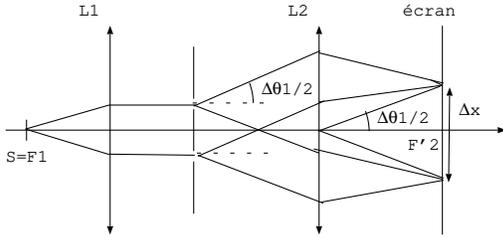


Oraux d'optique

I. Correction : savoir et savoir faire sur le dispositif d'Young

1.

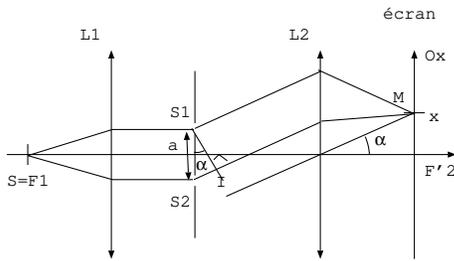


Les taches centrales de diffraction à travers les deux ouvertures se superposent et constituent le champ d'interférences. On a $\tan \Delta\theta_{1/2} = \frac{\Delta x}{2f'_2} \approx \Delta\theta_{1/2}$ (petits angles dans les conditions de Gauss à cause des lentilles).

Pour une fente de largeur d : $\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{d}$.

Le champ d'interférences a donc pour largeur $\Delta x = \frac{2f'_2\lambda}{d}$, d'autant plus grande que la fente est étroite.

2.



$$\delta_{2/1}(x) = (SS_2M) - (SS_1M) = S_2I = a\alpha = \frac{ax}{f'_2}$$

avec $\sin \alpha = \frac{S_2I}{a} \approx \alpha$ et $\tan \alpha = \frac{x}{f'_2} \approx \alpha$

M se comporte comme une source par principe de retour inverse de la lumière et entre la source M et la surface d'onde S_1I le chemin optique est constant.

De même entre la source S et la surface d'onde S_1S_2 le chemin optique est constant.

3.

3.a. On définit le contraste par $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ où I_{max} est l'intensité des franges brillantes et I_{min} l'intensité des franges sombres.

On applique la formule de Fresnel $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \phi$. On a donc $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$ et $I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$

D'où le contraste $C = \frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1 + I_2}$ et ici $I_1 = 0,6I_0$ et $I_2 = I_0$ (I_0 est l'intensité de la source principale).

Soit $C = \frac{2\sqrt{0,6}}{1,6} = 0,97$: cette valeur est très proche de 1 donc les franges sombres sont quasi noires et les franges sont bien contrastées.

3.b. On cherche la position de la nouvelle frange centrale pour laquelle les deux chemins optiques sont identiques. Le chemin optique derrière S_1 est rallongé à cause de la lame donc pour compenser ce chemin doit être raccourci en distance, soit la frange centrale monte.

On ajoute une lame fictive d'épaisseur e et d'indice 1 derrière S_2 on a donc $\delta_{2/1}(O) = e - ne$ d'où l'ordre d'interférences en O avec la lame $p(O) = \frac{e(1-n)}{\lambda} = -13,7 < 0$: les franges sont bien montées et il y a 13 franges brillantes qui ont défilé en O, les franges d'ordre $p = -1, -2, \dots -13$.

3.c. Les sources de longueurs d'onde différentes ne sont pas cohérentes entre elles, donc on observe à l'écran la superposition de tous les systèmes de franges de chaque source. Tous ces systèmes de franges ont une frange brillante en O donc O est lumineux, de la couleur de la source. Au voisinage de O, on observe des franges irisées.

Au point d'abscisse x , certaines longueurs d'onde donnent des franges brillantes et d'autres des franges sombres, dans le spectre, on observe des cannelures qui correspondent aux franges sombres soit $p = \frac{ax}{\lambda D}$ est un demi-entier.

On donne un encadrement de p : $\frac{ax}{\lambda_2 D} = 4,7 < p < \frac{ax}{\lambda_1 D} = 8,9$. On observe donc 4 cannelures qui correspondent aux ordres d'interférence $p = 5,5 - 6,5 - 7,5 - 8,5$.

3.d. Les deux sources S et S' ne sont pas cohérentes entre elles, donc on observe à l'écran la superposition des deux systèmes de franges de chaque source. Les deux systèmes de franges ont le même interfrange mais n'ont pas la même frange centrale, ils sont donc décalés. Si le décalage est tel que les franges brillantes de l'un tombent sur les franges brillantes de l'autre, on observe des franges à l'écran. Si le décalage fait que les franges brillantes de l'un tombent sur les franges sombres de l'autre, on observe un écran uniformément éclairé, il y a brouillage.

L'ordre d'interférences en M pour S s'écrit: $p_S(M) = \frac{ax}{\lambda D}$

L'ordre d'interférences en M pour S' s'écrit: $p_{S'}(M) = \frac{ax}{\lambda D} + \frac{ah}{\lambda d}$

On calcule la différence des ordres d'interférences pour connaître le décalage entre les deux systèmes de franges. Soit $p_{S'}(M) - p_S(M) = \frac{ah}{\lambda d} = 7,5$. On en déduit que lorsque $p_S(M)$ est un entier (frange brillante), $p_{S'}(M)$ est un demi-entier (frange sombre) donc il y a brouillage à l'écran.

3.e. Chaque point de la fente se comporte comme une source et les différents points sources ne sont pas cohérents donc on observe à l'écran la superposition de tous les systèmes de franges de chaque point source. Ces systèmes de franges ont le même interfrange et sont décalés, donc en se superposant on peut observer le brouillage soit la disparition des franges.

Lorsque l'on a $|p_{S_{1/2}} - p_{S_0}| = \frac{1}{2}$ cela veut dire que les deux systèmes de franges pour S_0 et pour $S_{1/2}$ sont décalés d'un demi interfrange donc les franges brillantes d'un système tombent sur les franges sombres de l'autre, il y a brouillage.

L'ordre d'interférences en M pour S_0 s'écrit: $p_{S_0}(M) = \frac{ax}{\lambda D}$

L'ordre d'interférences en M pour $S_{1/2}$ s'écrit: $p_{S_{1/2}}(M) = \frac{ax}{\lambda D} + \frac{ab}{2\lambda d}$

On applique le critère $|p_{S_{1/2}} - p_{S_0}| = \frac{ab}{2\lambda d} < \frac{1}{2}$ soit $b < \frac{\lambda d}{a}$.

II. Correction : exercices sur le Michelson

1. Questions de cours et de TP:

Les franges en coin d'air sont localisées sur les miroirs. On les observe en faisant l'image des miroirs sur l'écran avec une lentille convergente. La focale de cette locale de doit pas être trop grande car il y a une distance minimale égale à $4f'$ entre les miroirs et l'écran. Les franges sont rectilignes.

Les franges en lame d'air sont localisées à l'infini. On les observe dans le plan focal image d'une lentille de grande focale pour avoir de gros anneaux.

En lame d'air, lorsque l'épaisseur de la lame d'air augmente, on voit de plus en plus d'anneaux, ils moins en moins d'anneaux, ils semblent s'engourtir vers le centre de l'écran.

Pour voir des anneaux, il faut faire converger les rayons sur les miroirs avec une lentille de petite focale. Pour les franges du coin d'air, il faut éclairer les miroirs en incidence normale.

La compensatrice est une lame de verre de la même épaisseur et du même indice que la séparatrice. Elle sert à ce qu'il n'y ait pas de différence de marche entre les rayons qui interfèrent car ils ne traversent pas le même nombre de fois la séparatrice.

Quand on cherche à atteindre le contact optique, on prend d'abord le laser car la longueur de cohérence du laser est $l_c \approx 1 \text{ m}$. Or pour voir des interférences, il faut que la différence de marche soit plus petite que la longueur de cohérence, quand on prend un Michelson en main, la différence de marche est quelconque. On diminue la différence de marche et on peut alors prendre une source de longueur de cohérence plus petite : $l_c = 1 \text{ mm}$ pour la lampe à vapeur de mercure et $l_c \approx 1 \mu\text{m}$ pour la lumière blanche.

2. La source est étendue donc chaque point de la source donne son propre système de franges. Les différents points de la source constituent des sources non cohérentes entre elles donc on observe la superposition des systèmes de franges. La superposition de ces systèmes de franges conduit à un brouillage partout sauf loin du Michelson, on dit que les franges sont localisées à l'infini, on les observe dans le plan focal image d'une lentille convergente.

Soit S' image de S par la séparatrice, S_1 image de S' par M_1 et S_2 image de S par M_2 .

Les rayons qui interfèrent en M semblent venir de S_1 et S_2 donc la différence de marche en M s'écrit $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2I) + (IM) - (S_1M)$

par principe de retour inverse de la lumière, M joue le rôle de source et entre la source M et la surface d'onde S_1I le chemin optique est constant donc $(IM) = (S_1M)$ d'où $\delta(M) = (S_2I) = S_2I$

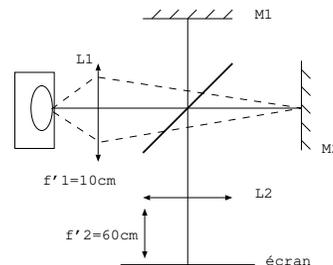
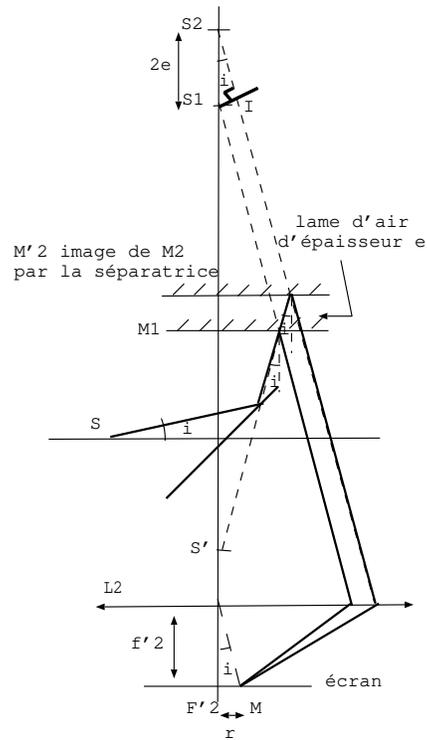
dans le triangle S_1S_2I : $\cos i = \frac{S_1I}{S_1S_2}$ et $S_1I = S_1S_2 \cos i = 2e \cos i$

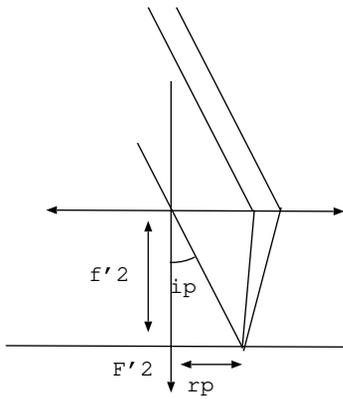
d'où $\delta(M) = 2e \cos i$.

3. On observe des anneaux donc le Michelson est réglé en lame d'air.

La lentille près de la source sert à faire converger les rayons sur les miroirs, il faut pour cela une lentille de courte focale.

Les franges sont localisées à l'infini, on les observe dans le plan focal image d'une lentille de grande focale pour avoir de gros anneaux.





L'ordre d'interférences s'écrit $p(M) = \frac{2e \cos i_p}{\lambda} =$

$$p_0 \cos i_p \approx p_0 \left(1 - \frac{i_p^2}{2}\right) \text{ d'où } i_p = \sqrt{2\left(1 - \frac{p}{p_0}\right)}.$$

On a $\tan i_p = \frac{r_p}{f'} \approx i_p$ d'où $r_p = f' i_p =$

$$f' \sqrt{2\left(1 - \frac{p}{p_0}\right)} \text{ avec } p_0 = \frac{2e}{\lambda} = 2753,2 : \text{ le centre}$$

est gris. L'ordre d'interférences est entier sur un anneau brillant et il diminue lorsqu'on s'éloigne du centre donc pour le 1er anneau brillant on a $p_1 = 2753$ et pour le 3ième anneau brillant on a $p_3 = 2751$ d'où :

$$r_3 = 0,6 \sqrt{2\left(1 - \frac{2751}{2753,2}\right)} = 2,4 \text{ cm.}$$

4. Le Michelson est réglé en lame d'air donc on observe des franges circulaires. Chaque longueur d'onde donne son propre système de franges et on observe à l'écran la superposition des deux systèmes de franges obtenues pour λ_1 et λ_2 car les ondes de longueurs d'onde différentes ne sont pas cohérentes entre elles.

Lorsque les franges brillantes du système de franges correspondant à λ_1 (soit p_{λ_1} entier) se superposent aux franges sombres du système de franges correspondant à λ_2 (soit p_{λ_2} demi entier), l'écran est uniformément éclairé, le contraste est nul on dit qu'il y a brouillage.

Le brouillage s'obtient pour $p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2}$ est un demi entier avec $p_{\lambda} = \frac{2e \cos i}{\lambda} \approx \frac{2e}{\lambda}$ car i petit donc $\cos i \approx 1$ d'où $p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2} = \frac{2e_{k_1}}{\lambda_1} - \frac{2e_{k_2}}{\lambda_2} = k + \frac{1}{2}$ (k entier positif car $\lambda_1 < \lambda_2$ donc ici $\frac{1}{\lambda_1} > \frac{1}{\lambda_2}$).

Le contact optique correspond à $e = 0$, on lit la position du miroir sur le vernier : $x_0 = 5,78 \text{ mm}$ (la graduation est comprise entre $5,5 \text{ mm}$ et 6 mm , sur la partie droite du vernier, on lit 28 graduations qui correspondent à $0,28 \text{ mm}$ d'où la lecture $5,78 \text{ mm}$).

Entre deux brouillages, e varie de $e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4(\lambda_2 - \lambda_1)} = 0,28 \text{ mm}$. Donc il faut charioter de $0,14 \text{ mm}$ de chaque côté du contact optique pour trouver les premiers brouillages, cela correspond aux positions $5,78 + 0,14 = 5,92 \text{ mm}$ et $5,78 - 0,14 = 5,64 \text{ mm}$ du miroir.

5. On compte le nombre d'anneaux en utilisant l'ordre d'interférences.

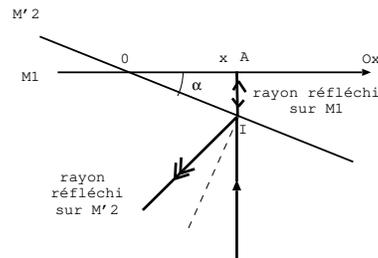
L'ordre d'interférences est maximum au centre de l'écran en F' soit $p_0 = \frac{2e}{\lambda} = 911,4$. Il est minimum au bord de l'écran $p = p_0 \cos i \approx p_0 \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ avec $\tan i \approx i = \frac{r}{f'}$, ici le rayon du plus gros anneau est $r = \frac{a}{2}$.

On a donc $p_{min} = p_0 \left(1 - \frac{a^2}{8f'^2}\right) = 903,3$. Les anneaux brillants correspondent aux valeurs de p entières soit $p = 904, 905, \dots, 911$, il y a 8 anneaux brillants.

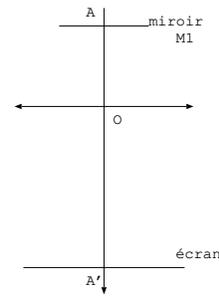
6. Le rayon incident donne naissance à un rayon réfléchi sur M_1 et un rayon réfléchi sur M'_2 . Les rayons interfèrent en I , le rayon réfléchi sur M_1 parcourt la distance $2AI = 2x \tan \alpha$ en plus. La différence de marche est donc $\delta(x) = 2x \tan \alpha \approx 2\alpha x$.

L'interfrange s'écrit $i = x_{k+1} - x_k$ où x_k est la position de la frange brillante d'ordre k définie par $p(x) = \frac{2\alpha x_k}{\lambda} = k$ d'où $x_k = \frac{k\lambda}{2\alpha}$. On en déduit donc $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ (d'autant plus grand que l'angle du coin

d'air est petit).



La lentille réalise l'image du miroir sur l'écran car les franges sont localisées sur les miroirs, on cherche à les observer avec un interfrange plus grand sur l'écran. Sur l'écran on voit les mêmes franges rectilignes que sur les miroirs mais $|\gamma|$ fois plus grand, où γ est le grandissement de la lentille.



On a $\overline{OA} = -27 \text{ cm}$ et on applique la relation de conjugaison pour trouver $\overline{OA'}$ soit $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'} = 77 \text{ cm}$.

On en déduit le grandissement $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 2,85$ soit l'interfrange sur les miroirs est $i_m = \frac{\lambda}{2\alpha} = \frac{i_e}{2,85} =$

$0,46 \text{ cm}$ d'où $\alpha = \frac{\lambda}{2i_m} = 6,9 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 6,9 \cdot 10^{-5} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 180 / \pi = 14'' \text{ d'arc}$.

En lumière blanche, chaque longueur d'onde de la source donne son propre système de franges et les sources de longueurs d'onde différentes étant non cohérentes, on observe à l'écran la superposition de tous les systèmes de franges. En un point des miroirs certaines longueurs d'onde donnent des franges sombres qui donnent des cannelures dans le spectre soit à résoudre $p(x) = \frac{2\alpha x}{\lambda} = k$ demi entier.

Pour résoudre on fait un encadrement de $p: \frac{2\alpha x}{\lambda_{max}} = 2,9 < p < \frac{2\alpha x}{\lambda_{min}} = 5,9$ en prenant $\lambda_{min} = 400 \text{ nm}$ (pour le bleu) et $\lambda_{max} = 800 \text{ nm}$ (pour le rouge). Il y a donc 3 cannelures qui correspondent à $p = 3,5 - 4,5 - 5,5$.

III. Correction : savoir et savoir faire

1. Lorsque le fluide traverse le condenseur, il passe de l'état vapeur à l'état liquide en fournissant de l'énergie au milieu extérieur. Etant donné que le transfert thermique va du chaud vers le froid, cela veut dire que le fluide a une température plus élevée que le milieu extérieur dans un condenseur.

2. Lorsque le fluide traverse un évaporateur, il passe de l'état liquide à l'état vapeur en prenant de l'énergie au milieu extérieur. Etant donné que le transfert thermique va du chaud vers le froid, cela veut dire que le fluide a une température plus faible que le milieu extérieur dans un évaporateur.

3. L'enthalpie massique de vaporisation est l'énergie qu'il faut fournir à une masse de 1 kg de liquide pour devenir vapeur. Elle s'écrit $h_{vapo}(2 \text{ bar}) = h_v - h_l = 160 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

On applique le théorème des moments $x_l = \frac{MM_v}{M_l M_v} = \frac{h_v - h}{h_v - h_l} = \frac{320 - 250}{320 - 160} = 0,38$ (M_l est le point sur la courbe d'ébullition à 2 bar et M_v est le point sur la courbe de rosée à 2 bar).

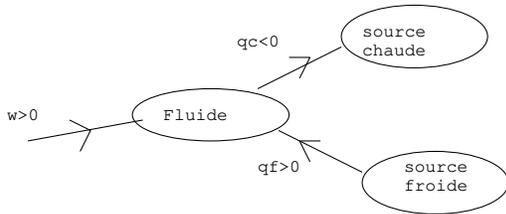
4. L'entropie massique du fluide est $s = x_l s_l + (1 - x_l) s_v = 0,60 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$.

5. La détente de Joule Thomson est adiabatique et ne met en jeu aucune pièce mobile donc d'après le premier principe industriel $\Delta h_{12} = w_u + q = 0$ soit $h_2 = h_1$: détente isenthalpique.

On applique le second principe au système $\Delta s_{12} = s_e + s_c$ avec $s_e = 0$ car la transformation est adiabatique et $s_c > 0$ car la détente est irréversible soit $s_2 > s_1$.

6. La puissance utile s'écrit $P_u = D_m w_u$ d'où le travail utile massique $w_u = \frac{P_u}{D_m} = 4 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

7.



Premier principe appliqué au fluide sur un cycle: $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$ avec $Q_c < 0, Q_f > 0$ et $W > 0$. En utilisant les puissances P_u, P_c et P_f (toutes positives), cette équation s'écrit $P_u - P_c + P_f = 0$ d'où $P_u = P_c - P_f = 500 \text{ W}$.

L'efficacité d'une PAC est $e = \frac{-Q_c}{W} = \frac{P_c}{P_u} = 4$.

8. L'enthalpie d'un GP ne dépend que de la température donc les isothermes sont confondues avec les isenthalpiques. Dans un diagramme enthalpique (h est en abscisse) donc les isothermes et les isenthalpiques sont des droites verticales.

9. Attention de ne pas confondre les questions : théorème de Carnot et rendement de Carnot. Quand on demande le rendement de Carnot, on cherche le rendement maximal et on sait que le rendement est maximal lorsque les transformations dans le cycle sont réversibles donc on a $S_c = 0$.

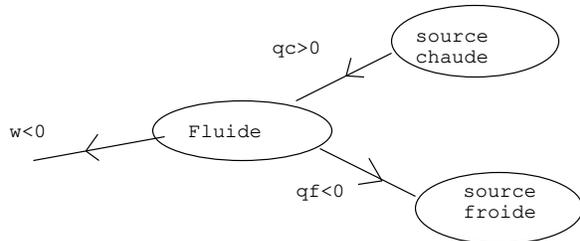
Premier principe appliqué au fluide sur un cycle:

$$\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$$

Second principe appliqué au fluide sur un cycle:

$$\Delta S = 0 = S_e + S_c \text{ avec } S_e = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \text{ et } S_c = 0. \text{ On}$$

$$\text{a donc } \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0.$$

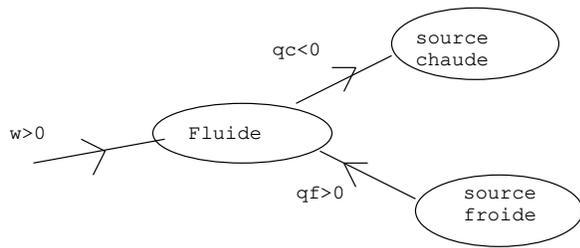


Le rendement d'un moteur est $r = \frac{-W}{Q_c} = \frac{Q_f + Q_c}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$: c'est le rendement de Carnot, rendement maximal du moteur.

10. Quand on demande de démontrer le théorème de Carnot, on part de l'inégalité $S_c \geq 0$.

Premier principe appliqué au fluide sur un cycle: $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$

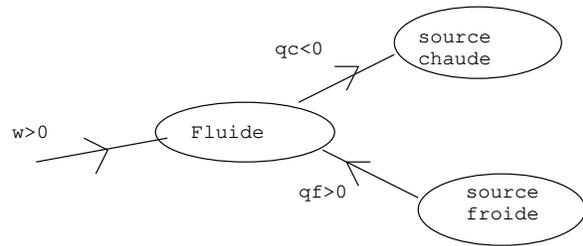
Second principe appliqué au fluide sur un cycle: a donc $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$.



L'efficacité de la PAC s'écrit $e = \frac{-Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$. L'inégalité de Clausius donne $\frac{Q_f}{T_f} \leq -\frac{Q_c}{T_c}$ on multiplie par $\frac{T_f}{Q_c}$ qui est négatif donc on a $\frac{Q_f}{Q_c} \geq -\frac{T_f}{T_c}$ d'où $e \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$.

La source froide est l'air extérieur et la source chaude est l'intérieur de la maison.

11. La source froide est l'intérieur du réfrigérateur et la source chaude est l'air extérieur. L'efficacité d'une machine frigorifique est $e = \frac{Q_f}{W}$.

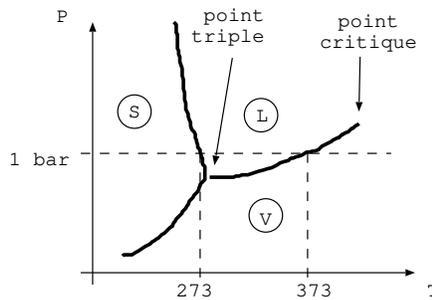


12. La transformation est supposée suffisamment rapide pour que le gaz n'ait pas le temps d'échanger du transfert thermique avec le milieu extérieur d'où l'hypothèse d'une transformation adiabatique.

Le gaz est supposé parfait en transformation adiabatique réversible, on peut appliquer les lois de Laplace: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ avec $V = \frac{nRT}{P}$ donne $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ d'où $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 484 \text{ K}$.

On applique le premier principe industriel $D_m \Delta h = P_u + P_{th}$ ici $P_{th} = 0$ (adiabatique) et $\Delta h = c_p(T_2 - T_1)$ d'où $P_u = D_m c_p(T_2 - T_1) = 39,2 \text{ kW}$.

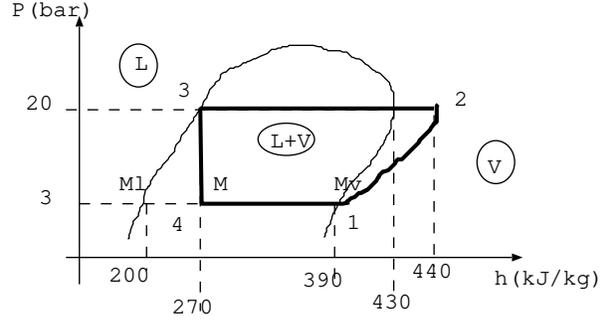
13. Le diagramme d'état du corps pur eau est:



IV. Correction : efficacité d'un réfrigérateur

1. La détente 3 – 4 est isenthalpique car dans le détendeur, il n'y a pas de pièce mobile donc pas de travail utile et le détendeur est adiabatique soit $\Delta h_{3-4} = w_{u,34} + q_{34} = 0$ d'après le premier principe industriel.

Dans le diagramme enthalpique, je commence par tracer la courbe de saturation composée de la courbe de rosée (tout vapeur avec une goutte de liquide, on place les points correspondants à la colonne h_l) et de la courbe d'ébullition (tout liquide avec une bulle de vapeur, on place les points correspondants à la colonne h_v).

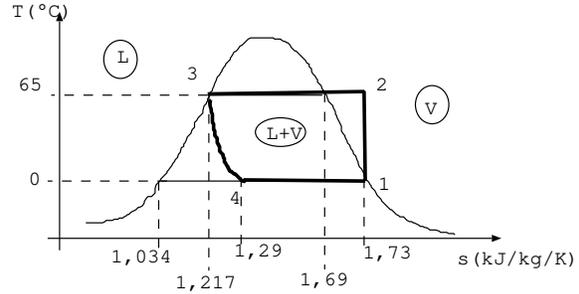


2. On applique les lois de Laplace pour le GP puisque la transformation est adiabatique réversible: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ avec $V = \frac{nRT}{P}$ donne $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ d'où $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 514 \text{ K}$.

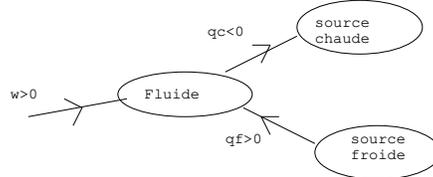
3. La transformation 3 – 4 est isenthalpique donc $h_3 = h_4 = h_l(20 \text{ bar})$. On applique le théorème des moments: $x_4 = \frac{M_l M}{M_l M_v} = \frac{h_l(20 \text{ bar}) - h_l(3 \text{ bar})}{h_v(3 \text{ bar}) - h_l(3 \text{ bar})} = 0,37$.

L'entropie massique dans l'état 4 s'écrit $s_4 = x_4 s_v(3 \text{ bar}) + (1-x_4) s_l(3 \text{ bar}) = 1,29 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le second principe appliqué à la transformation 3 – 4 donne $\Delta s_{34} = s_4 - s_3 = s_e + s_c$ avec $s_e = 0$ car la transformation est adiabatique et $s_c > 0$ car la détente est irréversible d'où $s_4 - s_3 > 0$.

4. Dans le diagramme entropique, je commence par tracer la courbe de saturation composée de la courbe de rosée (tout vapeur avec une goutte de liquide, on place les points correspondants à la colonne s_l) et de la courbe d'ébullition (tout liquide avec une bulle de vapeur, on place les points correspondants à la colonne s_v).



5. L'efficacité du réfrigérateur est définie par $e = \frac{\text{energie valorisee}}{\text{energie couteuse}} = \frac{q_f}{w} = \frac{q_{41}}{w_{u,12}}$ (le contact avec la source froide se fait dans le cycle dans la zone de plus basse température soit entre les états 4 et 1).



On applique le premier principe industriel à la transformation 1 – 2 (on néglige les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle) soit $h_2 - h_1 = w_{u,12} + q_{12} = w_{u,12}$ (car le compresseur est adiabatique). De plus dans l'état 1 le fluide est sur la courbe de rosée à 3 bar donc $h_1 = h_v(3 \text{ bar}) = 390 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Ainsi $w_{u,12} = 440 - 390 = 50 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$: le compresseur fournit du travail au fluide pour le comprimer.

On applique le premier principe industriel à la transformation 4 – 1 soit $h_1 - h_4 = w_{u,41} + q_{41} = q_{41}$ (il n'y a pas de pièce mobile dans le condenseur) soit $q_{41} = h_1 - h_4 = 390 - 270 = 120 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$: le fluide reçoit du transfert thermique de la source froide.

On en déduit l'efficacité $e = \frac{120}{50} = 2,4$.

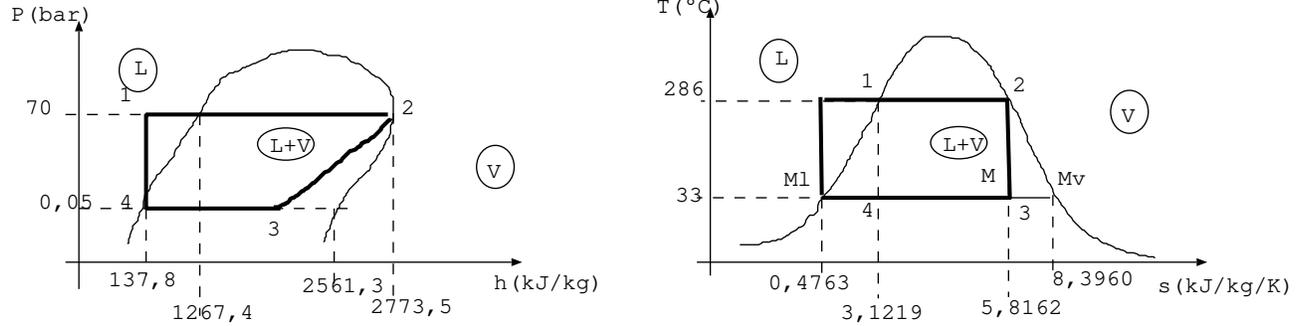
6. La puissance mécanique utile dans le compresseur s'écrit $P_u = D_m w_{u,12}$ soit $D_m = \frac{P_u}{w_{u,12}} = 2 \text{ g.s}^{-1}$.

7. La source chaude reçoit du transfert thermique de la part du fluide, puisque le fluide subit une condensation, donc la source chaude doit être à une température inférieure à celle du fluide soit inférieure à 65°C (la chaleur va du chaud, ici le fluide, vers le froid, ici la source chaude).

La source froide donne du transfert thermique au fluide, puisque le fluide subit une vaporisation lorsqu'il est en contact avec la source froide, donc la source froide doit être à une température supérieure à celle du fluide soit supérieure à 0°C (la chaleur va du chaud, ici la source froide, vers le froid, ici le fluide).

V. Correction : Réacteur nucléaire

1. Dans les diagrammes enthalpique et entropique, je commence par tracer la courbe de saturation composée de la courbe de rosée (tout vapeur avec une goutte de liquide, on place les points correspondants à la colonne h_l et s_l) et de la courbe d'ébullition (tout liquide avec une bulle de vapeur, on place les points correspondants à la colonne h_v et s_v). Pour le moment on ne connaît pas h_3 , mais on voit sur le diagramme entropique que l'état 3 est un état liquide-vapeur, pour le moment je le place au hasard.



2. La transformation 2 – 3 est isentropique soit $s_3 = s_2 = s_v(70 \text{ bar})$ et on applique le théorème des moments : $x_3 = \frac{M_l M}{M_l M_v} = \frac{s_3 - s_l(0,05 \text{ bar})}{s_v(0,05 \text{ bar}) - s_l(0,05 \text{ bar})} = \frac{5,8162 - 0,4763}{8,3960 - 0,4763} = 0,67$.

On en déduit l'enthalpie $h_3 = x_3 h_v(0,05 \text{ bar}) + (1 - x_3) h_l(0,05 \text{ bar}) = 1761,5 \text{ kJ.kg}^{-1}$

3. Cette machine est un moteur (on tourne dans le sens horaire dans les cycles), son rendement s'écrit $r = \frac{-w}{q_c} = \frac{-w_{u,23}}{q_{12}}$ en effet le fluide est en contact avec la source chaude pour la transformation 1 – 2 (c'est au cours de cette transformation que la température du fluide est la plus élevée).

On applique le premier principe industriel pour la transformation adiabatique 2 – 3 soit $h_3 - h_2 = w_{u,23} = h_3 - h_2 = 1761,5 - 2773,5 = -1012 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$: le fluide cède du travail au milieu extérieur.

On applique le premier principe industriel pour la transformation 1 – 2 sans pièces mobiles soit $q_c = q_{12} = h_2 - h_1 = h_2 - h_4 = h_v(70 \text{ bar}) - h_l(0,05 \text{ bar}) = 2636 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$: le fluide reçoit de la chaleur de la part de la source chaude ($h_4 = h_1$ car 4 – 1 est quasi isenthalpique).

Le rendement du moteur est $r = \frac{-w_u}{q_c} = 0,38$.

4. On a $P_T = 1000 \text{ MW} = -D_m w_{u,23}$ soit $D_m = \frac{P_T}{-w_{u,23}} = 1000 \text{ kg.s}^{-1}$.

5. On applique le premier principe au fluide pour un cycle: $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$ et le second principe au fluide pour un cycle: $\Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c$ avec $S_c \geq 0$ donc $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$.

On écrit le rendement $r = \frac{-W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} \leq 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{33 + 273}{286 + 273} = 0,45$: le rendement de Carnot est supérieur au rendement du réacteur car dans le réacteur il y a des irréversibilités, par exemple de la diffusion thermique, du chaud vers le froid.

VI. Savoir et savoir faire

1. La tension aux bornes d'un fil est nulle. La tension aux bornes d'un interrupteur ouvert est quelconque, on la trouve en écrivant la loi des mailles.

2. Sur un graphe donnant le gain en fonction de la fréquence, la fréquence de coupure est définie par $G(f_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$.

Sur un graphe donnant le gain en décibel en fonction de la fréquence, la fréquence de coupure est définie par $G_{dB}(f_c) = G_{dB,max} - 3 \text{ dB}$.

3. Pour un filtre passe bande, on a $\Delta f = f_{c2} - f_{c1} = \frac{f_0}{Q}$ où f_{c1} et f_{c2} sont les fréquences de coupure, f_0 la fréquence de résonance et Q le facteur de qualité. Cette relation traduit que plus le facteur de qualité est grand et plus la bande passante est étroite, soit le filtre est sélectif.

4. Les impédances sont $Z_R = R$, $Z_L = jL\omega$ et $Z_C = \frac{1}{jC\omega}$.

A BF, la bobine se comporte comme un fil ($Z_L = 0$) et le condensateur comme un interrupteur ouvert ($|Z_C|$ infini)

A HF, le condensateur se comporte comme un fil ($Z_C = 0$) et la bobine comme un interrupteur ouvert ($|Z_L|$ infini).

5. On déduit de la fonction de transfert le gain $G = |\underline{H}|$ et $\phi = \arg(\underline{H})$.

- Pour $e(t) = E \cos(2\pi ft)$, la tension de sortie s'écrit $s(t) = EG(f) \cos(2\pi ft + \phi(f))$

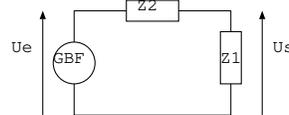
- Soit $e_0(t) = E_0$: tension de fréquence nulle. La tension de sortie associée est $s_0(t) = E_0G(f=0)$

Soit $e_1(t) = E_1 \cos(2\pi f_1 t)$: tension de fréquence f_1 . La tension de sortie associée est $s_1(t) = E_1G(f_1) \cos(2\pi f_1 t + \phi(f_1))$

Soit $e_2(t) = E_2 \cos(2\pi f_2 t)$: tension de fréquence f_2 . La tension de sortie associée est $s_2(t) = E_2G(f_2) \cos(2\pi f_2 t + \phi(f_2))$

Le filtre est linéaire donc la tension de sortie est $s(t) = s_0(t) + s_1(t) + s_2(t)$.

6. Le diviseur de tension est $\underline{U}_s = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \underline{U}_e$.



7. On a $G_{dB} = 20 \log G$ et donc $G = 10^{G_{dB}/20}$.

8. On a $\underline{H}(\omega = 0) = H_0$: ce filtre laisse passer les BF

On a $\underline{H}(\omega \rightarrow \infty) = 0$: ce filtre coupe les HF

Le filtre est un filtre passe bas.

Quand on demande une expression approchée, on ne garde qu'un seul terme (le plus grand en valeur absolue) au dénominateur. Soit ici à HF $\underline{H} \approx \frac{H_0}{j\frac{\omega}{\omega_0}} \approx \frac{H_0\omega_0}{j\omega} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$. On a donc $\underline{U}_s = \frac{H_0\omega_0}{j\omega} \underline{U}_e$ et diviser par $j\omega$ revient à intégrer soit en notation réelle:

$U_s = H_0\omega_0 \int U_e(t)dt$: le filtre est intégrateur, on envoie en entrée un créneau et la sortie est un triangle (l'intégrale d'une constante est une fonction affine).

9. On a $\underline{H}(\omega = 0) = 0$: ce filtre coupe les BF

On a $\underline{H}(\omega \rightarrow \infty) = 0$: ce filtre coupe les HF

Le filtre est un filtre passe bande.

Quand on demande une expression approchée, on ne garde qu'un seul terme (le plus grand en valeur absolue) au dénominateur. Soit ici à BF $\underline{H} \approx \frac{H_0}{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}} \approx \frac{j\omega H_0}{Q\omega_0} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$. On a donc $\underline{U}_s = \frac{j\omega H_0}{Q\omega_0} \underline{U}_e$ et multiplier par $j\omega$ revient à dériver soit en notation réelle:

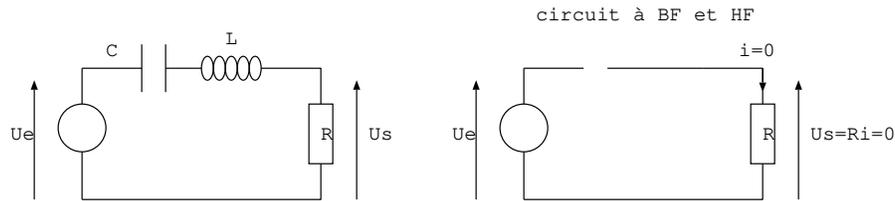
$U_s = \frac{j\omega H_0 dU_e}{Q\omega_0 dt}$: le filtre est dérivateur, on envoie en entrée un triangle et la sortie est un créneau (la dérivée d'une fonction affine est une constante).

10. Le signal 1 ne possède pas d'harmoniques donc le signal est sinusoïdal de fréquence 200 Hz et d'amplitude 2 V . Il possède un offset de 1 V . Ce signal varie donc entre $+1 + 2 = 3 \text{ V}$ et $+1 - 2 = -1 \text{ V}$.

Le signal 2 n'a pas d'offset et il possède des harmoniques donc il n'est pas sinusoïdal. La fréquence du fondamental est 50 Hz , c'est la fréquence du signal.

Le signal 3 ne possède pas d'harmoniques donc le signal est sinusoïdal de fréquence 300 Hz et d'amplitude 4 V . Il ne possède pas d'offset. Ce signal varie donc entre -4 V et $+4 \text{ V}$.

11.

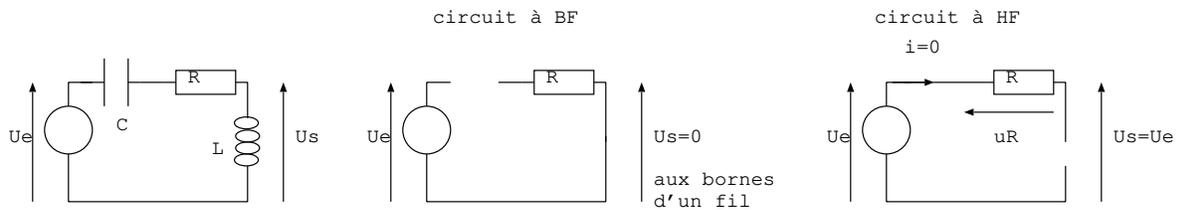


Ce filtre coupe les BF et les HF c'est un filtre passe-bande. On applique le diviseur de tension: $\frac{U_s}{U_e} = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$ soit $\underline{H} = \frac{1}{1 + \frac{jL\omega}{R} + \frac{1}{jRC\omega}} = \frac{H_0}{1 + jQ\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{jQ\omega_0}{\omega}}$

Par identification $H_0 = 1$, $\frac{jL\omega}{R} = jQ\frac{\omega}{\omega_0}$ et $\frac{1}{jRC\omega} = \frac{Q\omega_0}{j\omega}$ soit $\frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0}$ (1) et $\frac{1}{RC} = Q\omega_0$ (2).

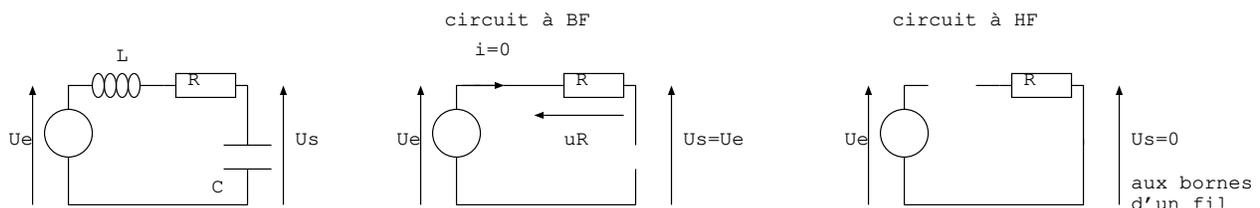
On fait (1 * 2): on trouve $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

On fait (1/2): on trouve $\omega_0 = \sqrt{LC}$.



loi des mailles: $U_e = U_s + U_r$
avec $U_r = R i = 0$ soit $U_s = U_e$

Ce filtre coupe les BF et laisse passer les HF: c'est un passe-haut.



loi des mailles: $U_e = U_s + U_r$
avec $U_r = R i = 0$ soit $U_s = U_e$

Ce filtre laisse passer les BF et coupe les HF: c'est un passe-bas.

VII. Exercice: identification de spectres

s_2 , s_3 et s_4 sont sinusoidales donc il n'y a pas d'harmoniques dans leur spectre.

s_3 est sinusoidale sans offset donc il n'y a pas de pic à 0 Hz dans le spectre: spectre b.

s_4 est toujours positive donc son offset est plus grand que l'amplitude de la composante sinusoïdale: spectre f
 s_2 a pour spectre, le spectre d.

s_1 , s_5 et s_6 ne sont pas sinusoidales donc il y a des harmoniques dans leur spectre.

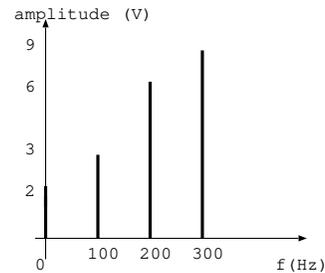
s_6 a un offset donc son spectre possède un pic à 0 Hz : spectre e.

La tension créneau a une forme plus éloignée d'une sinusoïde que la fonction triangle donc la fonction créneau a plus d'harmoniques dans son spectre que le spectre d'un triangle soit: le spectre c est associé à s_1 et le spectre a est associé à s_5 .

VIII. Exercice : filtrage

Quand on réalise la somme sous python on obtient:
 $y_1(t) = 2 + (-1)^3 \cos(2\pi ft) + (-1)^2 6 \cos(2\pi 2ft) + (-1)^3 9 \cos(2\pi 3ft)$.

La tension $y_1(t)$ a pour période $T = 10\text{ ms}$ donc elle a pour fréquence $f = 100\text{ Hz}$ (la fréquence du signal est égale à la fréquence du fondamental).

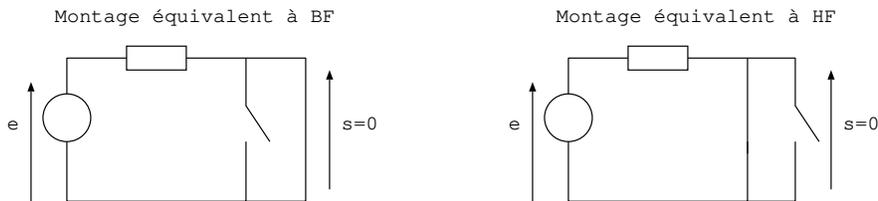


Avec le filtre a: la tension de sortie est sinusoidale sans offset et a pour fréquence 200 Hz . Donc le filtre a a coupé les BF (pics de fréquence 0 Hz et 100 Hz) et a coupé les HF (pic de fréquence 300 Hz). Le filtre a est un filtre passe bande avec pour fréquence de coupure $100\text{ Hz} < f_{c1} < 200\text{ Hz}$ et $200\text{ Hz} < f_{c2} < 300\text{ Hz}$.

Avec le filtre b: la tension de sortie est sinusoidale avec offset et de fréquence 100 Hz : le filtre a conservé les pics à 0 Hz et 100 Hz et a coupé les pics à 200 Hz et 300 Hz . Il s'agit d'un filtre passe bas de fréquence de coupure comprise entre 100 Hz et 200 Hz .

IX. Filtre

1.

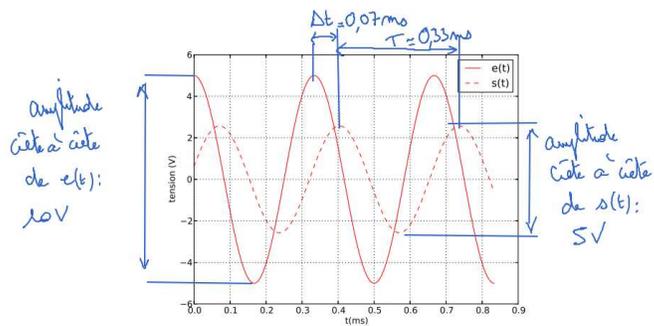


Dans les deux cas, la tension de sortie est nulle car c'est la tension aux bornes d'un fil. Ce filtre coupe les BF et les HF, c'est un filtre passe-bande.

2. On mesure la période : $2T = 0,67\text{ ms}$ et on en déduit la fréquence $f = \frac{1}{T} = 3000\text{ Hz}$.

On mesure les amplitudes crête à crête des tensions : $2E = 10\text{ V}$ et $2S = 5\text{ V}$. On en déduit le gain $G = \frac{S}{E} = 0,5$ et $G_{dB} = 20 \log 0,5 = -6\text{ dB}$.

On mesure le déphasage de s par rapport à e : on observe que s est en retard par rapport à e puisqu'elle atteint son maximum après e donc $\phi < 0$. On a $\phi = -\frac{2\pi \Delta t}{T} = -\frac{2\pi 0,7}{3,3} = -1,3\text{ rad}$ (c'est voisin de $\pi/2$ en effet les signaux sont presque en quadrature de phase, lorsque e est maximal ou minimal, s est quasi nul).



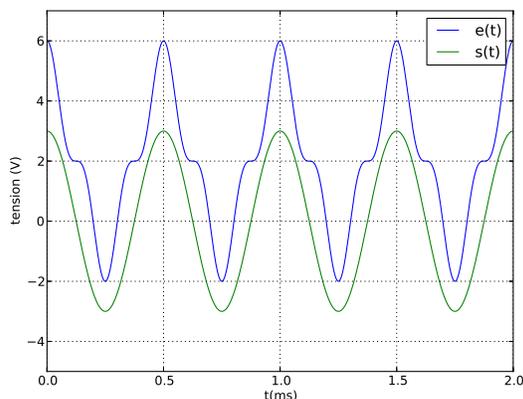
3.

3.a. La période est $T = 0,5 \text{ ms}$ donc la fréquence est $f = 2 \text{ kHz}$.

A est la valeur moyenne ou l'offset et vaut ici 2 V .

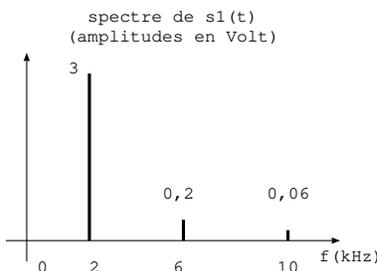
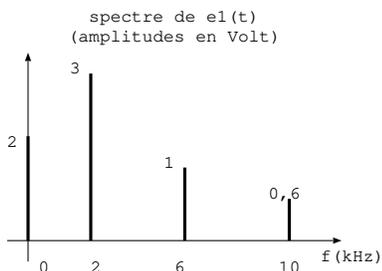
3.b. Le signal d'entrée comprend quatre termes de fréquences 0 Hz , 2 kHz , 6 kHz et 10 kHz . On lit pour chacune de ces fréquences le gain en décibel et le déphasage, on en déduit par le calcul le gain par $G = 10^{G_{dB}/20}$.

fréquences	0 Hz	2 kHz	6 kHz	10 kHz
gain en décibel	$-\infty$	0	-14	-19
gain	0	1	$0,2$	$0,11$
phase en radian	$+1,5$	0	$-1,4$	$-1,45$



On en déduit l'expression de $s_1(t)$: $s(t) = 2.0 + 3.1 \cos(2\pi 2000t + 0) + 3/3.0,2 \cos(2\pi 6000t - 1,4) + 3/5.0,11 \cos(2\pi 10000t - 1,45) \approx 3 \cos(2\pi 2000t + 0)$: en négligeant les composantes dont l'amplitude est 10 fois plus petite que l'amplitude la plus grande soit ici, tout ce qui est plus petit que $0,3 \text{ V}$ est négligé. Le signal de sortie est sinusoidal sans offset et de même fréquence que le signal d'entrée.

Spectres de $e_1(t)$ et $s_1(t)$:



4. A résonance on lit $f_0 = 2 \text{ kHz}$, $G_{dB} = 0 \text{ dB}$ soit $G_{max} = 1 = H_0$.

On lit les valeurs de la fréquence pour lesquelles le gain vaut $G_{dBmax} - 3 = -3 \text{ dB}$. On lit approximativement 1500 Hz et 2800 Hz . On trace les asymptotes et on trouve des pentes de $\pm 20 \text{ dB/decade}$.

5. On fait tendre la fréquence vers zéro (BF) et vers l'infini (HF) et on étudie les limites de \underline{H} . C'est la première fonction qui correspond à ce filtre passe bande.

On lit $H_0 = H(f = f_0) = 1$, $f_0 = 2 \text{ kHz}$ (fréquence de résonance) et on en déduit le facteur de qualité $Q = \frac{2000}{2800 - 1500} = 1,5$.

6. A HF, la fonction de transfert approchée est $\underline{H} = \frac{H_0}{jQf} = \frac{H_0 2\pi f_0}{jQ\omega} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ soit $\underline{s} = \frac{H_0 2\pi f_0}{jQ\omega} \underline{e}$. On passe en

notation réelle : $s = \frac{H_0 2\pi f_0}{Q} \int e(t) dt$: le filtre est intégrateur, la tension de sortie est triangulaire.