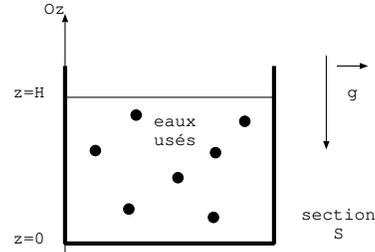


# D.S. 5 DE PHYSIQUE (partie I)

Le sujet comporte deux problèmes à traiter dans l'ordre de votre choix. Il est demandé de numéroter les pages au format  $i/N$  où  $i$  est le numéro de la page et  $N$  le nombre de pages. Tout résultat doit être justifié par une loi ou un schéma ou une explication...

## I. Sédimentation

On étudie la sédimentation dans le bac de prétraitement des eaux usées (dessablage - déshuilage) de hauteur d'eau  $H$  et de section  $S$ . L'eau à traiter est assimilée à une suspension dans l'eau de particules sphériques identiques de rayon  $r$  et de masse volumique  $\rho_s$ . On note  $d = \frac{\rho_s}{\rho_e}$  leur densité, où  $\rho_e$  est la masse volumique de l'eau. La vitesse de la bille sphérique est  $\vec{v} = -v\vec{e}_z$ .



1. Effectuer un bilan des forces s'exerçant sur une particule sphérique dans le référentiel du fluide au repos supposé galiléen (on rappelle que la force d'Archimède est une force verticale ascendante égale au poids du volume de fluide déplacé). On suppose que la force de frottement exercée sur une particule sphérique s'écrit  $\vec{f} = -6\pi r\eta\vec{v}$  où  $\eta$  est la viscosité du fluide.

Les particules ont un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse limite notée  $v_l$ . Montrer que  $v_l = \frac{2gr^2\rho_e(d-1)}{9\eta}$ . A quelle condition y aura-t-il sédimentation, ou remontée en surface ?

2. Le temps de chute  $t_c$ , des particules dans le bac de hauteur  $H$ , ne peut dépasser 2 heures, afin d'éviter la remontée de sédiments provoquée par la sédimentation des boues. En déduire la taille minimale  $r_{min}$  des particules solides éliminées dans le dessableur. Données:  $H = 2,0 \text{ m}$ ,  $\frac{\eta}{\rho_e} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ SI}$ ,  $d = 2,65$ ,  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

On donne la taille typique de différentes particules. Préciser celles qui peuvent atteindre le fond du bac.

|         | Sable grossier | Sable fin         | Limon            | Argile          |
|---------|----------------|-------------------|------------------|-----------------|
| rayon r | 1 mm           | 100 $\mu\text{m}$ | 10 $\mu\text{m}$ | 1 $\mu\text{m}$ |

On note  $n^*(z, t)$  la densité volumique de particules, exprimée en  $\text{particules.m}^{-3}$ . On assimile le bac décanteur à une cuve de hauteur  $H = 2 \text{ m}$  et de section  $S$ . On s'intéresse ici à l'évolution de la densité volumique de particules  $n^*(z, t)$  au cours du temps, sous l'effet de la diffusion et de la gravité.

3. En l'absence de diffusion, les particules ont un mouvement rectiligne uniforme dirigé vers le fond du bac, avec une vitesse de norme  $v_l$ . Exprimer  $\vec{j}_c$ , le vecteur densité de courant de particules associé à la convection, en fonction de  $n^*(z, t)$ ,  $v_l$  et  $\vec{e}_z$ .

On note  $D$  le coefficient de diffusion des particules sphériques dans l'eau. Déduire de la loi de Fick l'expression de  $\vec{j}_D$ , le vecteur densité de courant de particules associé à la diffusion en fonction de  $n^*(z, t)$ ,  $D$  et  $\vec{e}_z$ .

En déduire le flux total de particules  $\vec{j} = \vec{j}_D + \vec{j}_c$ .

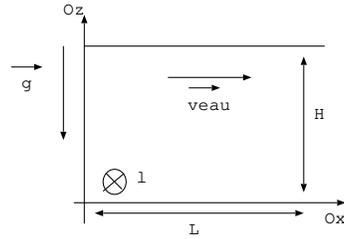
4. Soit le système élémentaire dans le décanteur de section  $S$  compris entre  $z$  et  $z + dz$ . Déduire de loi de conservation de la matière que l'évolution de  $n^*(z, t)$  est régie par l'équation de Mason-Weaver : 
$$\frac{\partial n^*}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n^*}{\partial z^2} + v_l \frac{\partial n^*}{\partial z}$$

5. On cherche le profil de concentration  $n^*(z)$  en régime stationnaire.

La densité de courant total  $\vec{j}$  au fond du bassin est nulle et la densité de particules sphériques au fond du bassin est notée  $n_0$ . Montrer que  $n^*(z) = n_0 e^{-z/\delta}$ . Exprimer  $\delta$  en fonction de  $v_l$  et  $D$ .

6. La relation de fluctuation-dissipation d'Einstein relie le coefficient de diffusion  $D$  au coefficient de frottement  $\eta$ :  $D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r}$ . Calculer  $\delta$  pour une température  $T = 300 \text{ K}$  et des particules de limon. Donnée:  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ . Préciser l'unité de  $\delta$  et conclure quant à la nécessité de prendre en compte la diffusion dans la modélisation de la sédimentation.

7. Les particules traversent maintenant un dessableur longitudinal qui est un bac de profondeur  $H = 2 \text{ m}$ , de longueur  $L$  et de largeur  $l = L/6$ . Les eaux usées traversent le bac dessableur avec une vitesse  $\vec{v}_{eau} = v_{eau}\vec{e}_x$ . Le débit volumique d'eau est est  $D_v = 20 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$ .



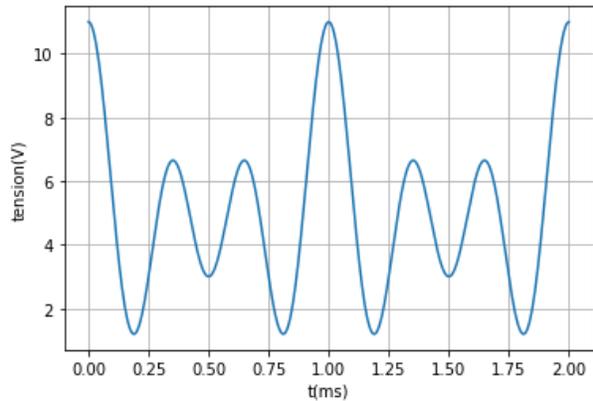
7.a. Exprimer, en fonction de  $D_v$ ,  $H$  et  $L$ , la vitesse  $v_{eau}$  et le temps  $\delta t$  mis par l'eau pour traverser le dessableur.

7.b. Les particules en suspension dans le dessableur sont entraînées par l'eau à la vitesse  $\vec{v}_{eau} = v_{eau}\vec{e}_x$  et par la gravité à la vitesse de norme  $v_l$ . Quelle est la forme de la trajectoire des particules solides dans le référentiel du sol ? Quelle relation doit exister entre  $t_c$  et  $\Delta t$  pour que toutes les particules de rayon supérieur à  $r_{min} = 8,8 \mu\text{m}$  sédimentent ? Déterminer numériquement la longueur minimale  $L_{min}$  du bac dessableur.

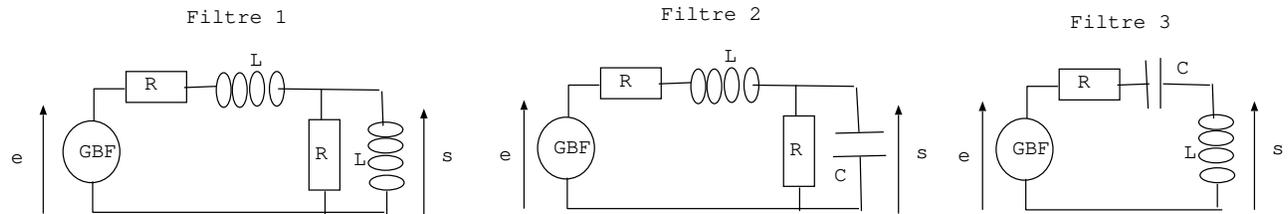
## II. Filtres

La tension d'entrée d'un filtre s'écrit  $e(t) = 5 + \cos(2\pi ft) + 2\cos(2\pi 2ft) + 3\cos(2\pi 3ft)$ . La courbe représentative de cette fonction est donnée.

1. Tracer le spectre de cette fonction et déduire de la courbe la valeur numérique de  $f$ .

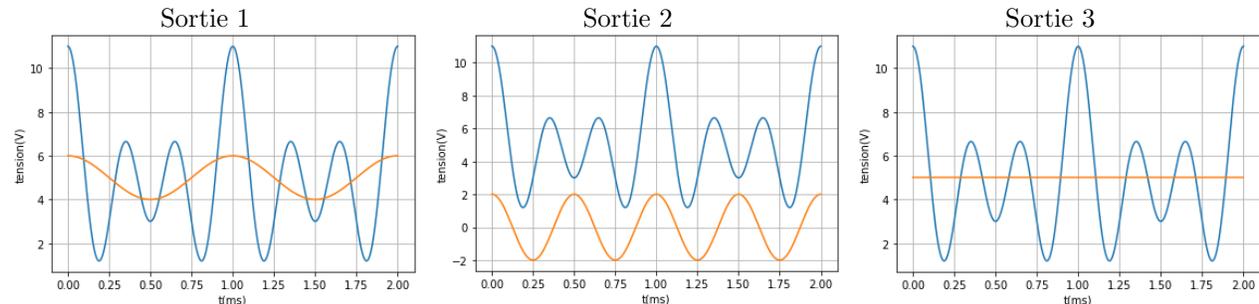


2. On dispose de plusieurs filtres représentés par les circuits suivants:



Pour chacun de ces filtres, déterminer la tension de sortie à BR et à HF sur des schémas équivalents et en déduire la nature du filtre.

3. Cette tension est envoyée sur différents filtres, on donne les tensions de sortie obtenues.



Tracer le spectre de la tension de sortie issue de chaque filtre et en déduire le filtre qui a été utilisé pour obtenir une telle tension (nature du filtre et choix de la fréquence de coupure ou de la fréquence de résonance).