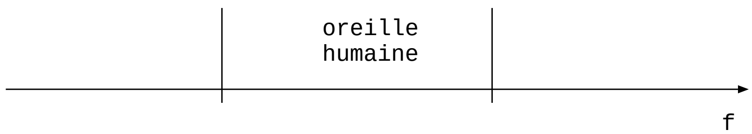
Chapitre OM2 : ondes sonores dans les fluides

Les ondes sonores sont des ondes

Dans un fluide, les tranches de fluide se compriment et se détendent. De proche en proche, la surpression se propage dans la direction dans laquelle elle a été induite. Ce phénomène se produit sans déplacement de matière, et nécessite un milieu matériel (le son ne se propage pas dans le vide).

Domaines de fréquences:



Domaines de longueur d'onde:

$c_{air} = 340\ m/s$: $\lambda_{grave} =$ .... et $\lambda_{aigu} =$ ....

$c_{eau} = 1400\ m/s$: $\lambda_{grave} =$ .... et $\lambda_{aigu} =$ ....

I. L'équation de propagation

1. Hypothèses

- On néglige le poids

- Les compressions et les détentes sont suffisamment rapides pour que l'on puisse négliger les transferts thermiques entre deux tranches de fluide voisines.

Hypothèse : on suppose donc les transformations ....

- Les compressions et les détentes successives sont de très faible amplitude, les inhomogénéités créées ne sont pas très importantes.

Hypothèse : on suppose donc les transformations ....

Les transformations adiabatiques et réversibles sont dites .... et sont caractérisées par un coefficient de compressibilité isentropique défini par:

$$\chi_S = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P} \text{ ou } \chi_S = +\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P}$$

Ordre de grandeur : χ_s est de l'ordre de $10^{-5}\ Pa^{-1}$ pour un gaz (soit $\frac{1}{P}$) et de l'ordre de $10^{-10}\ Pa^{-1}$ pour un liquide.

Utilisation du coefficient de compressibilité isentropique :

pour des petites variations de pression et de volume de l'état (P_0, V_0) à l'état (P, V),

on écrit: $\chi_S =$

pour des petites variations de pression et de masse volumique de l'état (P_0, ρ_0) à l'état (P, ρ),

on écrit: $\chi_S =$

2. Notations

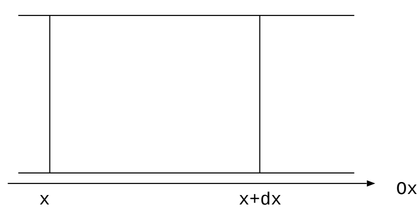
	à l'équilibre	hors équilibre
Pression		
Masse volumique		
Déplacement d'une tranche de fluide		
Vitesse d'une tranche de fluide		

Relation entre vitesse et déplacement de la tranche de fluide:

Approximation acoustique : dans l'hypothèse de l'approximation acoustique, les grandeurs $p(x, t)$, $\xi(x, t)$, $v(x, t)$ et $\mu(x, t)$ sont des infiniment petits d'ordre 1. L'approximation acoustique consiste donc à faire dans tous les calculs, des développements limités à l'ordre 1 pour linéariser les équations de la mécanique et de la thermodynamique.

3. Equations de propagation

Le système élémentaire étudié est une tranche de fluide de section S comprise, à l'équilibre, entre les abscisses x et $x + dx$.



Equation mécanique:

Equation thermodynamique:

Equation de conservation de la masse:

D'où le système d'équations couplées vérifiées par $v(x,t)$ et $p(x,t)$:

Equation de propagation de la surpression:

Equation de propagation de la vitesse:

Remarque 1: vérification de l'homogénéité :

Remarque 2: la vitesse des ondes sonores est d'autant plus grande que

Remarque 3 : ordres de grandeur de la vitesse des ondes sonores

dans un gaz:

dans un liquide:

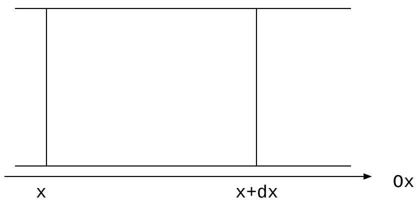
dans un solide:

4. Cas très important du gaz parfait

5. Remarques utiles pour les exercices

Dans certains problème on peut demander d'écrire les équations mécaniques et thermodynamiques en utilisant les grandeurs physiques: $p(x,t)$ (la surpression) et $\xi(x,t)$ (le déplacement de le tranche de fluide en x à l'instant t).

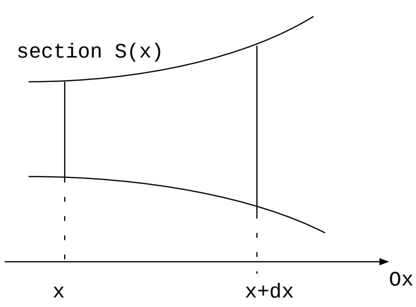
Equation thermodynamique:



Equation mécanique:

d'où l'équation de propagation vérifiée $\xi(x,t)$:

Il existe aussi une situation où la section du tuyau est variable, l'écriture de l'équation thermodynamique se fait de la façon suivante:

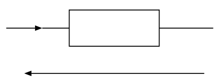


II. **Solutions de l'équation de propagation**

1. Définition de l'impédance acoustique

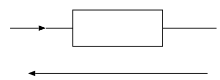
On définit l'impédance acoustique notée Z à partir d'une analogie avec l'électricité.

Impédance en électricité



Unité de Z:

Impédance en acoustique



Unité de Z:

2. Solution en OPPH

On rappelle les équations couplées vérifiées par la vitesse $\vec{v}(x,t)$ et la surpression des tranches de fluide:
$\rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \dfrac{\partial p}{\partial t}$
Solution en $OPPH^+$: on choisit $v(x,t) =$

Solution en $OPPH^-$: on choisit $v(x,t) =$

A retenir:

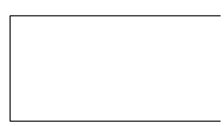
3. Solution en OS

On rappelle les équations couplées vérifiées par la vitesse $\overrightarrow{v}(x,t)$ et la surpression des tranches de fluide:
$\rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \dfrac{\partial p}{\partial t}$
Solution en OS: on choisit $p(x,t) =$

Remarque 1 : l'impédance acoustique pour une OS:

Remarque 2 : Les ondes de surpression et de vitesse sont

Conditions aux limites d'un tuyau sonore:



Tuyaux ouverts aux deux extrémités

Tuyaux ouverts à une extrémité

III. Approche énergétique

1. Retour à l'analogie électro-acoustique:

$U =$

$i =$

$Z = \dfrac{U}{i}$

$P =$

2. Intensité acoustique:

On définit l'intensité acoustique par $I = < p.v >$: c'est la moyenne temporelle du produit de la surpression avec la vitesse particulaire.
L'unité est:

L'intensité acoustique est une grandeur algébrique:
- de signe positif lorsque l'onde se propage selon $+Ox$
- de signe négatif lorsque l'onde se propage selon $-Ox$.

La puissance acoustique est donc le produit : $P =$

Cas d'une OPPH : il faut retenir que $< \cos^2(\omega t) > = < \sin^2(\omega t) > = \dfrac{1}{2}$ et $< \cos(\omega t)\sin(\omega t) > = 0$.
exp 1 : on prend $p(x, t) =$

On en déduit $v(x, t) =$

Puis $I =$

exp 2 : on prend $v(x, t) =$

On en déduit $p(x, t) =$

Puis $I =$

Cas d'une OS : on prend $p(x, t) =$

On utilise $\rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}$ pour exprimer $v(x, t) =$

Puis $I =$

3. Intensité en décibel :

On définit l'intensité acoustique en décibel par: $I_{dB} = 10log(\frac{|I|}{I_0})$ avec $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$.

Ordres de grandeur :

Son	seuil d'audition	voix normale à 1 m	seuil de douleur
I	$10^{-12}\ W.m^{-2}$	$10^{-6}\ W.m^{-2}$	$1\ W.m^{-2}$
I_{dB}	$0\ dB$	$60\ dB$	$120\ dB$

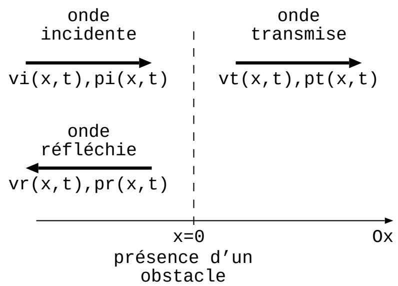
Retour à l'intensité $|I|$ à partir de I_{dB}:

Application 1 : deux personnes parlent avec la même intensité acoustique $I_{dB} = 60\ dB$. Calculer l'intensité résultante en décibel sachant que les intensités acoustiques s'ajoutent.

Application 2 : une onde sonore plane progressive harmonique se propage dans l'air de caractéristiques: $P_0 = 1\ bar$, $T_0 = 293\ K$, $M = 29\ g/mol$ et $\gamma = 1,4$. Cette onde correspond à une intensité de $80\ dB$. Calculer la surpression maximale, la vitesse particulaire maximale et le déplacement maximal des tranches de fluide au passage de cette onde de fréquence $f = 1\ kHz$. L'approximation acoustique est-elle justifiée?

IV. **Equations de continuité lors d'un changement de milieu**

Quand une onde sonore incidente arrive sur un obstacle, elle génère une onde réfléchie et une onde transmise qui ont la même pulsation que l'onde incidente mais des amplitudes et des phases différentes.



Onde résultante:

Pour $x < 0$:

Pour $x > 0$:

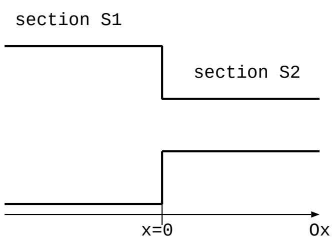
Les équations de continuité permettent de trouver les expressions de ces coefficients.

Sur une surface libre (sans paroi solide) on a:

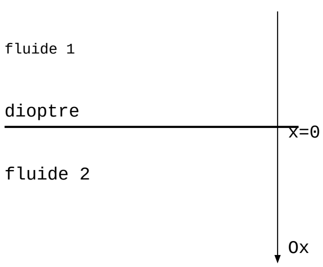
- La continuité de la surpression:

- La continuité du débit volumique:

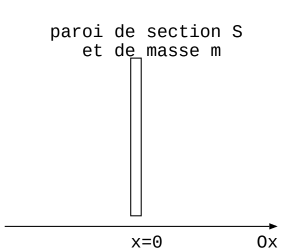
Exemple 1:



Exemple 2:



Attention: en présence d'une paroi rigide la surpression n'est pas continue, les pressions peuvent être différentes des deux côtés de la paroi. On doit appliquer la RFD à la paroi pour trouver la relation entre $p(x = 0^-, t)$ et $p(x = 0^+, t)$.

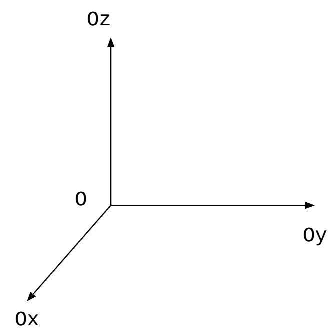


V. **Ondes sphériques**

L'équation de d'Alembert pour la perturbation $p(M,t)$ à 3 dimensions s'écrit:

Solution en ondes sphériques

Une source placée en un point O émet une onde telle que tous les points sur une même sphère de centre O et de rayon r ont la même amplitude de perturbation (toutes les directions de l'espace sont équivalentes). La perturbation ne dépend donc que du temps et de r en coordonnées sphériques: une telle onde s'appelle une onde sphérique.



1- On donne en coordonnées sphériques : $\Delta p(r,t) = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2(rp(r,t))}{\partial r^2}$. Montrer que $r.p(r,t)$ vérifie une équation de d'Alembert à une dimension.

2- Proposer une solution en onde sphérique progressive harmonique. En déduire $v(r,t)$. On rappelle l'équation mécanique $\rho_0\dfrac{\partial v}{\partial t} = -\dfrac{\partial p}{\partial r}$. Déterminer I, l'intensité acoustique puis P, la puissance rayonnée par l'onde à travers une sphère de rayon r et de centre O. Commenter.