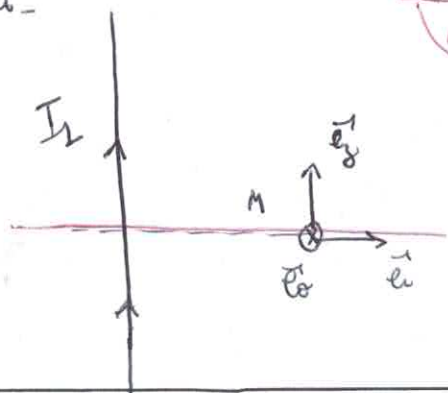


1) a-



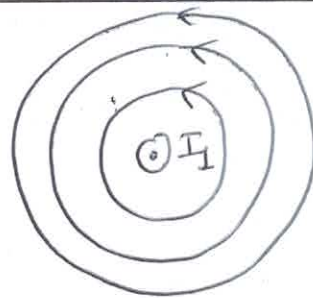
$$\sigma^+(M \vec{e}_1 \vec{e}_2)$$

$$M \in \sigma^+(M \vec{e}_1 \vec{e}_2) \text{ et } \sigma^-(M \vec{e}_1 \vec{e}_0)$$

$$\text{donc } \vec{B}_1(M) \perp \sigma^+(M \vec{e}_1 \vec{e}_2) \text{ et } \in \sigma^-(M \vec{e}_1 \vec{e}_0)$$

$$\text{donc } \vec{B}_1(M) \text{ est dirigé selon } \vec{e}_0$$

1) b- Les lignes de champ créées par le fil parcouru par I_1 sont des cercles centrés sur le fil et orientées par I_1 avec la règle de la main droite



lignes de champ $\vec{B}_1$

1) c- On choisit pour contour d'Ampère une ligne de champ de $\vec{B}_1$ soit un cercle de rayon r centré sur le fil.



$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \oint \vec{B}_1(M) d\vec{\omega} \\ &= \oint B_1(r) \vec{e}_0 \times d\vec{l} \vec{e}_0 \\ &= B_1(r) \oint d\vec{l} \end{aligned}$$

$$\mathcal{C} = B_1(r) 2\pi r$$

invariant par translation selon (Oz)
 $\|\vec{B}_1(M)\| = B_1(r, \theta, z)$

invariant par rotation autour de Oz

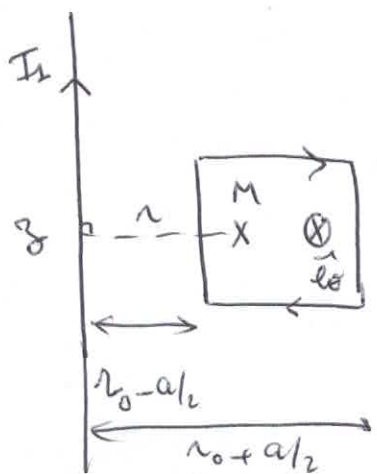
On applique le th. d'Ampère : $\mathcal{C} = \mu_0 I_{\text{enclosée}}$



$$I_{\text{enclosée}} = +I_1 \quad \text{soit} \quad \mathcal{C} = B_1(r) 2\pi r = \mu_0 I_1$$

$$\vec{B}_1(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{e}_0$$

1) d-



$$\phi = \iint \vec{B}_1(M) dS(M) \vec{n}(M)$$

M est repéré par r et z donc $dS = dr dz$

$$\begin{aligned} &= \iint \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{e}_0 dr dz \vec{e}_0 \\ &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \int_{r_0 - a/2}^{r_0 + a/2} \frac{dr}{r} \int_0^a dz \end{aligned}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2}\right) \quad \text{flux à travers une surface}$$

d'où $\boxed{\phi = N \phi_1 = \frac{\mu_0 N I_1 a}{2\pi} \ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right)}$ le flux à travers N spires

1) e- Supposons que le champ magnétique est uniforme dans la spire :

$$\vec{B}_1(\mu) = \vec{B}_1(\mu_0) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \vec{e}_\theta$$

le flux à travers la bobine est alors $\boxed{\phi_{21} = N \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \times a^2}$ ← surface de la bobine

1) f- L'erreur relative comme en remplaçant ϕ par ϕ_{21} est :

$$e = \left| \frac{\phi - \phi_{21}}{\phi_{21}} \right| = \left| \frac{\frac{\mu_0 N I_1 a}{2\pi} \ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right) - \frac{\mu_0 N I_1 a^2}{2\pi r_0}}{\frac{\mu_0 N I_1 a^2}{2\pi r_0}} \right|$$

soit $e = \frac{\left| \ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right) - \frac{a}{r_0} \right|}{\frac{a}{r_0}} = \frac{\left| \ln \left(\frac{5,5}{4,5} \right) - \frac{0,01}{0,05} \right|}{\frac{0,01}{0,05}} = 0,33\%$
(soit $3,3 \cdot 10^{-3}$)

Rp: nous pourrions calculer aussi l'erreur en faisant :

$$e = \left| \frac{\phi - \phi_{21}}{\phi} \right| = \left| \frac{\frac{\mu_0 N I_1 a}{2\pi} \ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right) - \frac{\mu_0 N I_1 a^2}{2\pi r_0}}{\frac{\mu_0 N I_1 a}{2\pi} \ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right)} \right|$$

soit $e = \frac{\left| \ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right) - \frac{a}{r_0} \right|}{\ln \left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} \right)} = \frac{\left| \ln \left(\frac{5,5}{4,5} \right) - \frac{0,01}{0,05} \right|}{\ln \left(\frac{5,5}{4,5} \right)} = 3,3 \cdot 10^{-3}$

On conclut que l'on peut confondre ϕ et ϕ_{21}

1) g- On applique la loi de Faraday : $e = - \frac{d\phi}{dt}$ (loi de l'induction)

qui s'écrit ici : $\boxed{u_2 = - \frac{d\phi_{21}}{dt} = - \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0} \frac{dI_1}{dt}}$

Cette tension est nulle lorsque I_1 est une constante

2) Si la courbe $u_2(t)$ on lit :

$$U_{2m} = 2 \times 500 \text{ mV} = 1 \text{ V}$$

(amplitude de u_2)
2 canaux

$$T = 4 \times 5 \text{ ms} = 20 \text{ ms}$$

(période de u_2 : 4 canaux)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 314 \text{ rad.s}^{-1}$$

(pulsation)

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = 50 \text{ Hz}}$$

fréquence de u_2 et de I_1

On a d'après la théorie: $M_2(t) = - \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0} \frac{d}{dt} (I_m \cos(\omega t))$

soit $M_2(t) = \left[\frac{\mu_0 N a^2 \omega I_m}{2\pi r_0} \right] \sin(\omega t)$
 amplitude de $M_2(t)$

d'où $M_2 = \frac{\mu_0 N a^2 \omega I_m}{2\pi r_0}$ soit $I_m = \frac{2\pi r_0 M_{2m}}{\mu_0 N \omega a^2} = 7,96 \cdot 10^3 \text{ A}$

d'où la valeur efficace: $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 5,63 \cdot 10^3 \text{ A}$

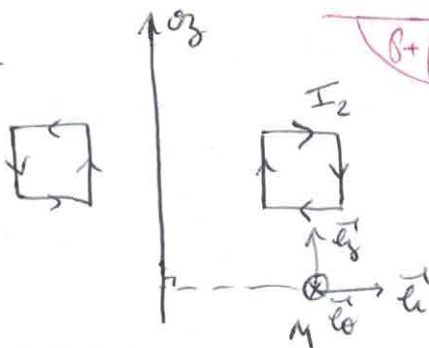
3) a- $\phi_{21} = M_{21} I_1$

l'intensité I_1 crée le champ B_1 qui est à l'origine du flux dans le tore

$\phi_{21} = M_{21} I_1 = \frac{\mu_0 N I_1 a^2}{2\pi r_0}$

soit $M_{21} = \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0}$

3) b-



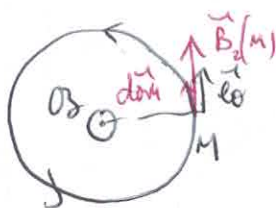
$S^+(M, a, \vec{e}_z)$

$M \in S^+(M, a, \vec{e}_z)$

donc $\vec{B}_2(M) \perp S^+(M, a, \vec{e}_z)$

donc $\vec{B}_2(M)$ est selon $\vec{e}_y$

3) c- Les lignes de champ magnétique sont des cercles, on prend pour contour d'Ampère une ligne de champ (cercle de rayon r , centré sur Oz)



$\mathcal{C} = \oint \vec{B}_2(M) d\vec{OM}$

$= \oint B_2(r, z) \vec{e}_\phi \cdot d\vec{l} \vec{e}_\phi$

$= B_2(r, z) \oint dl$

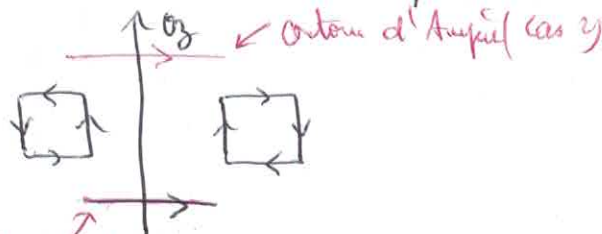
$\mathcal{C} = B_2(r, z) 2\pi r$

$\|\vec{B}_2(M)\| = B_2(r, \phi, z)$
 invariance par rotation autour de Oz

On applique le théorème d'Ampère: $\mathcal{C} = \mu_0 I_{enclos}$

Cas 1: $z < 0$

Cas 2: $z > a$



Contour d'Ampère (cas 1)

$I_{enclos} =$

soit $\vec{B}_2 = 0$

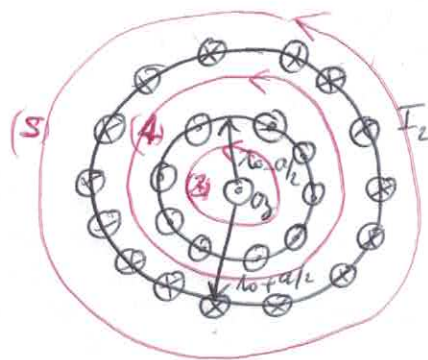
Donc les cas 3, 4 et 5 on fait une vue de dessus :

Cas 3 : $I_{\text{circuit}} = 0$ soit $\boxed{\vec{B}_2 = 0}$

Cas 4 : $I_{\text{circuit}} = N \times I_2$

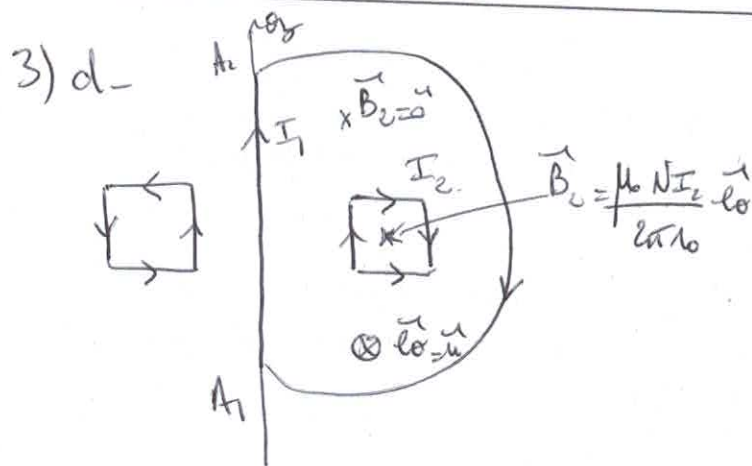
soit $B_2(r) 2\pi r = \mu_0 N I_2$

$$\boxed{\vec{B}_2(r) = \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi r} \vec{e}_\phi}$$



Cas 5 : $I_{\text{circuit}} = +N I_2 - N I_2 = 0$ soit $\boxed{\vec{B}_2 = 0}$

On suppose dans la suite que sur une spire : $\boxed{\vec{B}_2(r) = \vec{B}_2(r=r_0) = \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi r_0} \vec{e}_\phi}$

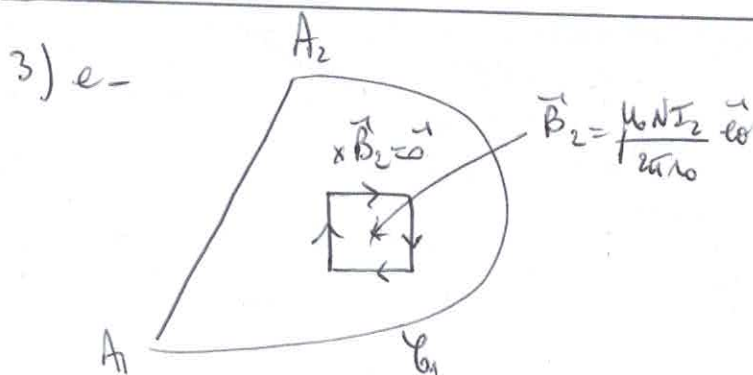


$\vec{B}_2$ est nul partout sauf dans la spire donc le flux de $\vec{B}_2$ à travers le circuit $\mathcal{C}_1$ est égal au flux à travers 1 spire soit :

$$\phi_{12} = \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi r_0} \times a \times a$$

$$\phi_{12} = \frac{\mu_0 N I_2 a^2}{2\pi r_0} = M_{12} I_2$$

d'où $\boxed{M_{12} = \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0}}$



Comme le champ magnétique $\vec{B}_2$ est nul partout sauf dans la spire, le flux de $\vec{B}_2$ dans le circuit $\mathcal{C}_1$ est inchangé.

3) f- Le courant $I_1(t)$ variable crée une tension $u_2(t)$ dans le tou et le courant $I_2(t)$ variable crée une tension $u_1(t)$ dans $\mathcal{C}_1$. La mesure de cette tension permet la mesure de I . L'avantage est que l'on peut mesurer de tels courants avec un ampèremètre le courant mesuré n'est pas le courant réel à cause de