Chapitre MF 2 : dynamique des fluides

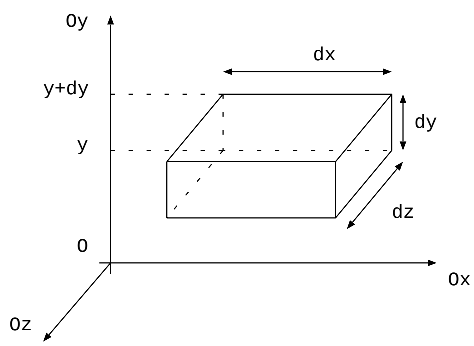
I. Les actions de contact dans un fluide en mouvement

1. Les forces de pression

La force de pression qu'exerce un fluide sur une surface dS en un point M où la pression est $P(M)$ est:

Pour étudier un écoulement fluide, on fait appel à la notion de particule fluide. Soit une particule fluide de volume $d\tau$ placée en M. Cette particule fluide subit les forces de pression exercées par le fluide environnant, cherchons l'expression de la résultante des forces de pression qu'elle subit. Pour cela on considère un particule fluide de volume élémentaire $d\tau =$

Supposons dans un premier temps que la pression du fluide s'écrit $P = P(y)$.



Que devient l'expression de la force pour $P = P(x)$?

Que devient l'expression de la force pour $P = P(z)$?

Que devient l'expression de la force pour $P = P(x, y, z)$?

On retient:

2. Les forces de viscosité

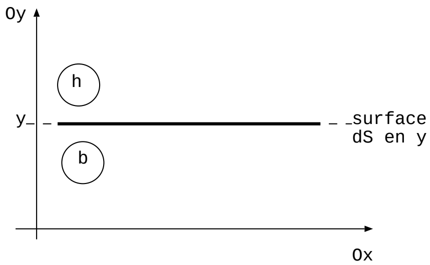
Dans un fluide visqueux, les couches de fluide ne peuvent pas glisser librement les unes par rapport aux autres. Elles exercent les uns sur les autres des forces de frottements qui s'opposent au mouvement relatif d'une couche par rapport à l'autre.

Pour un écoulement de la forme $\overrightarrow{v} = v_x(y)\overrightarrow{e_x}$, les forces de viscosité exercées sur un élément de surface dS s'écrivent :

$\overrightarrow{dF}_{h/b}(y) = \eta \dfrac{\partial v_x}{\partial y}(y) dS \overrightarrow{e_x}$: force exercée sur la couche de fluide en y par le fluide placé au dessus.

$\overrightarrow{dF}_{b/h}(y) = -\eta \dfrac{\partial v_x}{\partial y}(y) dS \overrightarrow{e_x}$: force exercée sur la couche de fluide en y par le fluide placé au dessous.

Interprétation des ces forces dans le cas où $\dfrac{\partial v_x}{\partial y} > 0$:



Le coefficient η est une constante positive appelée

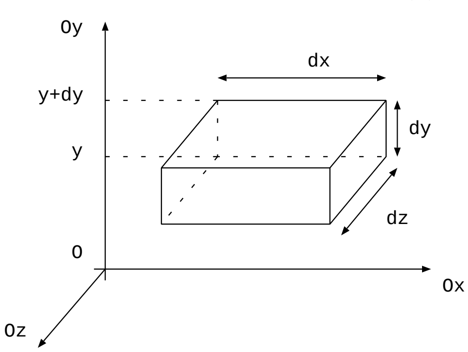
Son unité est le poiseuille de symbole Pl ou

On donne la viscosité de l'eau, de l'air et de la glycérine aux conditions habituelles de pression et de température.

Corps pur			
Viscosité	$\eta = 1,8.10^{-5}\ Pl$	$\eta = 1,0.10^{-3}\ Pl$	$\eta = 1,4\ Pl$

Les expressions des forces de viscosité données sont les forces qui s'exercent sur une surface. Or pour étudier un écoulement fluide, on fait appel à la notion de particule fluide. Soit une particule fluide de volume $d\tau$ placée en M. Cette particule fluide subit les forces de viscosité exercées par le fluide environnant, cherchons l'expression de la résultante des forces de viscosité qu'elle subit. Pour cela on considère un particule fluide de volume élémentaire $d\tau =$

On se place dans le cas où $\overrightarrow{v} = v_x(y)\overrightarrow{e_x}$.



Que devient l'expression de la force pour $v_x = v_x(x)$?

Que devient l'expression de la force pour $v_x = v_x(z)$?

Que devient l'expression de la force pour $v_x = v_x(x, y, z)$?

On retient:

Important: au sujet du Laplacien en coordonnées cartésiennes: $\Delta \overrightarrow{v} = \dfrac{\partial^2 \overrightarrow{v}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \overrightarrow{v}}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \overrightarrow{v}}{\partial z^2}$

Cas où $\overrightarrow{v} = v(y)\overrightarrow{e_x}$

Cas où $\overrightarrow{v} = v(x, z)\overrightarrow{e_y}$

II. **Equation de Navier-Stokes**

Soit une particule fluide de masse $dm = \rho d\tau$, de viscosité dynamique η, de vitesse $\overrightarrow{v}$ soumise dans le référentiel d'étude galiléen aux forces:

-

-

-

- à d'autres forces $d\overrightarrow{F_a}$.

La loi de la quantité de mouvement s'écrit:

Remarque 1 : dans un référentiel non galiléen, il faut tenir compte des forces d'inertie:

	$\mathcal{R}'$ en translation dans $\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$ en rotation dans $\mathcal{R}$
force d'inertie d'entrainement		
force d'inertie de Coriolis		

Remarque 2 : un problème de mécanique des fluides présente 5 inconnues scalaires qui sont:

Pour résoudre, on dispose de l'équation de Navier-Stokes qui en projection donne 3 équations scalaires, de l'équation de conservation de la masse et d'une équation de thermodynamique.

Pour déterminer les constantes d'intégration, on utilise les conditions aux limites:

- Pour un fluide parfait, sur un obstacle:

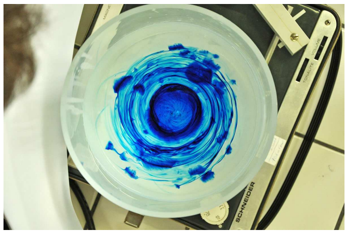
- Pour un fluide réel, sur un obstacle:

III. **Le nombre de Reynolds**

1. Convection et diffusion de la quantité de mouvement

Pour comprendre les notions de diffusion et de convection de la quantité de mouvement (soit de la vitesse), on étudie l'expérience qui consiste à placer un fluide visqueux dans un bêcher que l'on met en rotation autour de sons axe de symétrie.

De la convection ?



De la diffusion ?

.

Les deux phénomènes tendent à ce que la vitesse angulaire des particules fluide soit la même partout : système homogène.

Dans l'équation de Navier-Stokes, la convection et la diffusion sont présentes dans:

- Le terme convectif : $\rho(\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{v}$: c'est un terme non linéaire à l'origine des turbulences dans un écoulement, il est lié au mouvement des particules.

- Le terme diffusif : $\eta\Delta\overrightarrow{v}$: c'est un terme linéaire, il est lié à la viscosité du fluide.

2. Définition et expression du nombre de Reynolds

Définition : Le nombre de Reynolds est égal au rapport du terme convectif sur le terme diffusif, termes présents dans l'équation de Navier-Stokes.

On note : v :

L :

ρ :

η :

Ordre de grandeur du terme convectif:

Ordre de grandeur du terme diffusif:

Nombre de Reynolds:

Unité:

On peut définir aussi la viscosité cinématique $\nu =$

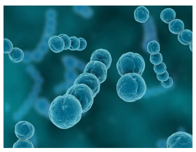
Conséquences:

Pour un écoulement à faible nombre de Reynolds:

Pour un écoulement à fort nombre de Reynolds:

Exemples de calcul de nombres de Reynolds:

Exemple 1 : une bactérie dans l'eau se déplace à une vitesse de 10 $\mu m.s^{-1}$. La viscosité de l'eau est de l'ordre de 10^{-3} Pl.



Exemple 2 : la viscosité de l'air est de l'ordre de 10^{-5} Pl.

A quoi sert le nombre de Reynolds?

Application 1 : il sert à prévoir la nature d'un écoulement : laminaire ou turbulent

Application 2 : il sert à prévoir l'expression de la force de traînée

Application 3 : il sert à estimer l'épaisseur de la couche limite.

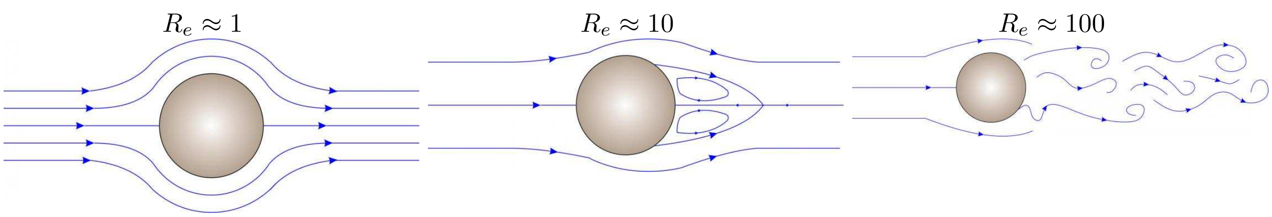
IV. **Application 1 : écoulement laminaire et turbulent**

Un écoulement est dit laminaire lorsque les lignes de courant glissent les unes sur les autres en restant parallèles les unes aux autres : c'est un écoulement stable au cours du temps.

Un écoulement est dit turbulent lorsque les lignes de courant s'enchevêtrent les unes aux autres : c'est un écoulement instable et de structure chaotique dans le temps.

Des exemples du quotidien: on donne la viscosité de l'eau $\eta_e \approx 10^{-3}\ Pl$, de l'air $\eta_a \approx 10^{-5}\ Pl$ et de la glace $\eta_g \approx 10^{13}\ Pl$.

Un exemple du programme: écoulement autour d'une sphère



.

V. **Application 2 : Force de traînée**

Soit un objet en mouvement dans un fluide dans le référentiel de la Terre. On peut aussi dire qu'il s'agit d'un fluide en écoulement relatif autour d'un objet immobile dans le référentiel lié à l'objet. La présence de l'objet modifie les lignes de courant qui doivent contourner l'objet, en réaction, le fluide exerce sur l'objet une force appelée force de traînée.

Définition : La force de traînée est la force qui s'oppose au mouvement relatif d'un corps dans un fluide. Elle a pour norme : $F = \dfrac{1}{2}\rho S C_x v^2$

où v est

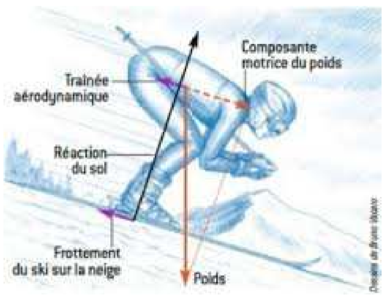
où ρ est

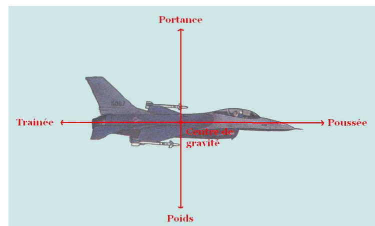
où S est

où C_x est

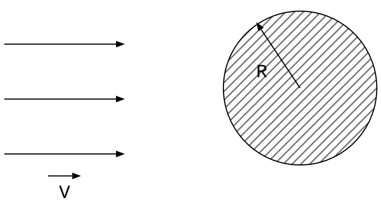
Unité de C_x:

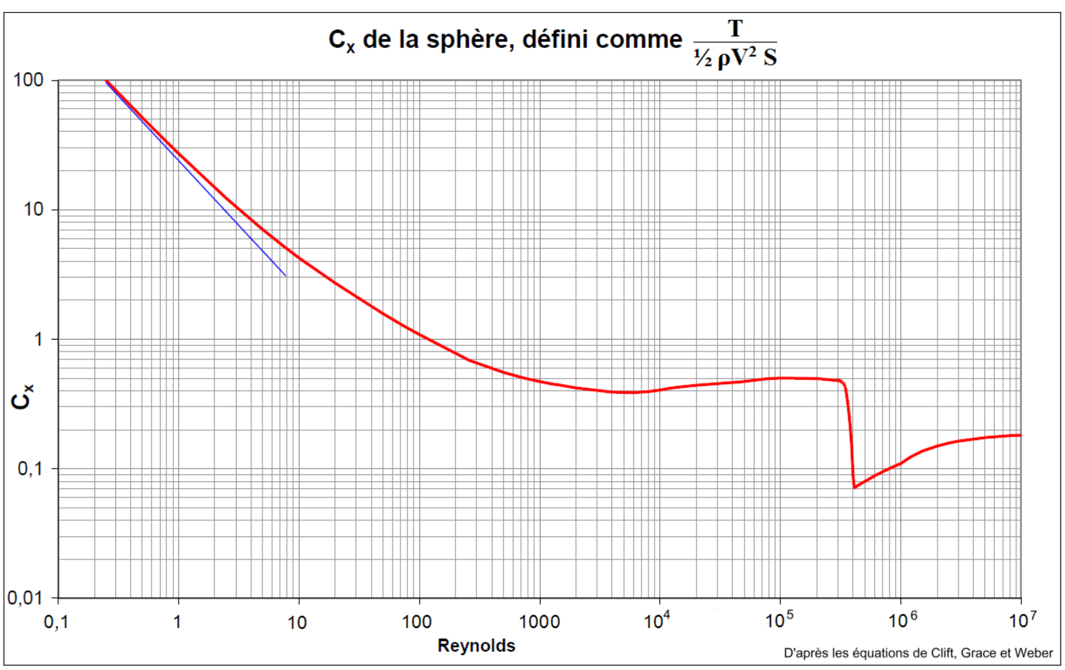
Des exemples du quotidien :





Cas particulier de la traînée sur une sphère: analyse du C_x





Commentaires sur la courbe donnant $\log C_x$ en fonction de $\log R_e$:

Application : Extrait de l' art du ballon bien brossé pour la science 391 mai 2010 C'est la finale de l'Euro 2004: le tireur de coup franc s'élance, frappe le ballon et le propulse à plus de 100 km/h. La balle passe au-dessus du mur défensif et file à droite vers un point situé au-dessus du cadre de la cage. A l'approche du but, elle ralentit soudainement, se déporte latéralement et plonge dans la lucarne gauche! Les forces responsables de ces effets (déviation et fort ralentissement du ballon en fin de trajectoire) s'expliquent en analysant le sillage du ballon dans l'air).

Conclusion:

Pour des faibles nombres de Reynolds (soit pour un fluide très visqueux et/ou un écoulement très lent et/ou un système de petite taille) : l'écoulement est laminaire et la force de traînée est proportionnelle à la vitesse relative de l'écoulement autour de l'obstacle.

Pour des forts nombres de Reynolds (soit pour un fluide peu visqueux et/ou un écoulement très rapide et/ou un système de grande taille) : l'écoulement est turbulent et la force de traînée est proportionnelle au carré de la vitesse relative de l'écoulement autour de l'obstacle.

VI. **Application 3 : Couche limite**

Modéle de l'écoulement parfait : un fluide suit le modèle de l'écoulement parfait si l'on peut négliger tous les phénomènes diffusifs:

- Diffusion de vitesse par les forces de viscosité

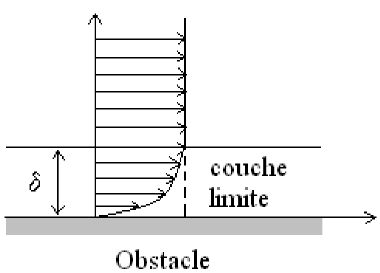
- Diffusion thermique

L'équation d'Euler s'écrit:

Les conditions aux limites sur un obstacle sont:

Ce modèle convient bien à la description d'un fluide dans les zones d'écoulement où la vitesse varie peu d'un point à un autre, c'est-à-dire "loin" des obstacles.

En effet, un fluide réel adhère aux parois et la vitesse relative du fluide par rapport aux parois est nulle. Il existe donc, au voisinage des obstacles, une zone d'épaisseur δ appelée couche limite dans laquelle on ne peut pas négliger les phénomènes diffusifs: le modèle du fluide parfait ne peut pas s'appliquer. En dehors de cette zone, le modèle du fluide parfait convient.



On cherche un ordre de grandeur de δ:

Dans la couche limite les phénomènes .... l'emportent :

En dehors de la couche limite, les phénomènes .... l'emportent :

Au bord de la couche limite: