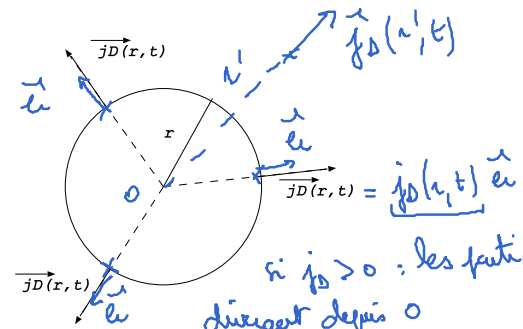


3. Cas où la diffusion est radiale dans une sphère

On note $n(r, t)$ la densité particulaire en r à l'instant t et $\vec{j}_D(r, t) = j_D(r, t)\vec{e}_r$. On note p le nombre de particules produites par unité de volume et de temps.

appel: volume entre 2 sphères de rayons r et $r+dr$: $4\pi r^2 \times dr$

On considère le système élémentaire compris entre les 2 sphères de centre O et de rayons r et $r+dr$



si $j_D > 0$: les particules divergent depuis O
 $(n(r=0, t) > n(r=r_0, t))$
 si $j_D < 0$: les particules convergent vers O
 $(n(r=0, t) < n(r=r_0, t))$

→ du fait: $n(r, t)$ est supposée uniforme dans le système

→ on travaille avec $j_D > 0$ mais le résultat de la dér. est valable pour $j_D < 0$

Le nombre de particules présentes dans le système à l'instant t s'écrit: $N(t) = n(r, t) \times 4\pi r^2 dr$

Le nombre de particules présentes dans le système à l'instant $t + dt$ s'écrit: $N(t+dt) = n(r, t+dt) \times 4\pi r^2 dr$

Le nombre de particules qui entrent dans le système entre t et $t + dt$ s'écrit: $\Delta N_e = j_D(r, t) \times 4\pi r^2 dt$
 à travers la surface de la sphère de rayon r

Le nombre de particules qui sortent du système entre t et $t + dt$ s'écrit: $\Delta N_s = j_D(r+dr, t) \times 4\pi (r+dr)^2 dt$
 à travers la surface de rayon $r+dr$

Le nombre de particules produites dans le système entre t et $t + dt$ s'écrit: $\Delta N_p = p \times 4\pi r^2 dr dt$

La conservation du nombre de particules s'écrit: $N(t+dt) = N(t) + (\Delta N_e + \Delta N_p) - (\Delta N_s)$

$$4\pi r^2 dr \left[n(r, t+dt) - n(r, t) \right] = -4\pi dr dt \left[\underbrace{j_D(r, t) r^2 + j_D(r+dr, t) (r+dr)^2}_{\substack{\text{particules reçues} \\ \text{particules perdues}}} \right] + p \times 4\pi r^2 dr dt$$

dt petit: $\frac{\partial n}{\partial t}(r, t) \times dt$ dr petit: $\frac{\partial}{\partial r}(j_D(r, t) r^2) dr$

$$r^2 dr dt \frac{\partial n}{\partial t}(r, t) = - dt dr \frac{\partial}{\partial r} (j_D(r, t) r^2) + p r^2 dr dt$$

$$\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (j_D(r, t) r^2) + p}$$

Éq. locale de conservation de la matière

$$\text{Re: } \frac{\partial n}{\partial t} = - \text{div } \vec{j}_D + p$$