Correction exercices de cours

1) $y(x,t) = 3\cos(4t - 6x)$ est une OPPH se propageant selon $+Ox$ de la forme $y(x,t) = y_0 \cos(\omega t - kx)$

soit $\omega = 4 \text{ rad.s}^{-1} = 2\pi f$ d'où $f = \frac{4}{2\pi} = 0{,}63 \text{ Hz}$

$k = 6 \text{ m}^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda}$ d'où $\lambda = \frac{2\pi}{6} = 1{,}04 \text{ m}$

$c = \frac{\omega}{k} = \frac{4}{6} = 0{,}67 \text{ m.s}^{-1}$

---

2) $y(x,t) = 4\sin(6t)\cos(2x)$ est une OS car les variables t et x ne sont pas dans le même terme, de la forme $y(x,t) = y_0 \sin(\omega t)\cos(kx)$

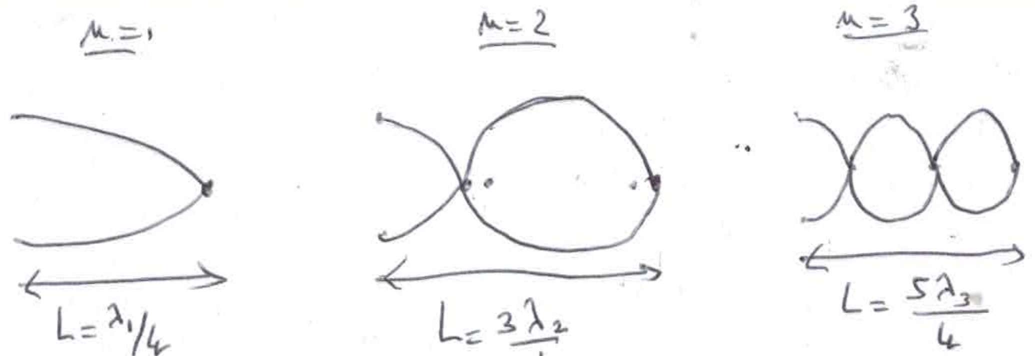
soit $\omega = 6 \text{ rad.s}^{-1} = 2\pi f$ d'où $f = \frac{6}{2\pi} = 0{,}95 \text{ Hz}$

$k = 2 \text{ m}^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda}$ d'où $\lambda = \pi = 3{,}1 \text{ m}$

$C = \frac{\omega}{k} = 3 \text{ m.s}^{-1}$

---

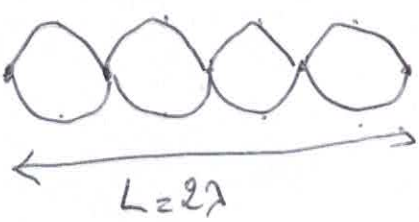
3)



Par récurrence : $L = \frac{(2n-1)\lambda_n}{4}$ soit $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$ et $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = (2n-1)\frac{c}{4L}$

---

4)



soit $\lambda = \frac{L}{2}$ et $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2c}{L}$

d'où $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{4\pi}{L}$ et $\omega = 2\pi f = \frac{4\pi c}{L}$

L'OS s'écrit, $y(x,t) = y_0 \cos(\omega t)\cos(kx + \varphi) = y_0 \cos\left(\frac{4\pi c t}{L}\right)\cos\left(\frac{4\pi x}{L} + \varphi\right)$

5) Pour $\underline{f = 20\ Hz}$: on lit $12\lambda = 100\ mm$ soit $\lambda = \frac{100}{12}\ mm = 8{,}3\ mm$

d'où la célérité des ondes $\underline{c = \lambda f = 16{,}7\ cm s^{-1}}$

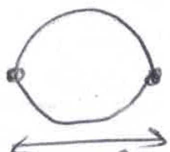
Pour $\underline{f = 30\ Hz}$: on lit $16\lambda = 100\ mm$ soit $\lambda = \frac{100}{16}\ mm = 6{,}25\ mm$

d'où la célérité des ondes $\underline{c = \lambda f = 18{,}7\ cm s^{-1}}$

La célérité des ondes dépend de leur fréquence, le milieu est dispersif.

---

6) La fréquence donnée $f_1 = 196\ Hz$ correspond au mode fondamental dont l'OS sur la corde fixée à ses 2 extrémités est :



$L = \frac{\lambda_1}{2}$

soit $\lambda_1 = 2L = 1{,}24\ m$
$f_1 = 196\ Hz$
d'où $c = \lambda_1 f_1 = 240\ m s^{-1}$

or $c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ d'où $T_0 = \mu c^2 = \mu(\lambda_1 f_1)^2 = \mu 4 L^2 f_1^2$

avec $\mu = \frac{m}{L} = \rho \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ d'où $\boxed{T_0 = \rho \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 4 L^2 f_1^2 = \rho \pi d^2 L^2 f_1^2}$

$\underline{AN}$: $\underline{T_0 = 267\ N}$

Si on ne change pas la tension, la célérité des ondes est inchangée

d'où $\lambda' f' = c = \lambda_1 f_1$ avec $\lambda_1 = 2L$ $f_1 = 196\ Hz$

$\lambda' = 2L'$ $f' = 2 \times 196\ Hz = 2 f_1$

nouvelle longueur de corde

d'où $2L' \, 2f_1 = 2L f_1$ soit $\boxed{L' = \frac{L}{2} = 31\ cm}$ longueur de corde pour produire un sol 3 dans le mode fondamental