Chap OM0: les ondes

I. **Généralités**

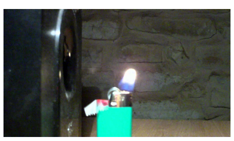
Définition d'une onde:

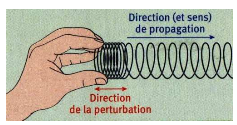
Types d'onde: lorsque les signaux associés à l'onde peuvent se mettre sous forme vectorielle, on distingue deux types d'onde:

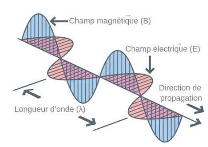
- Les ondes longitudinales pour lesquelles

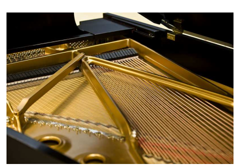
- Les ondes transverses pour lesquelles

Exemples:









.

Célérité d'une onde: lorsqu'une onde se propage sans déformation, la distance d parcourue par l'onde pendant un temps Δt est proportionnelle au temps écoulé, on a $c =$ .... où c désigne la célérité de l'onde.

Equation de propagation: c'est la relation vérifiée par les dérivées partielles de la perturbation $s(x,t)$.

Pour des ondes mécaniques, on trouve l'équation de propagation en

Pour les ondes électromagnétiques, on trouve l'équation de propagation en utilisant les équations de Maxwell.

Pour les ondes de courant et de tension, on trouve l'équation de propagation en

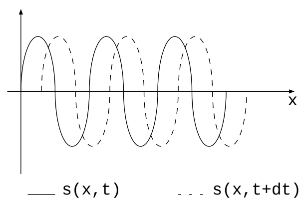
Dans le cas de propagation sans dispersion, l'équation de propagation est l'équation de d'Alembert de la forme:

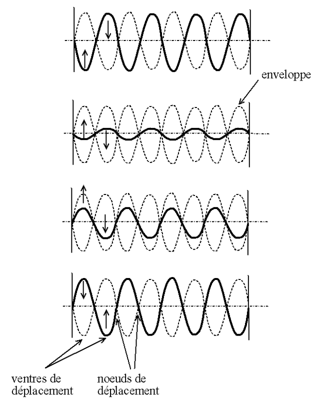
$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

où c désigne

II. **Solutions de l'équation de d'Alembert**

Nous étudierons trois types de solution de l'équation de d'Alembert:





.

1. *Solution en OPP*

On considère une onde qui se propage sans déformation selon l'axe Ox avec une célérité c. On note $s(x,t)$ l'amplitude de l'onde en x à l'instant t.

Pour une onde se propageant selon $+Ox$, le signal reçu sur le capteur en x à l'instant t est reçu sur le capteur en $x + \Delta x$ à l'instant

Pour une onde se propageant selon $-Ox$, le signal reçu sur le capteur en x à l'instant t est reçu sur le capteur en $x - \Delta x$ à l'instant

Ecriture de $s(x,t)$:

Si l'onde se propage selon $+Ox$, le signal $s(x,t)$ se met sous la forme $s(x,t) = f(x - ct)$ ou $s(x,t) = g(t - \frac{x}{c})$ où f et g sont des fonctions quelconques.

Si l'onde se propage selon $-Ox$, le signal $s(x,t)$ se met sous la forme $s(x,t) = F(x + ct)$ ou $s(x,t) = G(t + \frac{x}{c})$ où F et G sont des fonctions quelconques.

Dans le cas général pour une OPP, la solution de l'équation de d'Alembert s'écrit:

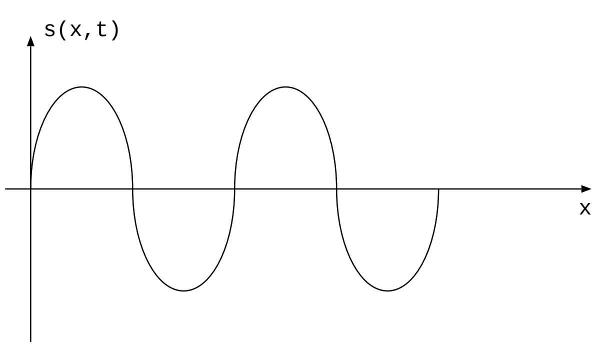
2. *Solution en OPPH*

Le signal temporel est harmonique, il est donc la forme $s(t) = f(t) = s_0 \cos(\omega t)$.
L'onde progressive harmonique se propageant selon $+Ox$ se met sous la forme:
$s(x,t) = f(t - \frac{x}{c}) =$

Ecriture de $s(x,t)$: on retient qu'une onde progressive harmonique:
- se propageant selon $+Ox$ s'écrit:

- se propageant selon $-Ox$ s'écrit:

Représentation spatiale:



Double périodicité:

Pourquoi étudier les OPPH?

Une OPPH n'a pas de réalité physique puisque c'est une onde qui n'a pas de début ni de fin... De plus les ondes monochromatiques (une seule fréquence et une seule longueur d'onde) sont très difficiles à produire.

On peut donc s'interroger sur la légitimité d'un paragraphe concernant les OPPH.

Vitesse de phase:

Tout signal peut se décomposer en somme de signaux sinusoidaux soit en somme d'ondes progressives harmoniques de pulsations différentes. Pour chaque pulsation ω on définit la vitesse de phase par:

Si la vitesse de phase est constante: l'onde se propage en bloc sans se déformer puisque tous les signaux qui la composent se progagent à la même vitesse. On dit qu'il n'y a pas dispersion.

Si la vitesse de phase dépend de la pulsation, les signaux qui composent l'onde se propagent à des vitesses différentes et l'onde se déforme, on dit qu'il y a dispersion.

Exemple: le verre est un milieu dispersif:

Notation complexe

A la grandeur réelle $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx)$ on associe le complexe $\underline{s}(x,t) = s_0 e^{j(\omega t - kx)}$.

Intérets de la notation complexe :

$\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial x} =$ .... $\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial t} =$ .... $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial x^2} =$ .... et $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial t^2} =$ ....

Retour à la notation réelle:

Remarque : les expressions des opérateurs dérivées partielles en notation complexe dépendent du choix de l'expression de l'OPPH.

Pour $\underline{s}(x,t) = s_0 e^{j(kx - \omega t)}$. On a alors:

$\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial x} =$ .... $\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial t} =$ .... $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial x^2} =$ .... $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial t^2} =$ ....

3. *Solution en OS*

Une onde stationnaire est une onde qui ne se propage pas, dans l'expression du signal

Ecriture de $s(x,t)$:

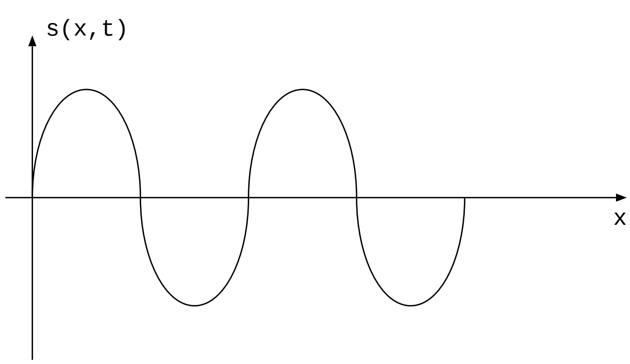
Pour une OS, le signal est de la forme $s(x,t) =$

Une onde OS est caractérisée par des noeuds (points où le signal est nul à tout instant) et des ventres (points où le signal est maximal, en valeur absolue, à tout instant).

Position des noeuds:

Position des ventres:

Représentation spatiale:



4. *Choix d'une solution*

Une OPPH peut être vue somme la superposition de deux OS:

Une OS peut être vue comme la superposition de deux OPPH

Les solutions en OPPH et en OS sont donc équivalentes.
Dans le cas d'une onde se propageant dans un espace de taille infinie, on choisit pour solution

Dans le cas d'une onde se propageant dans un espace de taille finie, on choisit pour solution