TD ondes sonores

I. **Utilisation des impédances acoustiques**

Le son se propage à la vitesse c_0 dans un matériau de masse volumique ρ_0 pour $x < 0$ puis à la vitesse c_1 dans un matériau de masse volumique ρ_1 pour $0 < x < l$ et enfin à la vitesse c_2 dans un matériau de masse volumique ρ_2 pour $x > l$. On donne les vitesses particulaires:

Pour $x < 0$: $\underline{v}_0(x,t) = A_0 \cos(\omega t - k_0 x)$

Pour $0 < x < l$: $\underline{v}_1(x,t) = A_1 \cos(\omega t - k_1 x) + B_1 \cos(\omega t + k_1 x)$

Pour $x > l$: $\underline{v}_2(x,t) = A_2 \cos(\omega t - k_2 x)$

Ecrire les expressions des surpressions acoustiques dans chacun des trois milieux et écrire, sans les résoudre les équations de continuité de la surpression et de la vitesse.

II. **Surpression dans un tuyau d'orgue**

On considère un tuyau d'orgue rempli d'air de masse volumique μ_0. On note p_1, la surpression acoustique et v_1, la vitesse particulaire. La célérité du son est notée c. Le tuyau est fermé en $x = 0$ et ouvert en $x = L$. On cherche $p_1(x,t)$ sous la forme $p_1(x,t) = p_0 \cos(\omega t)\cos(kx + \phi)$.

1. De quel type d'onde s'agit-il? Justifier physiquement ce choix.

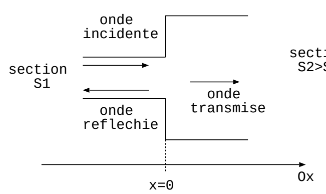
2. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans le cadre de l'approximation acoustique. En déduire l'expression de la vitesse particulaire en fonction de p_0, ω, c, μ_0, k, x et ϕ.

3. Déduire des conditions aux limites la valeur de ϕ et les fréquences f_n des ondes sonores émises par ce tuyau. Vérifier la cohérence du résultat à l'aide de schémas.

4. L'amplitude maximale de déplacement des particules est $\xi_{max} = 0,4\ mm$. En déduire p_{max}, l'amplitude maximale de la surpression et v_{max} la vitesse particulaire maximale pour la fréquence fondamentale f_0. Commenter. Données : $L = 60\ cm$, $\mu_0 = 1,3\ kg/m^3$ et $c = 340\ m/s$.

Réponses: 2- $v_1(x,t) = \dfrac{p_0}{\mu_0 c}\sin(\omega t)\sin(kx)$ *3-* $f_0 = \dfrac{c}{4L}$ *4-* $p_0 = 157\ Pa$

III. **Propagation dans un tuyau de section variable**



On écrit la surpression de l'onde incidente $v_i = v_0 \cos(\omega t - kx)$. On note les coefficients de réflexion et de transmission pour la vitesse particulaire:

$r = \dfrac{v_r(0,t)}{v_i(0,t)}$ et $\tau = \dfrac{v_t(0,t)}{v_i(0,t)}$.

1. Exprimer les vitesses particulaires des ondes réfléchie et transmise, $v_r(x,t)$ et $v_t(x,t)$. En déduire les surpressions des ondes incidente, réfléchie et transmise, $p_i(x,t)$ $p_r(x,t)$ et $p_t(x,t)$.

2. Ecrire les deux équations de continuité en $x = 0$. En déduire r et τ en fonction de S_1 et S_2.

3. Dans le cas particulier où $S_1 << S_2$, donner les valeurs approchées de r et τ et en déduire les expressions des ondes de vitesse et de surpression pour $x < 0$ et $x > 0$. Commenter.

4. On définit la puissance acoustique à travers une section S par $P = I.S =< p.v > .S$. On définit les coefficients de réflexion et de transmission en puissance par $R = \dfrac{|P_r(x=0)|}{P_i(x=0)}$ et $T = \dfrac{|P_t(x=0)|}{P_i(x=0)}$.

Exprimer les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance. Vérifier que $R + T = 1$. Que traduit cette égalité?

5. Donner les expressions approchées de R et T pour les cas: $S_1 = S_2$, $S_1 << S_2$ et $S_1 >> S_2$. Commenter.

6. Pourquoi la trompette possède-t-elle un pavillon?

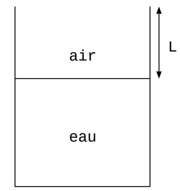
Réponses : $r = \dfrac{S_2 - S_1}{S_1 + S_2}$ *et* $\tau = \dfrac{2S_1}{S_2 + S_1}$, $R = (\dfrac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2})^2$ *et* $T = \dfrac{4S_1S_2}{S_1 + S_2}$

IV. **Notation complexe**

Soit une onde sonore dont la surpression s'écrit en notation complexe $\underline{p}(x,t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans l'approximation acoustique, en déduire l'expression de l'onde de vitesse $\underline{v}(x,t)$. On définit l'impédance acoustique par $\underline{Z} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}}$. Exprimer $\underline{Z}$ pour cette onde.

V. **Verre d'eau chanteur**

En tapant avec une petite cuillère sur un verre d'eau, on met en vibration la colonne d'air de hauteur L.



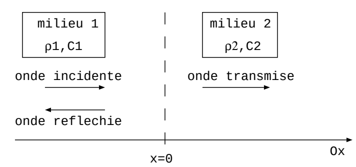
1. A quelle fréquence correspond une hauteur $L = 48\ mm$?

2. Comment obtenir une fréquence plus aigue une octave au dessus (soit une fréquence du double de la précédente)?

Réponses: 1- $f = 1770\ Hz$ *2-* $L = 24\ cm$

VI. **Discontinuité entre deux milieux : transmission et réflexion des ondes sonores**

On étudie la propagation d'une onde plane progressive harmonique suivant les x croissants. Le plan $x = 0$ sépare les deux milieux d'impédances caractéristiques $\rho_1 c_1$ et $\rho_2 c_2$. On note $\alpha = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$.



On écrit la surpression de l'onde incidente $p_i = p_0 \cos(\omega t - k_1 x)$. On note les coefficients de réflexion et de transmission pour la surpression $r = \frac{p_r(0,t)}{p_i(0,t)}$ et $\tau = \frac{p_t(0,t)}{p_i(0,t)}$.

1. Ecrire les surpressions $p_r(x,t)$ et $p_t(x,t)$, associées aux ondes réfléchie et transmise. Ecrire également les vitesses particulaires $v_i(x,t)$, $v_r(x,t)$, et $v_t(x,t)$. En déduire les expressions des intensités acoustiques de l'onde incidente I_i, de l'onde réfléchie I_r et de l'onde transmise I_t en fonction de p_0, ρ_1, c_1, ρ_2, c_2, r et τ.

2. En $x = 0$, écrire les deux équations de continuité. En déduire les expressions de r et de τ en fonction de α.

3. On définit les coefficients de réflexion R et de transmission T en énergie par $R = \frac{|I_r(x=0)|}{I_i(x=0)}$ et $T = \frac{I_t(x=0)}{I_i(x=0)}$. Exprimer R et T en fonction de α. Vérifier que $R + T = 1$. Que traduit cette égalité?

4. Le milieu 1 est de l'air et le milieu 2 est de l'eau. Calculer R, T et T_{dB}. Commenter.

5.

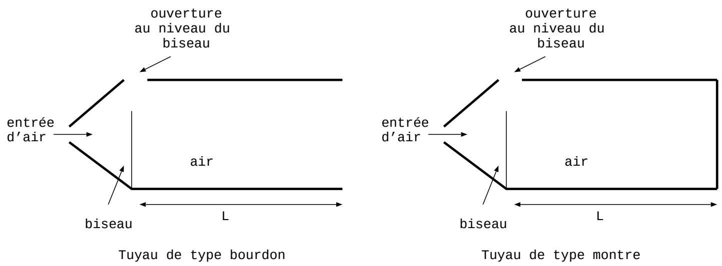
Les impédances caractéristiques des muscles et de l'air pour les ondes acoustiques utilisées en échographie valent respectivement $Z_m = 1,7.10^6\ SI$ et $Z_a = 440\ SI$.

Calculer les coefficients de réflexion et de transmission en puissance des ondes acoustiques au niveau d'une interface air-muscle. Commenter.

Réponses: $r = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$ et $\tau = \frac{2\alpha}{\alpha + 1}$, $R = (\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1})^2$ et $T = \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}$

VII. **Tuyaux d'orgue type bourdon ou type montre**

Les tuyaux sonores à embouchure de flûte équipent en partie les tuyaux d'orgues. Un tuyau sonore à embouchure de flûte, comprend un biseau: l'air vient frapper ce biseau, il en découle une mise en oscillation de la colonne d'air à l'intérieur du tuyau. *Ces tuyaux sont considérés comme des tuyaux ouverts au niveau du biseau.* L'autre extrémité du tuyau peut être soit ouverte (ces tuyaux sont dits de type bourdon), soit fermée (ces tuyaux sont dits de type montre).



On assimile l'air à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$ et de masse molaire $M = 29\ g.mol^{-1}$. On donne $R = 8,31\ SI$.

1. Un tuyau de type bourdon de longueur L est accordé en plein hiver à 15^0C pour produire un son de fréquence $f = 262\ Hz$.

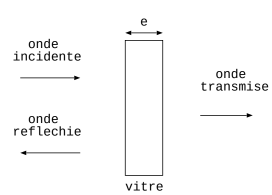
1.a. Représenter pour le fondamental et les deux premiers harmoniques les ondes de surpression et de vitesse présentes dans ce tuyau. Calculer L et exprimer en fonction de f les fréquences des harmoniques que peut émettre un tel tuyau.

1.b. En été, l'air dans le tuyau est à 22^0C, justifier le fait que la fréquence du son émis est modifiée et préciser si ce son est plus aigu ou plus grave qu'en hiver. On note f' sa fréquence en hiver. Une oreille moyenne distingue deux sons de fréquence f et f' si le rapport $|\log(\frac{f'}{f})|$ est supérieur à 5.10^{-3}. L'oreille moyenne pourra-t-elle distinguer deux sons émis avec un écart de température de température de 7^0C?

1.c. Calculer la longueur d'un tuyau de type montre qui produirait en plein hiver à 15^0C un son de fréquence $f = 262\ Hz$. Commenter. Quelle différence y a-t-il entre les sons produits par les tuyaux de type montre et bourdon accordés pour produire la même fréquence fondamental?

VIII. **Isolation phonique**

On souhaite étudier l'atténuation sonore résultant de la traversée d'une vitre d'épaisseur e, d'aire S et constituée de masse volumique ρ_v. L'onde sonore se propage à la célérité c_s dans l'air de masse volumique ρ_0 au repos.



L'onde est partiellement réfléchie sur la vitre alors qu'un onde est transmise et se propage dans l'air après traversée de la vitre. On note les vitesses en représentation complexe:

$\underline{v}_i = Ae^{j(\omega t - kx)}$ pour $x < 0$, $\underline{v}_r = \underline{B}e^{j(\omega t + kx)}$ pour $x < 0$ et $\underline{v}_t = \underline{D}e^{j(\omega t - kx + ke)}$ pour $x > e$

1. Ecrire les surpressions complexes $\underline{p}_i$, $\underline{p}_r$ et $\underline{p}_t$ associées aux ondes incidente, réfléchie et transmise.

2. On considère que la vitre se comporte comme un solide. Elle est donc indéformable mais susceptible de se déplacer. Montrer que $A + \underline{B} = \underline{D}$.

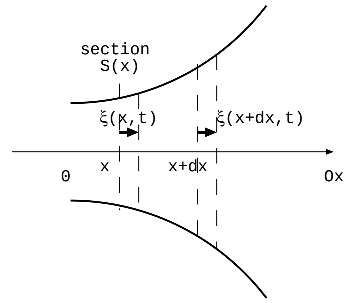
3. Exprimer l'accélération de la vitre de deux façons différentes : en fonction de j, ω, A et $\underline{B}$ ou en fonction de j, ω, et D.

4. Appliquer la RFD à la portion de vitre de surface S et en déduire que $j\omega\rho_v e\underline{D} = 2\rho_0 c_s(A - \underline{D})$. En déduire que $\dfrac{\underline{D}}{A} = \dfrac{1}{1 + j\frac{\omega\rho_v e}{2\rho_0 c_s}}$.

4.a. Exprimer le coefficient de transmission en puissance $T = |\frac{\underline{D}}{A}|^2$. Calculer T à BF et à HF. En déduire la nature du filtre ainsi constitué.

Réponses : 1- $p = \rho_0 c_s v$ pour une $OPPH^+$ et $p = -\rho_0 c_s v$ pour une $OPPH^-$, 2a- continuité de la vitesse $v(0,t) = v_i(0,t) + v_r(0,t) = v_t(0,t)$, 2e- $T = \dfrac{1}{1 + (\frac{\rho_v e\omega}{2\rho_0 c_s})^2}$, filtre passe-bas

IX. **Onde acoustique dans un pavillon**



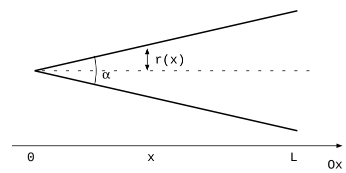
On considère un pavillon de révolution à section circulaire variable notée $S(x)$. A l'équilibre, la tranche de fluide comprise entre x et $x+dx$ a une masse volumique ρ_0 et une pression P_0. A l'instant t cette même tranche de fluide est comprise entre les $x+\xi(x,t)$ et $x+dx+\xi(x+dx,t)$. On note $p(x,t)$ la surpression, $p(x,t)$ et $\xi(x,t)$ sont des infiniment petits d'ordre 1. On fait des DL à l'ordre 1.

1. Montrer que le coefficient de dilatation du fluide défini par $\delta = \dfrac{dV}{V_0}$ s'écrit $\delta = \dfrac{1}{S(x)}\dfrac{\partial(S(x)\xi(x,t)}{\partial x}$. En déduire l'expression de p en fonction de χ_s, $S(x)$ et $\xi(x,t)$.

2. On admet que l'équation mécanique (déduite de la RFD appliquée à la tranche de fluide étudiée) s'écrit encore $\rho_0\dfrac{\partial^2\xi}{\partial t^2}(x,t) = -\dfrac{\partial p}{\partial x}(x,t)$. Montrer que l'équation de propagation de la surpression est:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{1}{S(x)}\frac{dS(x)}{dx}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

3. Application : Le saxophone soprano est modélisé par un tube approximativement conique, ouvert du côté du pavillon et quasiment fermé à l'embouchure. Ce tuyau a pour longueur L, pour angle au sommet α et pour sommet O.



3.a. Exprimer le rayon $r(x)$ en fonction de α et x et en déduire $S(x)$.

3.b. Montrer que la fonction $\pi(x,t)$ définie par $\pi(x,t) = xp(x,t)$ vérifie l'équation $\dfrac{\partial^2\pi}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\pi}{\partial t^2} = 0$.

3.c. Déterminer les valeurs de $\pi(x,t)$ pour $x=0$ et $x=L$. On cherche une solution sous la forme d'onde stationnaire, justifier ce choix. En déduire l'expression de $\pi(x,t)$ et déterminer la fréquence f_1 du fondamental.