit respecter l'inégalité suivante pour éviter le dérapage :

$$V^2 (\cos \beta - f \sin \beta) \leq g \rho (\sin \beta + f \cos \beta)$$

1.10 - En déduire que si l'inclinaison β est suffisante, il n'y aura jamais dérapage quelle que soit la vitesse V . Donner l'inclinaison minimale à respecter, qui dépend uniquement du coefficient f . Faire l'application numérique, en degrés.

1.11 - Si cette inclinaison minimale n'est pas respectée, montrer que la condition de non dérapage impose une vitesse V à ne pas dépasser, à exprimer en fonction de g , ρ , β et f . Que risque la luge si sa vitesse est trop grande ?

1.12 - Montrer à partir des résultats précédents qu'en l'absence de frottement latéral, on ne pourrait aborder le virage qu'à la vitesse V_c . Les frottements permettent ainsi d'avoir une certaine marge de vitesse dans un virage.

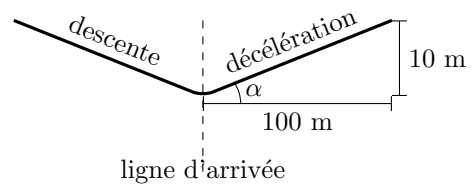
2 • Dispositifs de freinage.

La luge franchit la ligne d'arrivée à la vitesse $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$. Dans cette partie, les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

Ralentissement mécanique

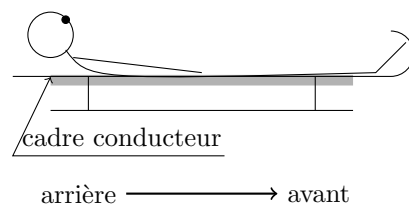
2.1 - Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10% (on monte de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α .

Déterminer la longueur $\mathcal{L}$ de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge passe de $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$ à l'arrêt, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.

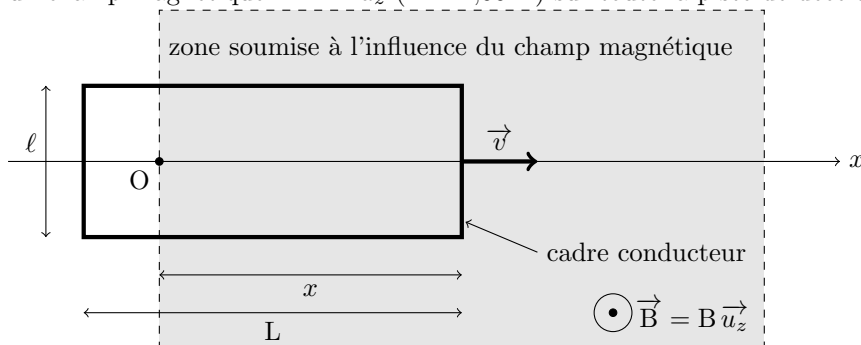


Freinage par induction

On cherche une autre solution que celle de la pente inclinée pour ralentir la luge : le freinage par induction. On fixe sous la luge un cadre métallique rigide, conducteur, rectangulaire, de résistance totale $R_c = 10^{-3} \Omega$ et de côtés $\ell \times L$ ($\ell = 50,0 \text{ cm}$ et $L = 100 \text{ cm}$). La piste est horizontale et le long de l'axe Ox , dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée, avant la zone de freinage. L'origine des temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe Oz désigne la verticale ascendante.



Un dispositif crée un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$ ($B = 1,00 \text{ T}$) sur toute la piste de décélération.



Cadre conducteur entrant dans la zone magnétique

2.2 - Décrire (sans calcul) les différentes phases du mouvement de la luge depuis la ligne d'arrivée jusqu'à ce qu'elle ait franchi complètement la zone soumise au champ magnétique, supposée ici d'une longueur supérieure à L .

2.3 - Le champ magnétique a une valeur de 1 T. Est-ce élevé? Quel dispositif pourrait, par exemple, créer un champ de cette intensité? Quelle est l'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre?

Dans la suite, on s'intéresse au mouvement du cadre lorsqu'il n'a pas entièrement pénétré dans la zone soumise à l'influence du champ magnétique $\vec{B}$.

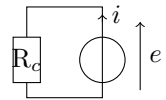
2.4 - Exprimer la surface S du cadre soumise au champ magnétique en fonction de ℓ et x .

En déduire l'expression du flux magnétique Φ qui traverse le cadre dans le sens $+\vec{u}_z$ lorsqu'il pénètre dans la zone magnétique.

2.5 - En utilisant la loi de Lenz-Faraday, exprimer la force électromotrice e qui apparaît dans le cadre en fonction de la vitesse v du cadre, de sa largeur ℓ et du champ magnétique B .

2.6 - Le circuit électrique équivalent au cadre rectangulaire est constitué de la force électromotrice e et de la résistance R_c . On néglige l'inductance propre du cadre.

Exprimer l'intensité i induite dans le cadre en fonction de B , ℓ , v et R_c .



2.7 - Exprimer la force de Laplace élémentaire $d\vec{F}_L$, qui s'exerce sur un élément de cadre de longueur $d\ell$, parcouru par l'intensité i .

2.8 - En déduire la résultante de la force de Laplace $\vec{F}_L$ qui s'exerce sur le cadre, en fonction de l'intensité i , ℓ , B et d'un vecteur unitaire puis en fonction de R_c , v , ℓ , B et d'un vecteur unitaire. Commenter le sens de cette force.

2.9 - Par application du principe fondamental de la dynamique en projection sur l'axe Ox , donner l'équation différentielle qui porte sur la vitesse v de la luge.

2.10 - La solution de cette équation différentielle s'écrit

$$v(t) = v_a \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

τ est le temps caractéristique du mouvement lorsque la luge pénètre dans la zone soumise au champ magnétique. Exprimer τ en fonction de B , m , ℓ et R_c . Faire l'application numérique.

2.11 - Exprimer la position $x(t)$ de la luge en fonction de t , τ et v_a .

2.12 - Calculer la durée T que met le cadre de longueur L pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique.

2.13 - En déduire l'expression de $v(T)$. Calculer numériquement la variation $\Delta v = v_0 - v(T)$ de vitesse de la luge entre les instants $t = 0$ et T .

2.14 - Quelle est la vitesse de la luge une fois que le cadre est entièrement dans la zone soumise au champ magnétique? Justifier. En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

2.15 - La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération mais est limitée à la longueur idéale déduite précédemment. Que se passe-t-il lorsque le cadre conducteur sort de cette zone?

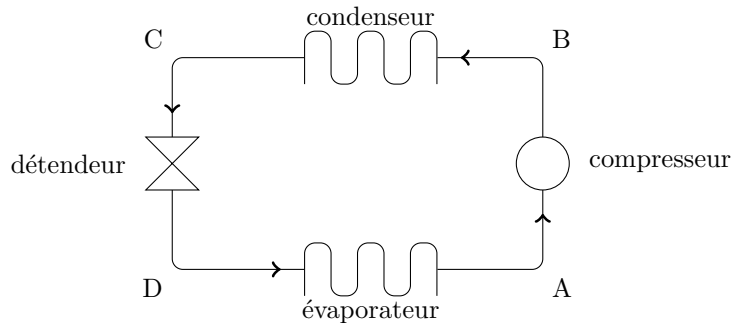
2.16 - On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Combien de zones magnétiques sont nécessaires pour que la vitesse de la luge diminue jusque environ 5 m.s^{-1} , vitesse à partir de laquelle le lugeur peut freiner avec ses pieds? Quelle est alors la longueur de la piste de ralentissement?

2.17 - Donner un exemple d'utilisation de freinage par induction.

3 • Réfrigération de la piste.

Pour obtenir une qualité de glace optimale, la piste doit être réfrigérée. On fait ainsi circuler près de 50 tonnes d'ammoniac (NH_3) dans une centaine de kilomètres de canalisations pour assurer 10 cm de glace à -10°C sur l'ensemble de la piste. L'ammoniac a une masse molaire $M_{\text{NH}_3} = 17 \text{ g.mol}^{-1}$. Pour la modélisation, **on considère une masse $m_{\text{NH}_3} = 1 \text{ kg}$ d'ammoniac**, dont la phase gazeuse est supposée parfaite, qui suit un cycle réversible composé de quatre phases :

- A $\rightarrow$ B Compression adiabatique réversible : l'ammoniac, constitué uniquement de vapeur sèche, est comprimé de la pression de vapeur saturante $P_A = 2,8 \text{ bar}$ à la pression $P_B = 8,6 \text{ bar}$. Il passe de la température $T_A = -10^\circ\text{C}$ à la température T_B .
- B $\rightarrow$ C Condensation isobare : le gaz est refroidi de manière isobare (état B') puis se condense complètement, à la température $T_C = 20^\circ\text{C}$. La pression est maintenue constante : $P_B = P_C$.
- C $\rightarrow$ D Détente adiabatique de type Joule-Thomson : l'ammoniac est détendu jusqu'à la pression $P_D = P_A$. On note x le titre massique en vapeur obtenu en D.
- D $\rightarrow$ A Vaporisation isobare : sous la piste, l'ammoniac liquide se vaporise totalement sous la pression P_A .



Données :

- Les pressions de vapeur saturantes de l'ammoniac à 20°C et -10°C valent :
 $P_{\text{sat}}(283 \text{ K}) = P_B = 8,6 \text{ bar}$ et $P_{\text{sat}}(263 \text{ K}) = P_A = 2,8 \text{ bar}$
- L'enthalpie massique de vaporisation de l'ammoniac vaut à 20°C et -10°C :
 $\Delta_{\text{vap}}h(293 \text{ K}) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $\Delta_{\text{vap}}h(263 \text{ K}) = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- La capacité thermique massique à pression constante de l'ammoniac gazeux vaut $c_p = 2,1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- La capacité thermique massique de l'ammoniac liquide vaut $c_\ell = 4,7 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,3$; $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$; $0 \text{ K} = -273^\circ\text{C}$; $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

3.1 - Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron où figurent le volume V en abscisse et la pression P en ordonnée. Faire figurer les points A, B, B', C, D, la courbe de rosée et la courbe d'ébullition.

3.2 - Que valent les transferts thermiques Q_{AB} et Q_{CD} ?

3.3 - Montrer que la température $T_B = 68^\circ\text{C}$.

3.4 - Exprimer alors le transfert thermique $Q_{BB'}$ entre les états B et B' en fonction des données.

3.5 - En déduire le transfert thermique Q_{BC} entre les états B et C. Application numérique.

3.6 - Justifier sans calcul que l'enthalpie reste constante lors de la détente C $\rightarrow$ D.

3.7 - En déduire que le titre massique en vapeur au point D vaut

$$x = \frac{c_\ell(T_C - T_D)}{\Delta_{\text{vap}}h(263\text{K})}$$

Faire l'application numérique.

3.8 - En déduire le transfert thermique Q_{DA} lors de l'évaporation sous la piste. Application numérique.

3.9 - Par application du premier principe, calculer le travail total W fourni au fluide lors du cycle.

3.10 - Définir, en justifiant soigneusement, l'efficacité e de la machine frigorifique puis l'exprimer en fonction de Q_{DA} et Q_{BC} . Faire l'application numérique.

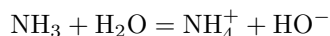
3.11 - Une étude entropique montre que l'efficacité maximale d'une machine frigorifique ditherme vaut

$$e = \frac{T_A}{T_C - T_A}$$

Quel est le nom du cycle qui permet d'atteindre cette efficacité ? De quelles transformations est-il composé ? Comparer l'efficacité du cycle ABCD à l'efficacité maximale.

4 • Quelques propriétés de la glace et de l'ammoniac.

L'ammoniac est très soluble dans l'eau. La solution obtenue est appelée ammoniaque. L'ammoniac en solution réagit avec l'eau, donnant des ions ammonium et hydroxyde :



L'ammoniaque est ainsi une solution basique. La piste de La Plagne, en France, initialement refroidie à l'ammoniac, utilise désormais de l'eau glycolée, après détection d'une fuite d'ammoniac en 2007.

4.1 - Quels problèmes sont posés par l'utilisation de l'ammoniac comme fluide réfrigérant ?

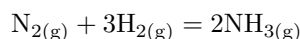
On donne les numéros atomiques suivants : $Z_{\text{H}} = 1$, $Z_{\text{N}} = 7$, $Z_{\text{O}} = 8$ et les masses molaires suivantes : hydrogène : $M_{\text{H}} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$; oxygène : $M_{\text{O}} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$; ammoniac $M_{\text{NH}_3} = 17 \text{ g.mol}^{-1}$.
On donne $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

4.2 - Donner la structure électronique des atomes d'hydrogène, d'azote et d'oxygène.

4.3 - Quelle est la masse molaire M_{N} de l'atome d'azote ?

4.4 - Représenter la structure de Lewis de la glace H_2O et de l'ammoniac NH_3 et justifier la présence de doublets non liants.

Industriellement, la synthèse de l'ammoniac se résume à la réaction suivante :



On donne, à 298 K,

	$\text{N}_{2(\text{g})}$	$\text{H}_{2(\text{g})}$	$\text{NH}_{3(\text{g})}$
$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ.mol}^{-1}\text{)}$	0	0	-46,2
$S^\circ \text{ (J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}\text{)}$	192	131	193

4.5 - Calculer l'enthalpie standard de la réaction $\Delta_r H^\circ$, à 298 K.

4.6 - La réaction est-elle endothermique ou exothermique ?

Est-elle favorisée par une augmentation de température ?

4.7 - Exprimer la constante d'équilibre K° en fonction des pressions des constituants.

La réaction est-elle favorisée par une augmentation de la pression ?

Fin de l'épreuve de Physique.