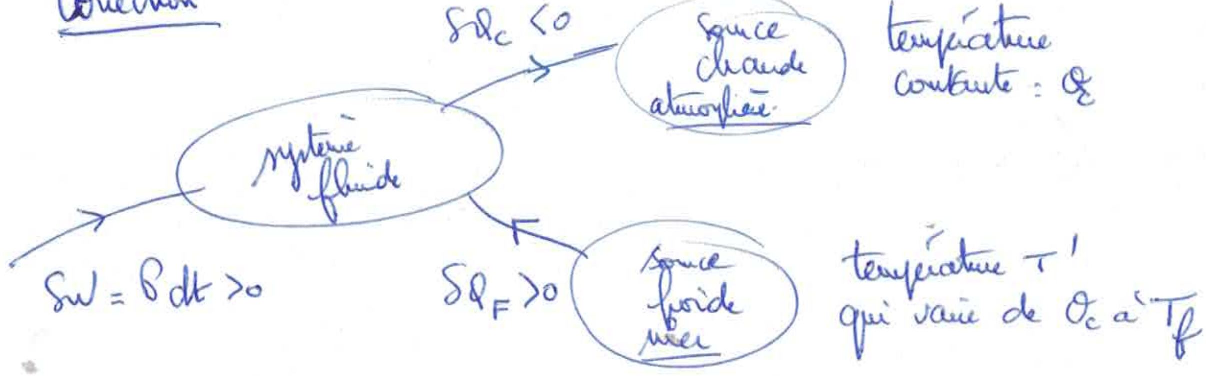
Correction

CCINP MP 2023

Q45-



Q46- J'applique le 2nd principe au système fluide sur 1 cycle :

$$dS_{cycle} = 0 = \delta S_e + \delta S_c$$

avec $\delta S_c = 0$ car la machine est réversible

$$\delta S_e = \frac{\delta Q_c}{\theta_c} + \frac{\delta Q_F}{T'}$$

On a donc $\boxed{\dfrac{\delta Q_c}{\theta_c} + \dfrac{\delta Q_F}{T'} = 0}$

Q47- J'applique le 1er principe au système fluide sur 1 cycle :

$$dU_{cycle} = 0 = \delta Q_c + \delta Q_F + \mathcal{P}\,dt \qquad (*)$$

J'applique le 1er principe à la source froide entre t et $t+dt$:

$$dU_{\substack{source\\froide}} = m\,c_{eau}\,dT' = -\,\delta Q_F$$

attention, le système fluide reçoit δQ_F donc la source froide perd δQ_F

on a donc $\delta Q_F = -\,m\,c_{eau}\,dT'$

$$\delta Q_c = -\frac{\theta_c}{T'}\,\delta Q_F = m\,c_{eau}\,\theta_c\,\frac{dT'}{T'}$$

en remplaçant dans $(*)$ on a :

$$-\,m\,c_{eau}\,dT' + m\,c_{eau}\,\theta_c\,\frac{dT'}{T'} + \mathcal{P}\,dt = 0$$

on intègre entre $t=0$ et Δt (avec $T'(t=0) = \theta_c$ et $T'(\Delta t) = T_f$) :

$$-\,m\,c_{eau}\int_{\theta_c}^{T_f} dT' + m\,c_{eau}\,\theta_c\int_{\theta_c}^{T_f}\frac{dT'}{T'} + \mathcal{P}\int_0^{\Delta t} dt = 0$$

$$-m\, c_{eau} \left(T_f - \theta_c\right) + m\, c_{eau}\, \theta_c \ln\left(\frac{T_f}{\theta_c}\right) + \mathcal{P}\, \Delta t = 0$$

d'où $$\boxed{\Delta t = \frac{m\, c_{eau}}{\mathcal{P}} \left[T_f - \theta_c + \theta_c \ln\left(\frac{\theta_c}{T_f}\right)\right]}$$

Q48 – On cherche à avoir $\Delta t \leq \Delta t_{max} = 10$ min

d'où $\frac{m\, c_{eau}}{\mathcal{P}} \left[T_f - \theta_c + \theta_c \ln\left(\frac{\theta_c}{T_f}\right)\right] \leq \Delta t_{max}$

soit $$\boxed{\mathcal{P} \geq \frac{m\, c_{eau}}{\Delta t_{max}} \left[T_f - \theta_c + \theta_c \ln\left(\frac{\theta_c}{T_f}\right)\right] = \mathcal{P}_{min}}$$

AN : $\mathcal{P}_{min} = 4{,}98$ kW

Q49 – La solidification de l'eau de mer se produit à température constante donc dans cette question la température de la source froide ne varie pas.

Le 1er principe appliqué au fluide de la machine s'écrit entre $t=0$ et $\Delta t'$ s'écrit

$$\Delta U_{cycles} = Q_c + Q_F + \mathcal{P}_{min}\, \Delta t' = 0$$

Le 1er principe appliqué à la source froide s'écrit.

$$\Delta U_{\substack{source\\froide}} = \underbrace{m(-L_{fus})}_{\substack{\text{la fusion est la}\\\text{transformation inverse}\\\text{de la solidification}}} = -Q_F$$

le fluide reçoit Q_F, l'eau de mer (source froide) perd Q_F

Le 2nd principe appliqué au fluide de la machine entre $t=0$ et $\Delta t'$ s'écrit

$$\Delta S_{cycles} = \frac{Q_c}{\theta_c} + \frac{Q_F}{T_f} + \underbrace{S_c}_{\substack{=\\0 \text{ réversible}}} = 0$$

On a donc : $Q_F = m L_{fus}$ et $Q_c = -\frac{\theta_c}{T_f} Q_F = -\frac{\theta_c}{T_f} m L_{fus}$

d'où $-\frac{\theta_c}{T_f} m L_{fus} + m L_{fus} + \mathcal{P}_{min}\, \Delta t' = 0$

donc $$\boxed{\Delta t' = \frac{m L_{fus}}{\mathcal{P}_{min}} \left(\frac{\theta_c}{T_f} - 1\right)}$$

AN : $\Delta t' = 4\,900$ s $= 81$ minutes

Q50 – L'efficacité est défini par le rapport de l'énergie valorisée (ici $Q_F = -m\, C_{eau}(T_f - \theta_c) + m\, L_{fus}$) sur l'énergie coûteuse (ici $W = \mathcal{P}_{moy}\, \Delta t + \mathcal{P}_{moy}\, \Delta t'$) soit :

$$\boxed{e = \frac{Q_F}{W} = \frac{m\, L_{fus} + m\, C_{eau}(\theta_c - T_f)}{\mathcal{P}_{moy}(\Delta t + \Delta t')}} = \underline{15{,}3}$$