

1 Trajectoires

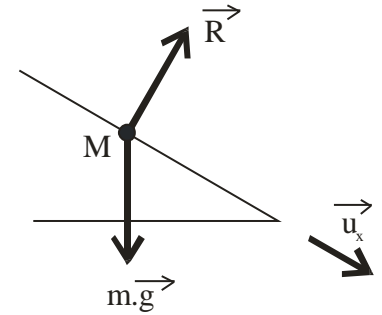
Descente rectiligne

1.1 Système {luge + lugeur}

Référentiel terrestre considéré comme galiléen

Bilan des forces : poids $m \cdot \vec{g}$ et réaction du support \vec{R}

La réaction du support est perpendiculaire au support car les frottements sont négligés



1.2 PFD : $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} + \vec{R}$

En projection sur \vec{u}_x , $m \cdot \ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \boxed{a = g \cdot \sin(\alpha)}$

1.3 En intégrant par rapport au temps $\ddot{x} = g \cdot \sin(\alpha)$, on trouve $\dot{x} = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t + C_1$

or à $t = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ donc $\dot{x} = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t + v_0 \Rightarrow \boxed{v = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t + v_0}$

$$v_a = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t_a + v_0 \Rightarrow \boxed{t_a = \frac{v_a - v_0}{g \cdot \sin(\alpha)}}$$

AN : calcul approché car $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$ arrondi de 2%

$$\tan(\alpha) = 0,1 \Rightarrow \alpha \approx 0,1 \ll 1 \Rightarrow \sin(\alpha) \approx 0,1 \Rightarrow \boxed{t_a \approx 25 \text{ s}}$$

1.4 En intégrant par rapport au temps $\dot{x} = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t + v_0$,

on trouve $x = g \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot t + C_2$

or à $t = 0$, $x(0) = 0$ donc $x = g \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot t$

$$\text{à } t_a, d = \frac{g \cdot \sin(\alpha)}{2} \cdot \left(\frac{v_a - v_0}{g \cdot \sin(\alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot \left(\frac{v_a - v_0}{g \cdot \sin(\alpha)} \right) \Rightarrow \boxed{d = \frac{v_a^2 - v_0^2}{2 \cdot g \cdot \sin(\alpha)} \approx 437 \text{ m}}$$

NB : calcul exact : $\sin(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2(\alpha)}} = \sqrt{\frac{1}{101}}$; $t_a \approx 25,1 \text{ s}$; $d \approx 440 \text{ m}$ (0,5%)

Virage circulaire

1.5 Mouvement circulaire uniforme : $\vec{a} = -\frac{V^2}{\rho} \vec{u}_r$ en coordonnées polaires

L'objet reste en mouvement circulaire uniforme grâce à une force centripète. En son absence, il serait éjecté comme avec un fronde. La somme totale des forces est dans le sens de l'accélération (loi de Newton) donc l'accélération est centripète.

1.6
$$m \cdot \frac{V^2}{\rho} \cdot (\cos(\beta) \vec{t} + \sin(\beta) \vec{n}) = m \cdot g \cdot (\sin(\beta) \vec{t} - \cos(\beta) \vec{n}) + (R_T \vec{t} + R_N \vec{n})$$

1.7
$$R_T = m \cdot \frac{V^2}{\rho} \cdot \cos(\beta) - m \cdot g \cdot \sin(\beta) \quad \text{et} \quad R_N = m \cdot \frac{V^2}{\rho} \cdot \sin(\beta) + m \cdot g \cdot \cos(\beta)$$

1.8 $R_T = 0$ si $\frac{V_c^2}{\rho} \cdot \cos(\beta) = g \cdot \sin(\beta) \Rightarrow V_c = \sqrt{\rho \cdot g \cdot \tan(\beta)}$

On a alors
$$R_T = m \cdot \frac{V^2 - V_c^2}{\rho} \cdot \cos(\beta)$$

1.9 $V \geq V_c$ donc $|R_T| = m \cdot \frac{V^2}{\rho} \cdot \cos(\beta) - m \cdot g \cdot \sin(\beta) < f \cdot \left(m \cdot \frac{V^2}{\rho} \cdot \sin(\beta) + m \cdot g \cdot \cos(\beta) \right)$

$\Rightarrow V^2 \cdot \cos(\beta) - \rho \cdot g \cdot \sin(\beta) < f \cdot (V^2 \cdot \sin(\beta) + \rho \cdot g \cdot \cos(\beta))$

$\Rightarrow V^2 \cdot (\cos(\beta) - f \cdot \sin(\beta)) < \rho \cdot g \cdot (f \cdot \cos(\beta) + \sin(\beta))$

Commentaire : Comme vous l'avez appris en génie mécanique, lors d'un glissement, le coefficient de frottement dans la loi de Coulomb ne dépend que de l'état des surfaces et des matériaux (acier, eau). Dans le cas de la luge, il est de l'ordre de 0,05. Ce sont d'autres contraintes latérales entre les patins et la neige qui empêchent le décrochage dans un virage.

Parler d'un coefficient de frottement latéral est un modèle incorrect.

1.10 si $\cos(\beta) - f \cdot \sin(\beta) \leq 0$, la condition précédente est toujours vérifiée quelle que soit

la vitesse V , soit $\tan(\beta) \geq \frac{1}{f}$ $\beta > 68^\circ$

1.11 si $\tan(\beta) < \frac{1}{f}$, alors la condition de non dérapage est
$$V < \sqrt{\rho \cdot g \cdot \frac{f \cdot \cos(\beta) + \sin(\beta)}{\cos(\beta) - f \cdot \sin(\beta)}}$$

Si la vitesse est trop grande, la luge va sortir du virage. elle décroche de sa trajectoire.

1.12 En l'absence de frottement, le non dérapage se traduit par $R_T = 0$ soit $V = V_c$.

2 Dispositifs de freinage

Ralentissement mécanique

2.1 Théorème de l'énergie mécanique $\Delta E_m = W^{nc}$

Or on néglige les frottements donc il n'y a pas de force non conservative donc $\Delta E_m = 0$

$$\frac{1}{2}.m.v_a^2 + 0 = 0 + m.g.\mathcal{L}.\sin(\alpha) \Rightarrow \mathcal{L} = \frac{v_a^2}{2.g.\sin(\alpha)} \approx 450 \text{ m}$$

Si on tient compte des frottements avec un coefficient $f' \approx 0,05$ (acier-eau) lors du mouvement rectiligne de décélération, $m.\vec{a} = m.\vec{g} + \vec{R}$ ce qui donne en projection sur la normale à la piste $0 = -m.g.\cos(\alpha) + R_N \Rightarrow R_N = m.g.\cos(\alpha)$.

Le dérapage implique $R_T = f'.R_N = f'.m.g.\cos(\alpha)$

$$W^{nc} = \int \vec{R}.d\vec{l} = -R_T.\mathcal{L} \text{ car } d\vec{l} \text{ opposé à } \vec{t}$$

Théorème de l'énergie mécanique : $m.g.\mathcal{L}.\sin(\alpha) - \frac{1}{2}.m.v_a^2 = -f'.m.g.\cos(\alpha).\mathcal{L}$

$$\text{donc } \mathcal{L} = \frac{v_a^2}{2.g.(\sin(\alpha) + f'.\cos(\alpha))} \approx 300 \text{ m}$$

On a surestimé de 50% la distance de freinage rien qu'en négligeant les faibles frottements patins-sol !



Après avoir traversé la ligne d'arrivée, le lugeur se redresse, met les pieds sur la glace et soulève l'avant de la luge. Ce mouvement occasionne une pression accrue de la partie arrière des patins sur la glace, ralentissant puis arrêtant la luge. La valeur de f' va être considérablement augmentée et la longueur du freinage va fortement diminuer.

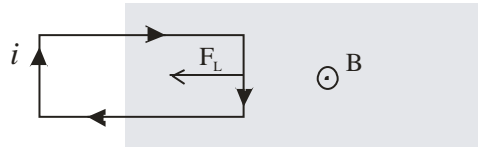
Négliger les frottements est une très mauvaise idée puisque c'est grâce à eux que le lugeur freine dans les compétitions !

Ralentissement par induction

2.2 Loi de Lenz : Le courant induit s'oppose par ses effets aux causes qui lui ont donné naissance.

Loi de Lenz-Faraday :
$$e = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

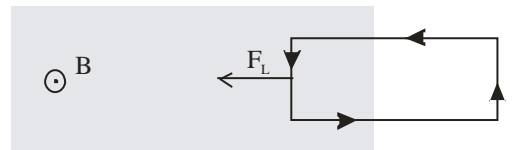
- Phase 1 : Lorsque le cadre sort de la zone magnétique, le flux magnétique Φ varie, un courant induit apparaît ainsi qu'une force s'opposant au mouvement. La luge ralentit.



- Phase 2 : Lorsque le cadre est entièrement dans la zone magnétique, le flux magnétique Φ reste constant et le phénomène d'induction disparaît. La luge a un mouvement rectiligne uniforme en l'absence de force la ralentissant.



- Phase 3 : Lorsque le cadre sort de la zone magnétique, le flux magnétique Φ varie, un courant induit apparaît ainsi qu'une force s'opposant au mouvement. La luge ralentit.



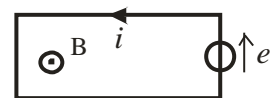
2.3 Un champ magnétique de 1 T dans l'air est considéré comme intense.

Un champ magnétique uniforme sur une telle surface (50cmx100cm) est comparable aux machines médicales IRM et nécessite pour 1 T un aimant supraconducteur à refroidissement à hélium liquide ! Evidemment, on comprend que l'hypothèse d'un champ uniforme n'est là que pour simplifier le calcul et permettre de comprendre les phénomènes mis en jeu, d'où la difficulté pour proposer un dispositif réaliste.

Le champ magnétique terrestre est de l'ordre de 5.10^{-5} T.

2.4 $S = lx \Rightarrow \Phi = lx.B$

2.5 $e = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ donc $e = -l.B.v$ avec e orienté comme ci-contre



2.6 Loi des mailles : $e - R_c.i = 0$ donc $i = -\frac{l.B.v}{R_c}$

2.7 Force de Laplace : $d\vec{F} = i.d\vec{l} \wedge \vec{B}$

2.8 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ et $\vec{F}_3 = i.l.B.\vec{u}_x$ donc $\vec{F}_L = i.l.B.\vec{u}_x$ puis $\vec{F}_L = -\frac{l^2.B^2}{R_c}.v.\vec{u}_x$

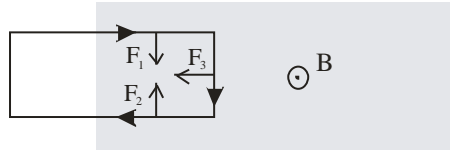


Schéma avec sens réel du courant

Vérification par les puissances : $e.i + \vec{F}_L.\vec{v} = 0$ est correct en convention générateur.

2.9 PFD en projection sur \vec{u}_x : $m.\frac{dv}{dt} = -\frac{l^2.B^2}{R_c}.v \Rightarrow \frac{m.R_c}{l^2.B^2}.\frac{dv}{dt} + v = 0$

2.10 $\tau.\frac{dv}{dt} + v = 0$; par identification $\tau = \frac{m.R_c}{l^2.B^2} = 0,4 \text{ s}$

2.11 $\dot{x} = v_a.e^{-\frac{t}{\tau}}$. En intégrant par rapport au temps $x = -\tau.v_a.e^{-\frac{t}{\tau}} + C_3$

or à $t = 0$, $x(0) = 0$ donc $x = \tau.v_a.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

2.12 $\tau.v_a = 12 \text{ m}$ et $L = 1 \text{ m}$; $\tau.v_a > L$ donc le cadre pénètre entièrement dans la zone

magnétique ; $L = \tau.v_a.\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)$ donc $T = -\tau.\ln\left(1 - \frac{L}{\tau.v_a}\right) \approx 35 \mu\text{s}$

2.13 $e^{-\frac{T}{\tau}} = 1 - \frac{L}{\tau.v_a}$ donc $v(T) = v_a.\left(1 - \frac{L}{\tau.v_a}\right) \Rightarrow v(T) = v_a - \frac{L}{\tau}$

$\Delta v = v_a - v(T) \Rightarrow \Delta v = \frac{L}{\tau} = 2,5 \text{ m.s}^{-1}$

2.14 Phase 2 expliquée au 2.2, la luge a un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $v(T) = 27,5 \text{ m.s}^{-1}$. Il est donc inutile de faire une zone magnétique plus longue.

L'idéal serait d'avoir une zone magnétique de longueur L .

2.15 Lorsque le cadre sort de cette zone (phase 3 expliquée au 2.2) Il va subir de nouveau

une force $\vec{F}_L = -\frac{l^2.B^2}{R_c}.v.\vec{u}_x$ donc en suivant la même démonstration, une même

diminution de vitesse $\Delta v = \frac{L}{\tau}$.

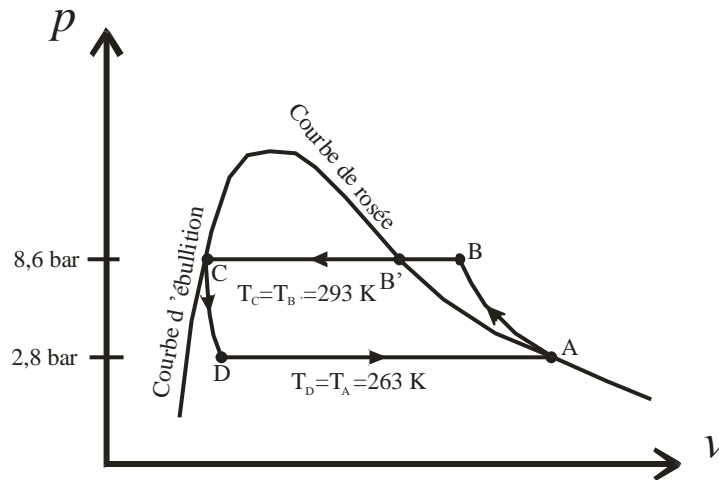
2.16 A chaque zone, la luge perd 5 m.s^{-1} donc pour passer de 30 m.s^{-1} à 5 m.s^{-1} , il faut 5 zones.

En alternant une zone magnétique de longueur 1 m avec une zone sans champ de longueur 1 m, on en déduit que la piste de ralentissement a une longueur de 10 m.

2.17 Ralentisseur des camions (*Telma*), ralentisseur sur les trains allemands ICE 3, à l'étude pour le TGV

3 Réfrigération de la piste

3.1 $m = 1 \text{ kg}$



3.2 AB et CD transformations adiabatiques donc $Q_{AB} = 0$ et $Q_{CD} = 0$

3.3 AB transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait.

On applique donc la loi de Laplace $T_B = T_A \cdot \left(\frac{p_B}{p_A} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \approx 341 \text{ K}$

3.4 BB' transformation isobare donc $Q_{BB'} = \Delta_{BB'} H$

or $\Delta_{BB'} H = m \cdot c_p \cdot (T_{B'} - T_B) \approx -100 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ donc $Q_{BB'} \approx -100 \text{ kJ}$

3.5 B'C transformation isobare donc $Q_{B'C} = \Delta_{B'C} H$

B'C condensation de la masse totale m donc $\Delta_{B'C} H = -m \cdot \Delta_{\text{vap}} h(293 \text{ K})$

On en déduit $Q_{B'C} = -1200 \text{ kJ}$ donc $Q_{BC} = -1300 \text{ kJ}$

3.6 Pour un système ouvert, $\Delta h = w_i + q$ or un détendeur n'a pas de partie mobile ($w_i = 0$) et la transformation y est supposée adiabatique ($q = 0$). On en déduit que la détente de Joule Thomson est isenthalpique ($h_D(263 \text{ K}) = h_C(293 \text{ K})$).

NB : L'état C est liquide donc $h_D(263 \text{ K}) = h_{\text{liq}}(T_C)$

3.7 L'enthalpie fonction extensive ; $m \cdot h_D(T_D) = m \cdot x \cdot h_{\text{vap}}(T_D) + m \cdot (1-x) \cdot h_{\text{liq}}(T_D)$

$$\Rightarrow x = \frac{h_D(T_D) - h_{\text{liq}}(T_D)}{h_{\text{vap}}(T_D) - h_{\text{liq}}(T_D)}$$

- $h_{\text{vap}}(T_D) - h_{\text{liq}}(T_D) = \Delta_{\text{vap}} h(T_D)$

- $h_D(T_D) - h_{\text{liq}}(T_D) = h_{\text{liq}}(T_C) - h_{\text{liq}}(T_D) = c_l \cdot (T_C - T_D)$

donc $x = \frac{c_l \cdot (T_C - T_D)}{\Delta_{\text{vap}} h(263 \text{ K})} \approx 11\%$

3.8 DA transformation isobare donc $Q_{DA} = H_A - H_D$

or l'enthalpie fonction extensive $H_A - H_D = m \cdot (1-x) \cdot \Delta_{vap} h(263 \text{ K}) \approx 1160 \text{ kJ}$

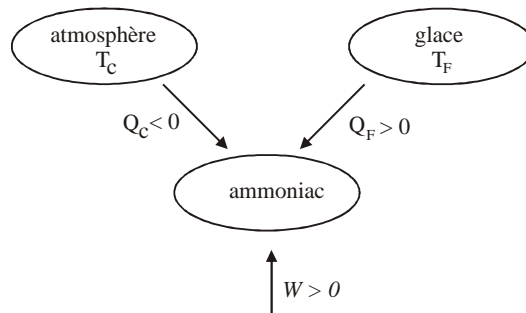
donc $Q_{DA} \approx 1160 \text{ kJ}$

3.9 Sur un cycle, l'énergie ne varie pas donc

$W + Q_C + Q_F = 0$ (premier principe).

$q_F = q_{DA}$ et $Q_C = Q_{BC}$

$\Rightarrow W = -Q_{BC} - Q_{DA} = 140 \text{ kJ}$



3.10 Utile : $Q_F = Q_{DA}$ coûteux : $W \Rightarrow e = \frac{Q_{DA}}{W}$

On a donc $e = \frac{Q_{DA}}{-Q_{BC} - Q_{DA}} \approx 8,3$

3.11 Le cycle de Carnot permet d'atteindre une efficacité $e_{max} = \frac{T_A}{T_C - T_A} \approx 8,8$

Il est composé de deux transformations isothermes et de deux transformations adiabatiques.

NB : On a bien $e \leq e_{max}$

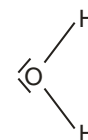
4 Quelques propriétés de la glace et de l'ammoniac

4.1 Il faut un technicien spécialisé pour l'entretien du système de refroidissement car l'ammoniac est inflammable, détonnant, toxique par inhalation, irritant pour les yeux et il provoque des brûlures ; pas de tuyau en cuivre qu'il attaquerait. par contre il a l'avantage de ne pas détruire la couche d'ozone ni de contribuer au réchauffement climatique contrairement à de nombreux autres réfrigérant.

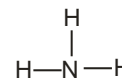
4.2 H : $1s^1$ N : $1s^2 2s^2 2p^3$ O : $1s^2 2s^2 2p^4$

4.3 $M_N = M_{NH_3} - 3 \cdot M_H = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

4.4 Pour l'eau, le nombre d'électrons de valence est $N_v = 2 + 6 = 8$
donc 4 doublets (2 liants, 2 non liants)



Pour l'ammoniac, le nombre d'électrons de valence est $N_v = 3 + 5 = 8$
donc 4 doublets (3 liants, 1 non liants)



4.5 Loi de Hess : $\Delta_r H^\circ = 2 \cdot \Delta_f H^\circ(\text{NH}_3) - 3 \cdot \Delta_f H^\circ(\text{H}_2) - \Delta_f H^\circ(\text{N}_2) = -92,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

4.6 La réaction est exothermique.

La suite sur les équilibres et leur déplacement est hors programme.