

Les ondes sonores

On négligera la pesanteur.

Le référentiel terrestre sera considéré comme galiléen.

L'air sera considéré comme un gaz parfait diatomique non visqueux de rapport $\gamma=1,40$ et de masse molaire $M = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$.

On donne la constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{.K}^{-1}$.

La célérité des ondes sonores sera notée c .

La température en Kelvin T et celle en degrés Celcius sont reliées numériquement par $T=t + 273$.

A / Mise en équation

Nous allons travailler dans cette sous-partie avec des ondes unidimensionnelles, c'est-à-dire des champs ne dépendant que de la coordonnée d'espace x et du temps t .

Au repos, l'air peut être décrit par les champs de pression $P_0 = 1,00 \text{ bar}$, de masse volumique μ_0 et de vitesse $\vec{v}_0 = \vec{0}$, tous uniformes. L'onde sonore est une perturbation de cet état d'équilibre, où les champs deviennent :

- champ de pression : $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$ où p est la surpression ;
- champ de masse volumique : $\mu(x,t) = \mu_0 + \rho(x,t)$;
- champ de vitesse : $\vec{v}(x,t) = \vec{0} + v(x,t) \vec{u}_x$.

L'approximation acoustique consiste à considérer que les termes de perturbation p/P_0 , ρ/μ_0 et v/c sont des infiniment petits d'ordre 1.

A1. Écrire l'équation d'Euler dans l'air. La linéariser en expliquant convenablement les simplifications faites. L'équation linéarisée sera notée (E).

A2. Écrire l'équation de conservation de la masse (ou équation de continuité). La linéariser. L'équation linéarisée sera notée (M).

A3. Lors du passage d'une onde sonore, les transformations de l'air sont supposées adiabatiques réversibles. On introduit χ_s le coefficient de compressibilité isentropique de l'air. Rappeler l'expression de χ_s en fonction de la pression P et du volume V d'une particule de fluide, puis en fonction de la pression P et de la masse volumique du fluide μ . Linéariser cette expression dans le cadre de l'approximation acoustique. L'équation linéarisée sera notée (T).

A4. En utilisant les équations (E), (M) et (T), retrouver l'équation de propagation de l'onde

sonore à une dimension vérifiée par p $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ Donner l'expression de c .

Expliquer comment on peut passer à l'équation d'une onde sonore tridimensionnelle.

A5. Déterminer l'expression de c pour un gaz parfait et sa valeur numérique pour l'air à $\theta = 20,0^\circ \text{C}$.

B / Étude d'une onde sonore harmonique

B1. On étudie une onde unidimensionnelle dont le champ de surpression complexe s'écrit $p(x,t) = p_0 \exp [j(\omega t - kx)]$.

Justifier clairement que cette onde est plane, progressive, harmonique, et préciser dans quel sens elle se propage. On donnera la définition de chaque terme et on précisera pour chacun pourquoi on peut l'attribuer à cette onde.

B2. Établir la relation de dispersion pour cette onde. Qu'en déduire ?

B3. On cherche le champ de vitesse complexe sous la forme $\underline{v}(x,t) = \underline{v}_0 \exp [j(\omega t - kx)]$, avec $\underline{v} = \underline{v} \vec{u}_x$.

Montrer qu'on peut écrire $p(x,t) = Z \underline{v}(x,t)$. Préciser l'expression de Z et donner son nom.

B4. Déterminer l'expression de Z pour un gaz parfait.

En déduire sa valeur numérique pour l'air à $T = 20,0^\circ \text{C}$ et $P_0 = 1,00 \text{ bar}$.

B5. On définit l'intensité sonore par la valeur moyenne $I = \langle p v \rangle$.

Vérifier que I a bien la dimension d'une puissance surfacique.

B6. On définit l'intensité sonore en décibels comme $I_{dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$, où I_0 est l'intensité de référence et vaut $I_0 = 1,00 \cdot 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$.

Justifier la différence avec le gain en décibels en électricité, défini par $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{u_s}{u_e} \right)$ où u_s et u_e sont respectivement les tensions de sortie et d'entrée du montage.

B7. On veut ici vérifier si l'approximation acoustique est justifiée, même pour un son très intense d'intensité I_M .

Déterminer les expressions de p_0 et de v_0 , amplitudes de la pression et de la vitesse, en fonction de I_M notamment.

Donner un ordre de grandeur de l'intensité en décibels d'un son très intense, en déduire l'intensité I_M correspondante puis p_0 et v_0 et conclure.

B8. Lors d'un concert de piano-chant, le chant du soliste fait 65 dB, tandis que la musique du piano atteint 80 dB. Par conséquent, on n'entend pas le chant du soliste. Le chef de chœur vous demande alors combien il faudrait de chanteurs pour qu'on entende le chant. Répondre à sa question.

C / Spectre d'un instrument de musique

Les instruments de musique n'émettent pas des sons harmoniques comme ceux des sous-parties A et B. Nous allons dans cette sous-partie étudier le son d'un instrument à vent.

C1. Quelle est la différence entre le spectre d'un son créé par un instrument de musique (une flûte par exemple) et le spectre d'un bruit ? On rappelle qu'un bruit est un signal où toutes les fréquences sont présentes.
Expliquer pourquoi on peut utiliser les résultats des ondes harmoniques (sous-partie B) pour l'étude des sons des instruments.

C2. La figure 2 ci-dessous donne l'acquisition d'un son émis par un violon (figure 2.a) et son spectre (figure 2.b).

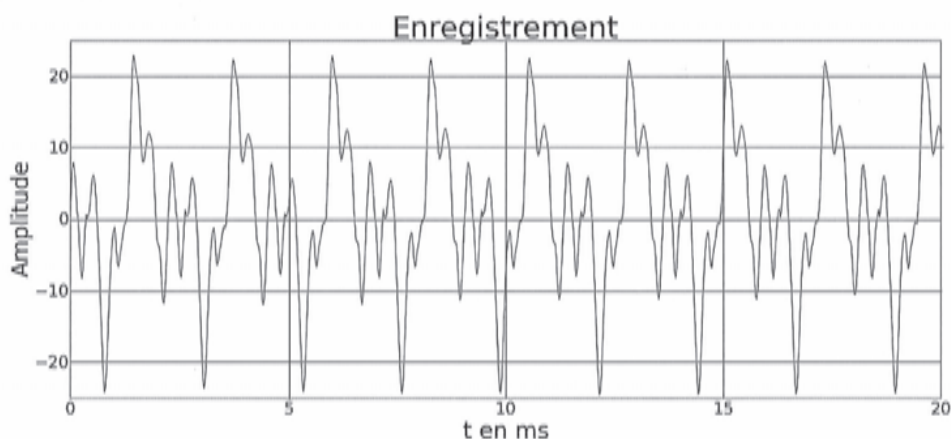


Figure 2.a - Enregistrement d'un son émis par un violon
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

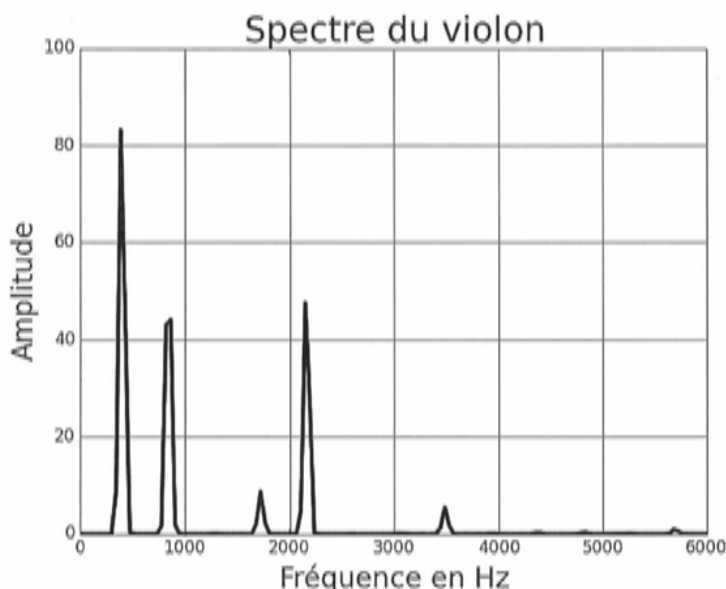


Figure 2.b - Spectre du même son émis par le violon
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

C2a. Mesurer la fréquence de la note et sa période en expliquant votre démarche, notamment en complétant les figures ci-dessus. Les résultats sont-ils compatibles entre les deux figures ?

La figure 3.a ci-dessous donne les acquisitions de deux sons (émis par une flûte (a) et par un harmonium (b)) qui correspondent à la même note. La figure 3.b. donne le spectre de ces deux instruments mais ils ont été mélangés.

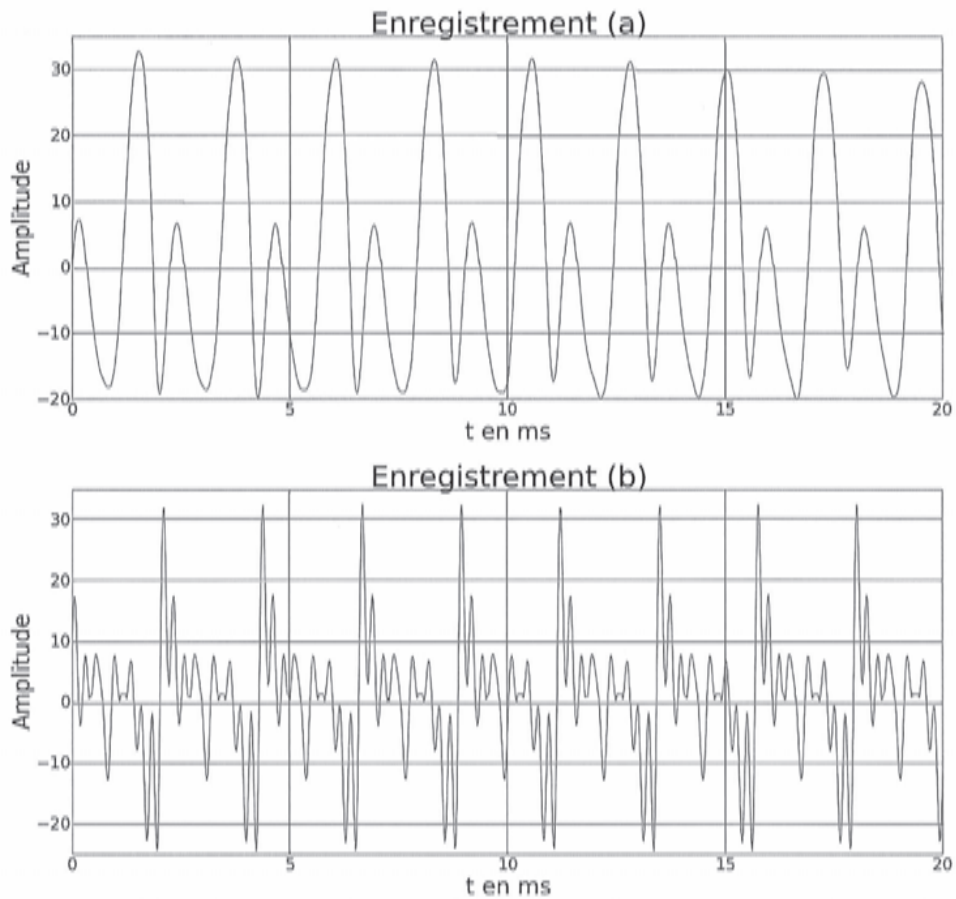


Figure 3.a - Enregistrements de sons émis par une flûte (a) et par un harmonium (b)
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

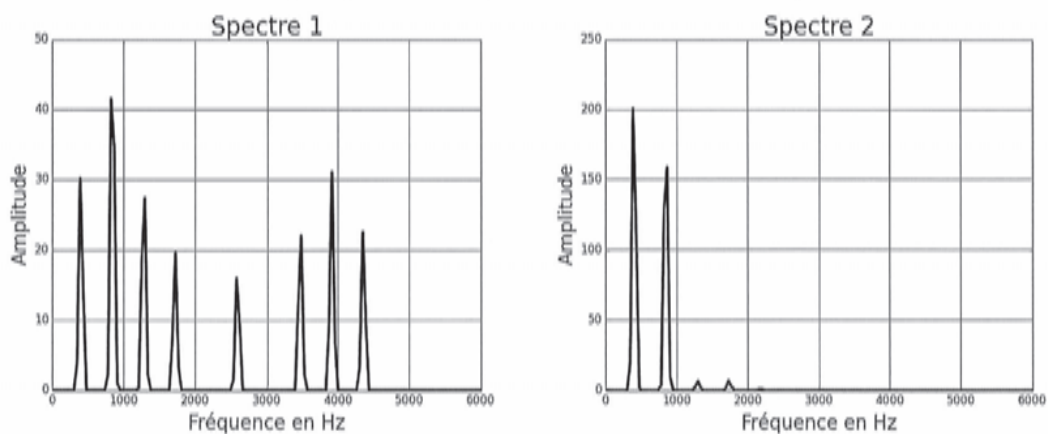


Figure 3.b - Spectres correspondants
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

C2b. Attribuer à chaque spectre (1 et 2) son instrument (flûte (a) ou harmonium (b)) en justifiant ce choix.