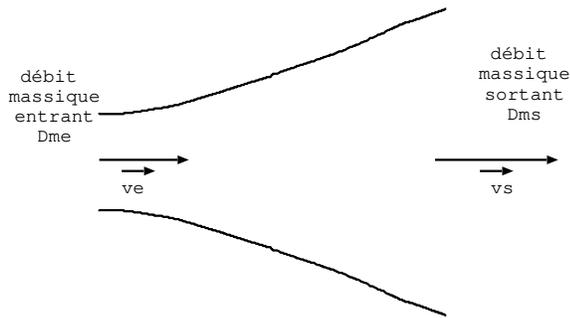


# Chapitre MF 5 : bilans macroscopiques

On considère un fluide en écoulement **stationnaire** dans une canalisation, on peut définir pour ce fluide deux systèmes différents pour son étude :

Un système fluide fixe et ouvert

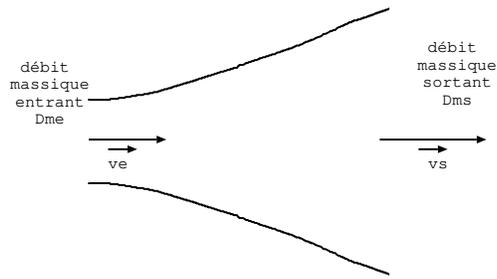


Un système fluide fermé et mobile

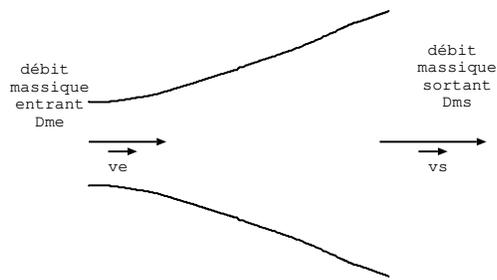
Le système fixe et ouvert est sûrement le système le plus simple à définir. Cependant c'est le moins utilisé car les lois de la mécanique comme la loi de la quantité de mouvement (ou RFD), les théorèmes énergétiques, le théorème du moment cinétique et les premier et second principes de la thermodynamique **ne s'appliquent qu'à un système fermé.**

Ce chapitre ne comprend pas de connaissances nouvelles, il ne comprend que des savoir faire à acquérir et à maîtriser.

Savoir appliquer la conservation de la masse à un système ouvert **et** fixe.



Savoir appliquer la conservation de la masse à un système fluide fermé **et** mobile.



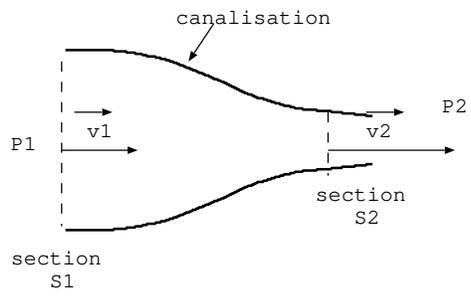
Savoir appliquer la loi de la quantité de mouvement à un système fermé **et** mobile pour évaluer une force.

La loi de la quantité de mouvement s'écrit:  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}$ .

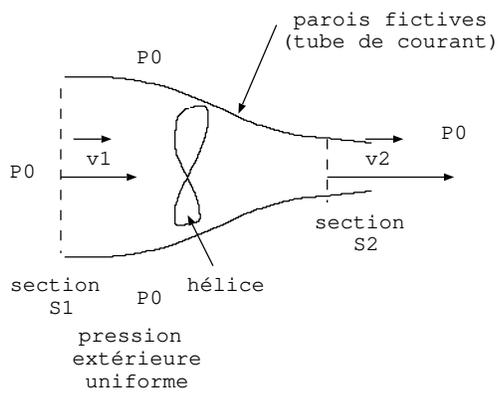
Savoir appliquer un théorème énergétique à un système fermé **et** mobile. Le théorème de la puissance

mécanique s'écrit:  $\frac{dE_m}{dt} =$

Exemple 1 : fluide qui traverse une canalisation.

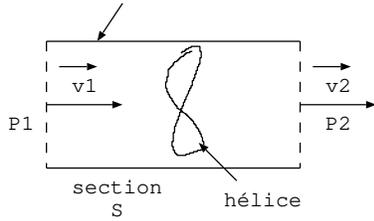


Exemple 2 : fluide qui traverse une hélice : le système est délimité par un tube de courant:



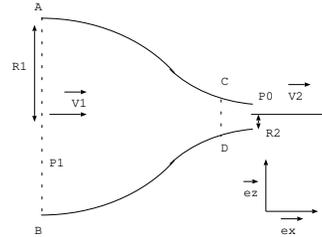
Exemple 3 : fluide qui traverse une hélice : le système est délimité par des parois ou un tube de courant de forme cylindrique.

parois cylindriques  
ou tube de courant cylindrique  
avec  $P_{ext}$  uniforme



## I. Force exercée sur un embout

L'embout d'une lance d'incendie a un rayon  $R_2 = 5 \text{ cm}$ . Il est vissé à un tube cylindrique de rayon  $R_1 = 10 \text{ cm}$ . Quand l'embout est ouvert à l'air libre ( $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ), la lance d'incendie a pour débit volumique  $D_v = 40 \text{ L.s}^{-1}$ . Le fluide est parfait, l'écoulement est permanent et incompressible.

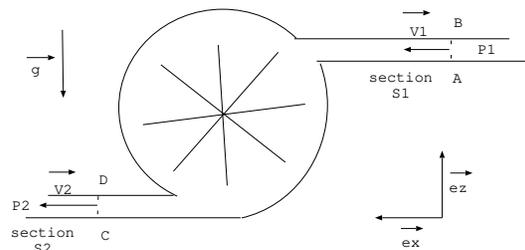


1. Calculer les vitesses  $v_1$  et  $v_2$ .
2. Utiliser la relation de Bernoulli pour calculer la pression  $P_1$  en amont de l'écoulement.
3. On considère le système fermé et mobile compris entre  $AB$  et  $A'B'$  à l'instant  $t$ . Représenter le système à l'instant  $t + dt$ . Déterminer la force qu'exerce l'embout sur le fluide et en déduire la force exercée par le fluide sur l'embout. On négligera la pesanteur.

Réponses :  $v_1 = 1,27 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 5,1$ ,  $P_1 = 1,12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $\vec{F}_{embout/fluide} = (P_0 \pi R_2^2 - P_1 \pi R_1^2 + \rho D_v (v_2 - v_1)) \vec{e}_x$

## II. Puissance fournie à une turbine

De l'eau circule dans une turbine de 1 vers 2. Les rayons des sections d'entrée et de sortie sont  $R_1 = 15 \text{ cm}$  et  $R_2 = 30 \text{ cm}$ . Le débit volumique est  $D_v = 0,22 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  et la dénivellation est  $z_1 - z_2 = 1 \text{ m}$ . Les pressions en 1 et 2 sont  $P_1 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et  $P_2 = 0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . L'eau est un fluide parfait et incompressible.



On considère le système ouvert  $\Sigma$  compris entre  $AB$  et  $CD$  à l'instant  $t$ . Définir un système fermé contenant  $\Sigma$  et appliquer le théorème de la puissance mécanique à ce système fermé pour en déduire la puissance fournie par l'hélice au fluide.

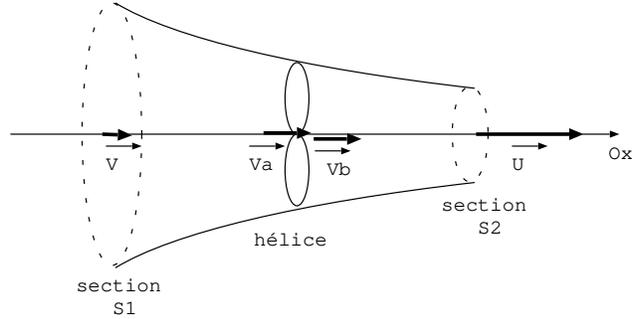
Réponse :  $P = \frac{\rho}{2} D_v (v_2^2 - v_1^2) + \rho D_v g (z_2 - z_1) + D_v (P_2 - P_1)$

### III. Débit d'un ventilateur

Un ventilateur dont les pales ont pour rayon  $R = 0,25 \text{ m}$ , consomme une puissance électrique  $\mathcal{P}_{el} = 140 \text{ W}$ . On souhaite déterminer le débit volumique  $D_v$  du courant d'air qu'il produit. La masse volumique de l'air est  $\rho = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ .



Hypothèses : l'écoulement d'air induit par l'hélice est unidimensionnel, parfait et incompressible, les efforts de pesanteur sont négligeables, le tube de courant est de révolution autour de l'axe de l'hélice et sa section a pour aire, au niveau de l'hélice, celle du disque balayée par l'hélice. Pour un écoulement parfait et incompressible la puissance des efforts intérieurs est nulle. Loin en amont et en aval de l'hélice l'écoulement est uniforme et la vitesse  $v$  en amont est négligeable devant la vitesse  $U$  en aval. La pression très en aval et très en amont de l'hélice est  $P_0$ , la pression atmosphérique.

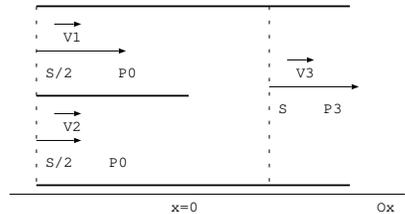


1. Justifier l'allure du tube de courant porté sur le schéma précédent.
2. Montrer que les vitesses  $v_a$  et  $v_b$  sont égales et les exprimer en fonction de  $D_v$  et  $R$ .
3. Dédire du théorème de la puissance cinétique appliquée à un système fermé et mobile entre  $S_1$  et  $S_2$  que la puissance électrique s'écrit  $\mathcal{P}_{el} = \frac{\rho D_v U^2}{2}$ , on supposera que toute l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique. En déduire la force exercée par l'hélice sur le fluide en fonction de  $\rho$ ,  $D_v$ ,  $U$  et  $v_a$ .
4. Dédire d'un bilan de quantité de mouvement appliqué à un système fermé et mobile entre  $S_1$  et  $S_2$ , l'expression de la force qu'exerce l'hélice sur le fluide en fonction de  $\rho$ ,  $D_v$  et  $U$ . En déduire la relation entre  $U$  et  $v_a$ .
5. Exprimer  $P_{el}$  en fonction de  $\rho$ ,  $D_v$  et  $R$ . En déduire l'expression et la valeur numérique du débit volumique.
6. L'application du théorème de Bernoulli entre un point très en amont et un point très en aval conduit à un résultat erroné : expliquer.

Réponse :  $U = 2v_a$ ,  $P_{el} = \frac{2\rho D_v^3}{\pi^2 R^4}$

### IV. Bilan de masse et de quantité de mouvement

Une canalisation cylindrique de section  $S$  et horizontale selon l'axe  $Ox$ , est partagée jusqu'en  $x = 0$  en deux canalisations de section  $S/2$ . Dans les deux canalisations, s'écoule un fluide incompressible, de masse volumique  $\rho$  avec les vitesses  $\vec{v}_1 = v_0 \vec{e}_x$  et  $\vec{v}_2 = \frac{v_0}{2} \vec{e}_x$ , à la pression  $P_0$ . Les deux écoulements se rejoignent en  $x = 0$  et suffisamment loin, l'écoulement est uniforme de vitesse  $\vec{v}_3$  et de pression  $P_3$ .



En considérant le système mobile et fermé compris entre les deux sections en pointillés à l'instant  $t$ :

- Dédire d'un bilan de masse, l'expression de  $v_3$ .
- Dédire de la loi de la quantité de mouvement l'expression de  $P_3$ .

Réponses :  $v_3 = \frac{3v_0}{4}$ ,  $P_3 = P_0 + \frac{\rho v_0^2}{16}$