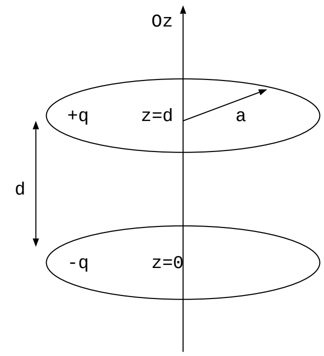
DM de physique

Deux disques conducteurs, de rayon a , de même axe Oz, distants de $d << a$, constituent les armatures d'un condensateur. La charge portée par l'armature supérieure est $+q$ et celle portée par l'armature inférieure est $-q$. Tout point M est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans le repère $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$.



1. On néglige les effets de bord, montrer que le champ électrique en M est de la forme $\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{e_z}$.

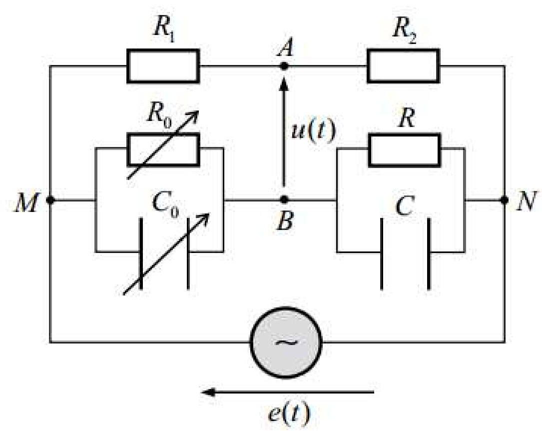
2. On suppose que le champ électrique est nul à l'extérieur du condensateur et que le champ électrique est uniforme à l'intérieur du condensateur. Déduire du théorème de Gauss à une surface clairement définie, notamment à l'aide d'un schéma, l'expression du champ électrique à l'intérieur du condensateur en fonction de q, ϵ_0 et a.

3. Rappeler l'équation locale entre le champ électrique et le potentiel, en déduire l'expression du potentiel à l'intérieur du condensateur en fonction d'une constante d'intégration. Exprimer la différence de potentiel $U = V(z = z) - V(z = 0)$ et en déduire la capacité du condensateur.

On donne $\overrightarrow{\text{grad}}V = \dfrac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \dfrac{\partial V}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$.

On munit désormais le condensateur d'une armature poreuse et on le remplit d'un polymère hygroscopique pouvant adsorber l'eau de l'air et dont la permittivité diélectrique ϵ est fonction du degré hygrométrique de l'air. On admet que la capacité C de ce condensateur a la même expression que celle trouvée précédemment à condition de remplacer la permittivité ϵ_0 du vide par la permittivité ϵ du polymère. Le condensateur possède en outre une résistance de fuite R, principalement due au polymère qui en adsorbant l'eau ne se comporte pas comme un isolant parfait. Le modèle électrique équivalent de ce condensateur est constitué de la capacité C en parallèle avec la résistance R.

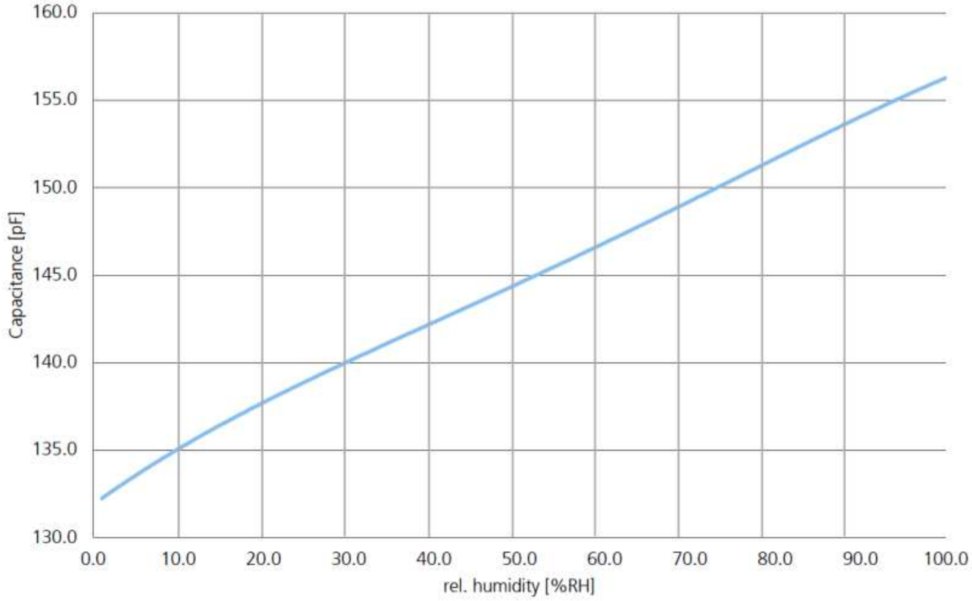
Le condensateur est inséré dans le circuit suivant appelé pont de Sauty, alimenté sous une tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω où la résistance R_0 et la capacité C_0 sont variables. On note $u(t)$ la tension entre les points A et B, $\underline{e}$ et $\underline{u}$ les représentations complexes des tensions respectives $e(t)$ et $u(t)$. On note $\underline{Z}_0$ l'impédance de l'association parallèle de la capacité C_0 et de la résistance R_0 entre les points M et B, et $\underline{Z}$ l'impédance de l'association parallèle de la capacité C et de la résistance R entre les points B et N.



4. Exprimer en fonction de $\underline{e}$ et des différentes impédances, les tension $\underline{u}AN$ et $\underline{u}BN$. En déduire que $\underline{u} = \dfrac{R_2\underline{Z}_0 - R_1\underline{Z}}{(R_1 + R_2)(\underline{Z} + \underline{Z}_0)}$.

5. Le pont de Sauty est dit équilibré lorsque $\underline{u} = 0$, quelle que soit la tension $\underline{e}$. Montrer que l'équilibre du pont permet de déterminer R et C, dont on donnera l'expression en fonction de R_0, R_1, R_2 et C_0.

6. On utilise le condensateur en tant que capteur d'humidité dont on donne ci-dessous la courbe d'étalonnage. Déterminer le degré hygrométrique de la pièce dans laquelle il est plongé sachant que le pont de Sauty est équilibré pour $C_0 = 1,44\ nF$ avec $R_1/R_2 = 0,1$.


160.0
155.0
150.0
145.0
140.0
135.0
130.0
Capacitance [pF]
0.0
10.0
20.0
30.0
40.0
50.0
60.0
70.0
80.0
90.0
100.0
rel. humidity [%RH]